

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Ковалевская Э., Кветко О. Дифференциальные уравнения как элемент математического моделирования в преподавании математики // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2017. – Випуск 2(12). – С. 80-83.

Kovaleuskaya Ela, Kvetko Aksana. Differential Equations As Element Of Mathematical Modeling In Teaching Of Mathematics // Physical and Mathematical Education : scientific journal. – 2017. – Issue 2(12). – P. 80-83.

УДК 51(072)(06)

Элла Ковалевская, Оксана Кветко
Белорусский Государственный Аграрный Технический Университет,
Республика Беларусь
ekovalevsk@mail.ru, tx1@tut.by

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ КАК ЭЛЕМЕНТ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ В ПРЕПОДАВАНИИ МАТЕМАТИКИ

Аннотация. Мы обсуждаем некоторые моменты преподавания темы «Дифференциальные уравнения» кафедрой «Высшая математика» Белорусского государственного аграрного технического университета (БГАТУ), связанные с активизацией роли студента в обучении. Отмечаем важность этой темы как элемента математического моделирования реальных процессов во времени. Подтверждаем точку зрения, что в настоящее время важны как аналитические методы решения ДУ, так и численные методы с применением программирования и вычислительных средств Maple, Mathematica, MATLAB. Мы приводим пример, показывающий, как простейшее ДУ появляется в школьном курсе физики. Далее даём ряд рекомендаций, как улучшить усвоение названной темы студентами. Это можно сделать через подготовку рефератов и докладов, их презентацию на семинаре или конференции; через составление таблиц и тестов, построение диаграмм и графиков. Учим студентов следить за новыми поступлениями в читальные залы и электронные библиотеки, интересоваться текущими научно-техническими выставками, посещать научные семинары и др. Мы считаем, что изучение указанной темы помогает формировать научно-техническое мировоззрение молодого специалиста в понимании того, что через математические модели можно изучать явления реального мира и делать прогноз.

Ключевые слова: преподавание темы «Дифференциальные уравнения» в БГАТУ, аналитические методы, современные тенденции.

Постановка проблемы. В настоящее время общество предъявляет к специалистам технического профиля новые требования. Развитие науки в высшей школе предусматривает повышение качества подготовки специалистов, способных после окончания обучения самостоятельно решать серьёзные научные и технические задачи, быть на уровне передовых идей теории и практики управления народным хозяйством. Сейчас необходимы инженеры, которые могут находить и принимать организационно-управленческие решения в нестандартных условиях, которые готовы нести за них ответственность. Они должны владеть методами анализа, обобщения и представления результатов изучения научно-технической информации.

Перечисленные требования тесно связаны с умением свободно ориентироваться и действовать в неопределённых ситуациях и предполагают активный поиск способа разрешения возникшей проблемы [1, 2]. Изучение математики даёт в распоряжение инженера не только определенную сумму знаний, но и развивает в нём способность ставить, исследовать и решать самые разнообразные задачи [3]. Иными словами, дисциплина «Математика» развивает мышление будущего инженера и закладывает прочный понятийный фундамент для освоения многих специальных технических дисциплин. Кроме того, именно с её помощью лучше всего развиваются способности логического мышления, концентрации внимания, аккуратности и усидчивости [4].

Анализ актуальных исследований. Для студентов технических специальностей одним из наиболее значимых разделов математики с позиции будущей профессиональной деятельности является раздел «Дифференциальные уравнения», поскольку ДУ являются одним из основных математических инструментов для моделирования многих физических законов и явлений. Большое значение, которое имеют дифференциальные уравнения в науке и её приложениях, объясняется тем, что к решению таких уравнений сводится исследование многих технических и физических задач. Дифференциальные уравнения играют существенную роль и в таких отраслях, как экономика, биология, электротехника и др., На самом деле, в реальности они возникают везде, где есть необходимость количественного описания явлений в изменяющемся по времени окружающем нас мире и где условия протекания явлений изменяются [5-7].

Цель статьи. Мы желаем обсудить один из моментов преподавания указанного раздела в Белорусском государственном аграрном техническом университете (БГАТУ). Именно, *мотивирование* студента на его изучении.

