

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
 Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
 ISSN 2413-1571 (print)

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
 Видається з 2013.



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Бобрицька Г.С. Прикладне застосування теорії графів у різних сферах життя суспільства та окремої особистості // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2017. – Випуск 3(13). – С. 26-30.

Bobrycka G. Applications Of Graph Theory In Social And Personal Life-Spheres // Physical and Mathematical Education : scientific journal. – 2017. – Issue 3(13). – P. 26-30.

УДК 519.1

Г.С. Бобрицька

*Харківський національний автомобільно-дорожній університет, Україна
 bogalina31@ukr.net*

ПРИКЛАДНЕ ЗАСТОСУВАННЯ ТЕОРІЇ ГРАФІВ У РІЗНИХ СФЕРАХ ЖИТТЯ СУСПІЛЬСТВА ТА ОКРЕМОЇ ОСОБИСТОСТІ

Анотація. Було проаналізовано сучасні науково-методичні роботи з теорії графів на тему практичного застосування теорії графів у різних галузях людського життя, використання графів для візуального моделювання об'єктів, в яких ключову роль відіграють зв'язки між елементами об'єкту, використання теорії графів для формалізації об'єктів та їх внутрішніх зв'язків. Виявлено основні напрями класичного використання теорії графів при розв'язуванні типових задач логістики, оптимізації, програмування, хімії, біології. Визначено новітні напрями застосування теорії графів у соціальних дослідженнях, які аналізують соціальні мережі (кримінальні мережі розповсюдження заборонених хімічних речовин та зброї, військові ворожі мережі, розповсюдження захворювань серед населення через особистий контакт) на виявлення ключових об'єктів або осередків захворювань. В сучасному технологічному світі теорія графів широко застосовується для аналізу соціальних комп'ютерних мереж на наявність зв'язків між людьми, на особисті вподобання для цільової реклами, для аналізу зв'язків між інтернет-сторінками з метою створення оптимальної пошукової системи.

Ключові слова: теорія графів, практичне застосування, формалізація об'єктів, соціальні мережі, пошукова система, алгоритм PageRank.

Постановка проблеми. На сучасному етапі розвитку людство використовує соціальні та інтернет-мережі в різних галузях життя. Для аналізу, оптимальної побудови та розвитку мереж можна використовувати існуючий математичний апарат теорії графів.

Аналіз актуальних досліджень. Теорія графів вивчається у вищих навчальних закладах окремо або у складі інших дисциплін. Аналіз програм ВНЗ [2-4; 6; 12; 13], які готують бакалаврів у галузі знань 12 – «Інформаційні технології», показав, що основи теорії графів є невід'ємною складовою підготовки майбутніх фахівців у зазначеній галузі. В сучасній українській навчально-методичній літературі [1; 5; 7; 9-11; 20] можна виділити наступні елементи практичного застосування теорії графів:

– огляд класичних алгоритмів: пошук шир і пошук вглиб, пошук найкоротших шляхів та максимальних потоків тощо;

– розв'язування типових задач практичного характеру (про телекомунікаційні вежі, розфарбування мап, деякі логічні задачі, пов'язані із графічним зображенням відношень);

– визначення основних шляхів застосування графів: пошук зв'язних компонентів у комунікаційних мережах; пошук найкоротших та найдешевших шляхів у комунікаційних мережах; побудова кістякового дерева (зв'язність з найменшою можливою кількістю ребер); пошук максимального потоку для транспортної мережі, в якій визначено джерела, стоки та пропускні спроможності ребер; ізоморфізм графів (ідентичність структур молекул); знаходження циклів графів: гамільтонів цикл (задача комівояжера); ейлерів цикл (контроль дієздатності мережі); розфарбування графів (розфарбування географічних мап, укладання розкладів навчання, розміщення ресурсів тощо); планарність графів (проекування друкованих електронних

та електричних схем, транспортних розв'язок тощо); знаходження центрів графа (вершин, максимальна відстань від яких до всіх інших вершин графа є мінімальною) [14].

Перелічені застосування можна віднести до типових або класичних прикладів, яким не вистачає конкретизації та сучасності, що б позитивно вплинуло на сприйняття майбутніми фахівцями ролі математичних теорій у розвитку інформаційних технологій.

Метою даної роботи було визначення напрямів практичного застосування у сучасному світі елементів теорії графів. Для цього було поставлено наступні **завдання**: проаналізувати сучасну наукову та методичну літературу з приводу практичного застосування теорії графів; визначення основних напрямків застосування; наведення конкретних прикладів.

Виклад основного матеріалу.

Теорія графів – розділ математики, в якому вивчаються графи та їх властивості. Графи звичайно зображують у вигляді точок (вершин), з'єднаних відрізками (ребрами). Графи можна задавати графічно, у вигляді списків ребер, за допомогою матриць інцидентності та суміжності, що значно спрощує створення математичних моделей на основі візуального представлення. За допомогою графів можна візуально представити об'єкти та відношення, або зв'язки, між ними. Все в реальному світі пов'язано: міста можна представити як мережу вулиць, залізничну та польотну мережу. Сторінки в Інтернеті пов'язані посиланнями. Різні компоненти електричного та електронного ланцюга або мікросхема комп'ютера підключені. Шляхи спалахів захворювань утворюють мережу. Аналіз та оптимізація мереж можуть бути виконані за допомогою теорії графів [22]. Граф є одним із інструментів моделювання. Моделі різних об'єктів у вигляді графів можуть мати спільні властивості. Загальні властивості певних груп графів є предметом вивчення у теорії графів.

Теорію графів широко застосовують у логістиці. Інтелектуальні транспортні системи можуть працювати, збираючи дані про місцезнаходження від навігаторів автомобілів і передавати інформацію водіям, де і як швидко їздити, щоб зменшити загальне перевантаження. Теорія графів вже використовується авіакомпаніями, які хочуть з'єднати велику кількість міст найефективнішим чином, створити систему переміщення великої кількості пасажирів з найменшою кількістю можливих поїздок [22]. Дана проблема схожа за своєю суттю на задачу про комівояжера. У той же час, авіадиспетчери повинні переконатися, що сотні літаків знаходяться в потрібному місці в потрібний час і запобігти можливим аваріям. Вирішення цього завдання не було б можливим без комп'ютерів і теорії графів [22].

Одна з галузей, де швидкість і кращі сполуки мають вирішальне значення має розробка комп'ютерних чипів. Інтегральні схеми складаються з мільйонів транзисторів. Для поліпшення продуктивності чипа необхідно оптимізувати значну кількість зв'язків [22].

Теорія графів також грає важливу роль в аналізі та візуалізації еволюції тварин і мов, контролю натовпу і поширення захворювань [22].

В хімії графи використовують для прогнозування хімічних перетворень та візуального зображення залежностей, зв'язків, класифікацій та ієрархій. В кінці XIX ст. А. Келі вивів формулу кількості неорієнтованих дерев з n поміченими вершинами, яка розв'язувала задачу про можливі структури насичених (або граничних) вуглеводнів [8]. Молекула кожного граничного вуглеводню може бути представлена у вигляді дерева (ациклічного графу). При видаленні атомів водню решта атомів також буде утворювати дерева з валентністю вершин не вище 4. Число можливих структур можливих вуглеводів є числом скінченим і дорівнює числу дерев з вершинами степеня не більше 4 [8].

Спільні властивості мають моделі, пов'язані з визначенням головної вершини, які використовуються у воєнній справі, при визначенні структур кримінальних мереж, для знаходження осередку зараження. Ілюстративним прикладом застосування теорії графів у реальному житті є статистична робота Левенкової Н. [21]. В своїй роботі вона застосувала теорію графів до двох проблем, пов'язаних з реальними мережами. Перша проблема полягала в моделюванні мережі сексуальних контактів, а друга включала в себе кримінальні мережі. Структура базової мережі сексуальних контактів важлива для дослідження інфекцій, що передаються статевим шляхом. У роботі була створена просторова динамічна модель мережі на основі емпіричних даних та математично доведена рівноцінність заходів, які стосуються окремих параметрів моделі. Дослідження ринків наркотиків і злочинних синдикатів груп, які працюють всередині них, важливо, щоб боротися з ними найбільш ефективними способами. Було досліджено ефективність чотирьох різних стратегій втручання, метою яких була ліквідація злочинних мереж: заходи щодо особистості, що ґрунтуються на високому рівні діяльності; заходи щодо особистості, засновані на ролях; втручання, що поєднує перші дві стратегії; і випадкове втручання. Результати дослідження показали, що найбільш ефективна стратегія щодо осіб з урахуванням високого рівня і ролі в мережах.