Изложение основного материала. По учебному плану тема «Дифференциальные уравнения» изучается во втором семестре (МОДУЛЬ 3) после тем "Неопределенный интеграл" и "Определенный интеграл" [8]. Такая расстановка перечисленных тем методически оправдана, потому что решение 12-ти типов обыкновенных дифференциальных уравнений (ДУ), изучаемых по программе, в конечном счете, сводится к интегрированию. Если их изучение не связать с приложениями, то для студентов выбор таких уравнений остается непонятным, также, как и необходимость изучать различные методы нахождения интегралов. В школьном курсе математики о дифференциальных уравнениях нет и речи, но в школьном курсе физики есть простейшие примеры, которые можно связать с дифференциальными уравнениями. Например, изменение со временем высоты x свободно падающего тела определяется таким законом:

$$\text{ускорение постоянно и равно некоей известной величине } g, \quad (1)$$

где g — ускорение свободного падения, примерно равное $9,8 \text{ м/с}^2$.

Ускорение — это скорость изменения скорости (точнее: мгновенная скорость изменения мгновенной скорости). Мгновенную скорость изменения какой-нибудь величины (в данном случае высоты x), зависящей от времени t , обозначают \dot{x} . Скорость падения есть \dot{x} , а ускорение тогда обозначают через \ddot{x} . Теперь (1) можно записать в виде

$$\ddot{x} = -g. \quad (2)$$

Нас интересует, как высота x меняется со временем t , т. е. x — это некоторая функция от t , которую мы хотим найти. Обсуждение математического смысла физического понятия мгновенной скорости приводит к выводу, что скорость \dot{x} в момент t — это производная $\frac{dx(t)}{dt}$ функции $x(t)$ по t . Таким

образом, в левой части (2) стоит вторая производная $\frac{d^2x(t)}{dt^2}$, т. е. производная $\frac{d}{dt} \left(\frac{dx(t)}{dt} \right)$ от производной

$\frac{dx(t)}{dt}$. Математическая операция, состоящая в переходе от $x(t)$ к $\dot{x}(t)$, называется дифференцированием, а

уравнение (2) называют *дифференциальным* [9]. Во многих случаях физические законы описывают некоторые соотношения между величинами, характеризующими изучаемый процесс, и скоростью изменения этих величин. Другими словами, эти законы выражаются равенствами, в которых участвуют неизвестные функции и их производные. Такие равенства называются дифференциальными уравнениями. Они появляются как математическая форма записи ряда физических законов. Изучение процессов, описываемых этими законами, сводится к изучению свойств решений дифференциальных уравнений. Необходимо пояснить понятие дифференциальных уравнений на примерах: закон охлаждения, падение атмосферного давления в зависимости от высоты над уровнем моря, радиоактивный распад, закон Гука, второй закон Ньютона и т.д.

Из своей практики мы уяснили, что для того, чтобы активизировать работу студента во 2-м семестре, необходимо в первой лекции по теме "Неопределенный интеграл" кратко изложить историю возникновения ДУ и их применений. А через некоторое время предложить студентам темы рефератов по различным аспектам применения ДУ в науке и инженерном деле. Например, в аэродинамике, гидродинамике и термодинамике, биологии, медицине и экологии, военном деле, промышленности и экономике, и других областях. Здесь уместно сделать ссылки на некоторые удачные в прикладном и историческом плане книги [5-7, 10, 11].

В период подготовки реферата студент выступает как заинтересованное лицо, делает поиск нужной информации в библиотеке и сети Internet, учится выбирать главные моменты и, несомненно, закрепляет свои знания в решении ДУ и интегрировании. Кроме того, в это время студент впервые открывает для себя тот факт, что с помощью математических понятий можно создать *математические* модели различных явлений — физических, технических, химических, биологических, географических, геологических,

социальных и т.д. Он убеждается в том, что часто математическое моделирование реальных процессов приводит к ДУ. См., например, [7], где студент получает раннее введение в математическое моделирование, где его учат строить такие модели и решать полученные ДУ с помощью программирования и вычислительных средств *Maple*, *Mathematica*, *MATLAB*. Доступность указанных вычислительных средств расширяет возможность применения ДУ в науке и инженерии.

Заметим, что классический курс ДУ изучает уравнения, разрешаемые в *квадратурах*. Но к началу XX столетия учеными была осознана важность уравнений, не решаемых в *квадратурах*. Позднее, в 40-х – 50-х годах возникли вопросы об *устойчивости* или *асимптотической устойчивости* решений независимо от их существования в *квадратурах*. Например, в создании первых автоматических цифровых вычислительных машин. В 60-70-х годах ДУ становятся важным инструментом в исследовании *динамических* и *хаотических* явлений, подобных *броуновскому* движению. Мы считаем, что изучение книги [7] полезно в современном вузовском курсе по дифференциальным уравнениям, так как её авторы учат студентов использовать математические пакеты (в первую очередь, *Mathematica*), в которые помещено много аналитических и численных методов решений ДУ. Мы считаем, что успешным студентам можно рекомендовать изучение книги [7] на спецкурсах или самостоятельно под руководством преподавателя.