Одним із ефективних інструментів для виявлення критично важливих об'єктів інформаційної структури є теорія графів [17]. Сутність застосування теорії графів полягає у представленні інформаційної структури у вигляді зваженого орієнтованого графа, де абоненти позначені вершинами, а відомі напрямки потоків інформації ребрами. Задача полягає у визначенні за допомогою графа основних та резервних маршрутів передачі інформації. Основним маршрутом є прямий зв'язок між абонентами, резервний містить найменшу

кількість посередників. Аналіз абонентів на критичну важливість показує, вилучення якого конкретного інформаційного сегменту може порушити зв'язність всієї мережі, або збільшити навантаження на інші системи. Існують і інші методики визначення критично важливих об'єктів інформаційної структури. Перевагами застосування теорії графів є можливість комплексного представлення взаємозв'язків між об'єктами, виявлення функціональних залежностей та побудови відповідної математичної моделі. До недоліків можна віднести необхідність інформації про всі взаємозв'язки між об'єктами [17].

В останні роки спостерігається ще одне важливе застосування теорії графів: Інтернет. Графи використовують для ефективного реклами. Аналізуючи контакти людей, їх вподобання, друзів, вподобання друзів, сторінки, які вони «репостять» у комп'ютерних соціальних мережах (Facebook, Vkontakte, Twitter тощо), можна орієнтувати свою рекламу досить ефективно [15]. Цікавим є факт, що дві навмання обрані сторінки у соціальній мережі Facebook можна з'єднати ланцюгом довжиною 12 ребер. Подібна теорія існувала і у соціологічних дослідженнях минулого століття, в якій стверджувалось, що між будь-якими двома людьми планети можна створити ланцюг із знайомих, що містить тільки 6 осіб. Різниця в числових значеннях може бути пов'язана з тим, що соціальні мережі не охоплюють все людство без виключень, не встановлюють всі можливі родинні, соціальні, професійні зв'язки.

Сторінки в Інтернеті можна представляти як вершини графа, а наявність зв'язку між сторінками як ребро, інцидентне відповідним вершинам. Перші пошукові машини в Інтернеті виконували пошук за ключовим словом та створювали ієрархію сторінок за кількістю переглядів. Використовуючи таку систему, вони не могли визначити, чи відповідає сторінка запиту або є спамом.

Сучасна пошукова машина Google для надання рангу сторінці використовує сімейство алгоритмів RankPage. Початково алгоритм RankPage був сформульований С. Бріном та Л. Пейджем [18,19]. Підґрунтям для ідеї ранжування важливості інтернет-сторінок за кількістю цитувань був алгоритм, розроблений в 1976 році Габріелем Пінскі та Френсіс Нарина для наукометричних рейтингів наукових журналів. Даний алгоритм заснований на методі графів виявлення ступеня важливості сторінки через кількість цитувань. Ранг сторінок розраховується за формулою (1) [16]:

$$PR(A) = (1 - d) + d \left(\frac{PR(T_1)}{C(T_1)} + \frac{PR(T_2)}{C(T_2)} + \dots + \frac{PR(T_n)}{C(T_n)} \right), \quad (1)$$

де d – коефіцієнт згасання, який може бути в межах від 0 до 1, звичайно дорівнює 0,85;

$C(T_i)$ – число вихідних посилань сторінки T_i ;

$PR(X_i)$ – це випадкові величини, сума яких для всієї мережі дорівнює 1.

На ранг сторінки у пошуковій машині Google істотно впливають два фактори: число вхідних і число вихідних посилань. Вхідні посилання на ранг власної сторінки істотно не вплинуть, але й негативного впливу не буде. Стосовно вихідних посилань проаналізуємо формулу. Велика кількість вихідних посилань сторінки T_i , яка цитує сторінку A , ніяк не вплине або вплине несуттєво на значення $PR(A)$. Це пов'язано з тим, що дріб $\frac{PR(T_i)}{C(T_i)}$ фактично визначає «самостійність» сторінки. Якщо ця сторінка посилається на велику кількість інших, то яка цінність такої сторінки, якщо можна використовувати першоджерела. Відповідно числове значення дробу $\frac{PR(T_i)}{C(T_i)}$ наближається до 0 ($0 \leq PR(T_i) \leq 1$, при значному збільшенні вихідних посилань у знаменнику $C(T_i)$, дріб зменшується).

Числове значення PageRank не є єдиним засобом ранжування інтернет-сторінок пошукової системи Google, а використовується як коефіцієнт для рівня відповідності сторінки запиту користувачів. Відповідно, чим більше значення PageRank, тим більша ймовірність потрапляння сторінки у перші рядки пошукового списку.

Для розробників та дизайнерів інтернет-сторінок будуть цікаві PageRank калькулятори, наприклад, <https://www.prchecker.info>, <http://checkpagerank.net>, page-rank-calculator.com. Для цих калькуляторів достатньо ввести адресу інтернет-сторінки та пройти просту бот-перевірку.

Висновки. Теорія графів використовується в різних галузях знань та має широке прикладне застосування від візуалізації, наочного представлення об'єктів та зв'язків між ними, до створення, формалізації, аналізу та перетворення моделей. З розвитком та інтеграцією інтернет-мереж у різні сфери діяльності окремих людей та суспільства в цілому, для аналізу їх впливу на соціум доцільно використовувати вже існуючий опрацьований математичний апарат теорії графів.

Список використаних джерел

1. Бартіш М.Я., Дудзяний М.І. Дослідження операцій. Частина 2. Алгоритми оптимізацій на графах. Підручник. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2007. – 120 с.
2. Дискретна математика. Комплекс навчально-методичного забезпечення для студентів за напрямом 125 «Кібербезпека» / Укл.: Ротаньова Н.Ю. – Маріуполь: МДУ, 2016. – 19 с.
3. Дискретна математика. Навчальна програма дисципліни для студентів галузі знань 0501 Інформатика та обчислювальна техніка напряму підготовки 6.050101 Комп'ютерні науки факультету електроніки. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2012. – 6 с.

4. Дискретна математика. Програма навчальної дисципліни підготовки бакалаврів зі спеціальності 121«Інженерія програмного забезпечення». – Харків: ХНЕУ імені Семена Кузнеця, 2016. – 6 с.
5. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. Полный курс. – М.: Физматлит, 2007. – 408 с.
6. Комп'ютерна дискретна математика. Навчальна програма дисципліни для студентів за напрямом 6.050103 "Програмна інженерія". – Житомир: ЖДТУ, 2014. – 11 с.
7. Кривий С.Л. Курс дискретної математики. Навчальний посібник. – К: Наукова думка, 2007. – 432 с.
8. Кушнерьов О. Про деякі застосування теорії графів [Текст] / О. Кушнерьов // Фізико-математична освіта : збірник наукових праць. – Суми : Вид-во фізико-математичного факультету СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2015. – № 1 (7). – С. 50–56.
9. Матвієнко М. П. Дискретна математика Навч. посібник. – К.: «Видавництво Ліра-К», 2013. – 324 с.
10. Нікольський Ю. В., Пасічник В., Щербина Ю. М. Дискретна математика: Підручник. – Львів: «Магнолія – 2006», 2009. – 432 с.
11. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов: Учебник для вузов. – 2-е изд. – СПб.: Питер, 2007. – 364 с.
12. Програма та робоча програма навчальної дисципліни "Дискретна математика" (для студентів 2 курсу заочної форми навчання за напрямом підготовки 6.030601 "Менеджмент", спеціальність "Менеджмент організацій" / Укл.: Колосов А.І., Якунін А.В. – Харків: ХНАМГ, 2009. – 15 с.
13. Робоча програма «Комп'ютерна дискретна математика» для студентів за напрямом підготовки 6.050103 Програмна інженерія / Укл.: д.п.н., проф. Співаковський О.В, ст..в. Черненко І.Є – Херсон: ХДУ, 2012. – 5 с.
14. Трохимчук Р.М. Теорія графів. Навчальний посібник для студентів факультету кібернетики / Трохимчук Р.М. – К.: РВЦ «Київський університет», 1998. – 43 с.
15. Application of Graph Theory in real world. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://prezi.com/tseh1wvrvves-/application-of-graph-theory-in-real-world>.
16. Sergey Brin, Lawrence Page The Anatomy of a Large-Scale Hypertextual Web Search Engine // Computer Science Department, Stanford University, Stanford. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://infolab.stanford.edu/~backrub/google.html>
17. Gnatyuk S., Sydorenko V., Duksenko O. Modern approaches to critical infrastructure objects detection and identification // Ukrainian Scientific Journal of Information Security, 2015, vol. 21, issue 3, p. 269-275.
18. Google Page Rank algorithm in Python. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://www.peterbe.com/plog/blogitem-040321-1>
19. HostSolutions. Алгоритм Page Rank изнутри – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://host-solutions.ru/cms-joomla/instruction-joomla/242-pagerank.html>
20. Keijo Ruohone n*Graph Theory* (Translation by Janne Tamminen, Kung-Chung Lee and Robert Piché), 2013
21. Levenkova Natalya Applications of graph theory to real-world networks // Mathematics&Statistics, Faculty of Science, 2014 – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://handle.unsw.edu.au/1959.4/53918>
22. Mathigon. Active learning. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://world.mathigon.org/Graph_Theory