Кроме рефератов и докладов мы предлагаем студентам и другие виды работ. Например, создание таблиц, составление тестов, построение диаграмм и графиков, составление кроссвордов, участие в ежегодной студенческой научно-технической конференции нашего университета, участие в олимпиадах по математике и т.д. Выполнение студентом таких заданий является отличным инструментом, развивающим его мышление и формирующим, в конечном итоге, элементы творческой деятельности, что пробуждает его интерес к чтению научно-популярных книг, поиску биографических сведений о выдающихся математиках и естествоиспытателях. Они начинают посещать разнообразные выставки образовательного и научно-технического направления, посещать книжные ярмарки, новые поступления в читальных залах, в том числе и электронный ресурс, смотрят познавательные передачи по ТВ. Во время работы над докладом или рефератом студенты также консультируются с научным руководителем или лектором, участвуют в студенческих научно-технических дискуссиях, викторинах, посещают научные семинары, присутствуют на защите диссертаций. Те студенты, которые успешно справляются с заданиями, самостоятельными работами, контрольными тестами, получают крепкие знания по изучаемым темам. Таким образом, работая над взятой темой, студент имеет возможность хорошо ее изучить, оформить в виде доклада и в виде презентации и выступить на студенческой конференции, которая обычно проводится в нашем университете в конце мая и является вместе с экзаменом годовым итогом изучения дисциплины "Математика".

Выводы. В изложенном подходе мы видим следующие возможности:

- 1) углублять понимание студентом темы ДУ;
- 2) воспитывать в будущем инженере некоторые черты исследователя;
- 3) повышать активность студента в изучении технической литературы и математики;
- 4) осваивать программирование и современные вычислительные средства, подобные *Maple*, *Mathematica*, *MATLAB*;
- 5) формировать научно-техническое мировоззрение молодого специалиста в понимании того, что через математические модели можно изучать явления реального мира и делать прогноз.

Список использованных источников

1. Сычева Н.В. Методика изучения дифференциальных уравнений средствами поисковой деятельности студентами технических направлений подготовки: диссертация кандидата педагогических наук: 13.00.02 / Н.В. Сычева; [Место защиты: Орлов. гос. ун-т]. – Брянск. – 2013. – 201 с.: ил. РГБ ОД, 61 13-13/281.
2. Кудрявцев В.Т. Проблемное обучение: истоки, сущность, перспективы /В.Т. Кудрявцев// Новое в жизни, науке, технике. Сер. «Педагогика и психология». — М.: Знание, 1991. — №4. — 80 с.
3. Ковалевская Э.И. Как можно в техническом вузе формировать и развивать творческое мышление студента при изучении дисциплины «Математика» /О.М. Кветко// IV Всеукраїнська науково-практична конференція з міжнародною участю «Наукова діяльність як шлях формування професійних компетентностей майбутнього фахівця» – 1-2 грудня 2016. – Суми. – 2016. Ч. 1. – С. 37-39.
4. Карпова Ю.А., Введение в социологию инноватики: Учебное пособие. /Ю.А. Карпова. Спб.: Питер. — 2004. — 192 с.
5. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях / В.В. Амелькин. — М.: Наука, 1987. — 158 с.
6. Карпук А.А. Высшая математика для технических университетов. Дифференциальные уравнения / А.А. Карпук, В.Ф. Бондаренко, О.Ф. Борисенко. — Минск.: Харвест, 2010. — 298 с.
7. Эдварс Ч.Г. Дифференциальные уравнения и краевые задачи: Моделирование и вычисление с помощью *Mathematica*, *Maple* и *MATLAB* / Ч.Г. Эдварс, Д.Э. Пенни. — М.: ООО "И.Д. Вильямс", 2008. — 1104 с.

8. Ковалевская Э.И. Модульный метод преподавания математики в аграрном техническом университете /О.М. Кветко, О.В. Рыкова// Фізико-математична освіта. Науковий журнал. Суми: Вид-во СумДПУ ім. А.С.Макаренка, – 2016. – № 1(7). – С. 81-86.
9. Аносов Д.В. Дифференциальные уравнения: то решаем, то рисуем / Д.В. Аносов. — М.: МЦНМО, 2010. 2-е изд., стереотип. – 200 с.
10. Дужин С.В. От орнаментов до дифференциальных уравнений /С.В. Дужин, Б.Д. Чеботаревский. – Минск.: Вышэйшая школа, 1988. – 256 с.
11. Никифоровский В.А. Путь к интегралу / В.А. Никифоровский. – М.: Наука, 1985. – 190 с.

References

1. Sycheva N.V. Methods of study of differential equations by means of searching activities of technical students' schoolings: Ph.D. thesis of pedagogical sciences: 13.00.02 / N.V. Sycheva; [Orlov. state Univ.]. – Bryansk. – 2013. – 201 p.: illustrations PGB OD, 61 13-13/281 (in Russian)
2. Kudryavtsev V.T. Problem teaching: origins, main points, prospects / V.T. Kudryavtsev // The new in life, science, technics. Ser. «Pedagogics and psychology». — М.: Znanie, 1991. — №4. — 80 p. (in Russian)
3. Kovalevskaya E.I. How can form and develop creative thinking of students in studying mathematics in a technical college / О.М. Kvetko // IV Vseukrainskaya naukovopractichnaya conference with international participation «Science activities as a way of for professional kompententnostey of future specialist» – 1-2 December 2016. – Sumy. – 2016. Ch. 1. – P. 37-39 (in Russian)
4. Karpova Yu.A., Introduction to sociology innovatiki: School-book /Yu.A. Karpova. St-Pb.: Piter. — 2004. – 192 p. (in Russian)
5. Amelkin V.V. Differential equations in applications / V.V. Amelkin. – М.: Nauka, 1987. – 158 p.
6. Karpuk A. A. Higher mathematics for technical universities. Differential equations /A.A. Karpuk, B.Ф. Bondarenko, O.F. Borisenko. – Минск.: Harvest, 2010. – 298 p. (in Russian)
7. Edvars Ch.G. Differential equations and regional problems: Modeling and calculation using Mathematica, Maple и MATLAB / Ch.G. Edvars, D.E. Penni. – М.: ООО "I.D. Williams", 2008. – 1104 p. (in Russian)
8. Kovalevskaya E.I. Modular teaching of mathematics in the agrarian technical university /О.М. Kvetko, О.В. Rykova// Fisyko-matematychna osvita. Naukovyi zhurnal. – Sumy: Vyd-vo sumDPU im. A.S. Makarenka, – 2016. – № 1(7). – P. 81-86 (in Russian)
9. Anosov D. V. Differential equations: now solve, now paint /D.V. Anosov. — М.: MTsNMO, 2010. 2-th stereotyped. – 200 p. (in Russian)
10. Duzhin S.V. From ornamental pattern up to differential equations /S.V. Duzhin, B.D. Chebotarevsky. – Минск.: Vysheishaya shkola, 1988. – 256 p. (in Russian)
11. Nikiforovsky V.A. A way to integral / V.A. Nikiforovsky. – М.: Nauka, 1985. – 190 p. (in Russian)

DIFFERENTIAL EQUATIONS AS ELEMENT OF MATHEMATICAL MODELING IN TEACING OF MATHEMATICS

Ela Kavaleuskaya, Aksana Kvetko

Byelorussian State Agrarian Technical University, Republic Belarus

Abstract. We discuss some aspects of teaching the theme "Differential equations" Department "Higher mathematics" of the Belarusian state agrarian technical University (crumple) associated with the activation of the role of the student in learning. Note the importance of this topic as part of the mathematical modeling of real processes in time. Supports the view that at the present time as an important analytical solution methods do, and numerical methods with the use of programming and computational tools Maple, Mathematica, MATLAB. We give an example showing how simple do you receive in a physics class. Next, give a number of recommendations on how to improve the absorption of the topics mentioned by students. This can be done through the preparation of essays and reports, presentation at seminar or conference; in the production of tables and tests, construction of diagrams and graphs. Teach students to Follow new acquisitions in the reading rooms, and electronic library, to be interested in current scientific and technical exhibitions, attend scientific workshops, etc. We believe that the study of this topic helps to Shape the scientific-technical worldview of the young specialist in the understanding that using mathematical models to analyse real world phenomena and make.

Key words: teaching of differential equations in BSATU, analytical methods, contemporary tendencies.