References

1. Bartish M.YA., Dudzyanyy M.I. Doslidzhennya operatsiy. Chastyna 2. Alhorytmy optymizatsiy na hrafakh. Pidruchnyk. – L'viv: Vydavnychyytsentr LNU imeni Ivana Franka, 2007. – 120 s. (in Ukrainian)
2. Dyskretna matematyka. Kompleks navchal'no-metodychnoho zabezpechennya dlya studentiv za napryamom 125 «Kiberbezpeka» / Ukl.: Rotan'ova N.YU. – Mariupol': MDU, 2016. – 19 s. (in Ukrainian)
3. Dyskretna matematyka. Navchal'na prohrama dystsypliny dlya studentiv haluzi znan' 0501 Informatyka ta obchyslyval'na tekhnika napryamu pidhotovky 6.050101 Komp'yuterni nauky fakul'tetu elektroniky. – L'viv: LNU imeni Ivana Franka, 2012. – 6 s. (in Ukrainian)
4. Dyskretna matematyka. Prohrama navchal'noyi dystsypliny pidhotovky bakalavriv zi spetsial'nosti 121 «Inzheneriya programnoho zabezpechennya». – Kharkiv: KHNEU imeni Semena Kuznetsya, 2016. – 6 s. (in Ukrainian)
5. Yvanov B.N. Dyskretnaya matematyka. Alhorytmy y prohrammy. Polnyy kurs. – M.: Fyzmatlyt, 2007. – 408 s. (in Ukrainian)
6. Kompyuterna dyskretna matematyka. Navchal'na prohrama dystsypliny dlya studentiv za napryamom 6.050103 "Prohramnainzheneriya". – Zhytomyr: ZHDTU, 2014. – 11 s. (in Ukrainian)
7. Kryvyy S.L. Kurs dyskretnoy imatematyky. Navchal'nyy posibnyk. – K: Naukova dumka, 2007. – 432 s. (in Ukrainian)
8. Kushner'ov O. Pro deyaki zastosuвання teoriyi hrafiv [Tekst] / O. Kushner'ov // Fyzyko-matematychna osvita : zbirnyk naukovykh prats'. – Sumy : Vyd-vo fyzyko-matematychnoho fakul'tetu SumDPU imeni A. S. Makarenka, 2015. – № 1 (7). – S. 50–56. (in Ukrainian)

9. Matviyenko M. P. Dyskretna matematyka Navch. posibnyk. – K.: «Vydavnytstvo Lira-K», 2013 – 324 s. (in Ukrainian)
10. Nikol's'kyy YU. V., V. Pasichnyk, YU. M. Shcherbyna Dyskretna matematyka: Pidruchnyk. – L'viv: «Mahnoliya - 2006», 2009. – 432 s. (in Ukrainian)
11. Novykov F.A. Dyskretnaya matematyka dlya prohrammystov: Uchebnyk dlya vuzov. – 2-e yzd. – SPb.: Pyter, 2007. – 364 s. (in Ukrainian)
12. Prohrama ta robocha prohrama navchal'noyi dystsypliny "Dyskretna matematyka" (dlya studentiv 2 kursu zaочноyi formy navchannya za napryamom pidhotovky 6.030601 "Menedzhment", spetsial'nist' "Menedzhment orhanizatsiy" / Ukl.: Kolosov A.I., Yakunin A.V. – Kharkiv: KHNAMH, 2009. – 15 s. (in Ukrainian)
13. Robocha prohrama «Komp'yuterna dyskretna matematyka» dlya studentiv za napryamom pidhotovky 6.050103 Prohramna inzheneriya / Ukl.:d.p.n., prof. Spivakovs'kyy O.V, st..v. Chernenko I.YE – Kherson: KHDU, 2012. – 5 s. (in Ukrainian)
14. Trokhymchuk R.M. Teoriyahrafov. Navchal'nyy posibnyk dlya studentiv fakul'tetu kibernetiky / Trokhymchuk R.M. – K.: RVTS «Kyyivs'kyy universytet», 1998. – 43 s. (in Ukrainian)
15. Application of Graph Theory in real world. – [Elektronnyy resurs]. – Rezhymdostupu: <http://prezi.com/tseh1wvpves-/application-of-graph-theory-in-real-world>. (in English)
16. Sergey Brin, Lawrence Page The Anatomy of a Large-Scale Hypertextual Web Search Engine // Computer Science Department, Stanford University, Stanford. – [Elektronnyy resurs]. – Rezhymdostupu: <http://infolab.stanford.edu/~backrub/google.html> (in English)
17. Gnatyuk S., Sydorenko V., Duksenko O. Modern approaches to critical infrastructure objects detection and identification // Ukrainian Scientific Journal of Information Security, 2015, vol. 21, issue 3, p. 269-275. (in English)
18. Google PageRank algorithm in Python. – [Elektronnyy resurs]. – Rezhymdostupu: <https://www.peterbe.com/plog/blogitem-040321-1> (in English)
19. HostSolutions. Alhorytm PageRank yznutry – [Elektronnyy resurs]. – Rezhymdostupu: <http://host-solutions.ru/cms-joomla/instruction-joomla/242-pagerank.html> (in Russian)
20. Keijo Ruohonen Graph Theory (Translation by Janne Tamminen, Kung-Chung Lee and Robert Piché), 2013. (in English)
21. Levenkova Natalya Applications of graph theory to real-world networks // Mathematics & Statistics, Faculty of Science, 2014 – [Elektronnyy resurs]. – Rezhymdostupu: <http://handle.unsw.edu.au/1959.4/53918> (in English)
22. Mathigon. Active learning. – [Elektronnyy resurs]. – Rezhymdostupu: http://world.mathigon.org/Graph_Theory(in English)

APPLICATIONS OF GRAPH THEORY IN SOCIAL AND PERSONAL LIFE-SPHERES

Galina Bobrycka

Kharkiv National University of Automobile and Highways, Ukraine

Abstract. Examined contemporary scientific and methodical work on the theory of graphs on the practical applications of graph theory in various fields of human life, the use of graphs for visual modeling of objects in which the key role played by the relationship between the elements of object, using graph theory to formalize the notion of objects and their internal relations. The main trends of the classical use of graph theory in solving typical problems of logistics, optimization, programming, chemistry, biology. Identified new areas of application of graph theory in social research, analyzing social networks (criminal distribution networks of prohibited chemicals and weapons, military hostile network, the spread of diseases among the population through personal contact) to identify the key objects or foci of disease. In the modern technological world graph theory is widely used for the analysis of social computer networks to the existence of ties between people, on personal preferences to target the ads, to analyze the relationships between Internet pages in order to create optimal search engine.

Keywords: graph theory, applications of graph theory, formalization of real object, social networks, search engine, PageRank algorithm.