

Scientific journal  
**PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION**  
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)  
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал  
**ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА**  
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

*Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г. Використання принципу когнітивної візуалізації в навчанні математики // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2017. – Випуск 3(13). – С. 136-140.*

*Semenikhina O., Drushlyak M. Principle Of Cognitive Visualization And Its Use In Teaching Mathematics // Physical and Mathematical Education : scientific journal. – 2017. – Issue 3(13). – P. 136-140.*

УДК 378.147:371.134

**О.В. Семеніхіна<sup>1</sup>, М.Г. Друшляк<sup>2</sup>**

*Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка, Україна*

*<sup>1</sup>e.semenikhina@fizmatsspu.sumy.ua*

*<sup>2</sup>marydru@fizmatsspu.sumy.ua*

### **ПРИНЦИП КОГНІТИВНОЇ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ І ЙОГО ВИКОРИСТАННЯ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ**

**Анотція.** У статті піднімається проблема удосконалення підготовки вчителя через зміну підходів у навчанні. Розглянуто специфічний принцип дидактики – принцип когнітивної візуалізації, який інтегровано з двох методологічних підходів: когнітивного і візуального (наочного). Обґрунтовано його використання у підготовці сучасного вчителя. На прикладі застосування інформаційних технологій у галузі математики, зокрема, програми динамічної математики GeoGebra, продемонстровано, як саме використання принципу когнітивної візуалізації сприяє формуванню математичних понять, розвитку критичного і творчого мислення суб'єктів навчального процесу. Зроблено висновок про важливість формування вмінь у вчителя створювати когнітивно-візуальні моделі, які сприятимуть якісному засвоєнню знань учнями.

**Ключові слова:** методологічні підходи і принципи навчання, специфічні принципи, принцип когнітивної візуалізації, професійна підготовка, підготовка вчителя математики.

Сучасна освіта опікується тенденціями, які зумовлені розвитком інформаційного суспільства. Повсюдне використання мобільних пристроїв, активні запити ресурсів у мережі Інтернет так вплинули на підростаюче покоління, що наразі більш затребуваними стають візуальні образи, а технології візуалізації стають провідними у навчальному процесі. Водночас освітяни часто стикаються з проблемами відсутності готової якісної візуальної підтримки навчального матеріалу, несформованістю у майбутніх учителів умінь якісно візуалізувати поняття та їх властивості для забезпечення інтенсифікації навчального процесу, орбумовленої скороченням навчальних годин і постійними змінами у вимогах до навчальних досягнень учнів.

Означені проблеми обумовили вивчення принципів навчання з метою виокремлення таких, які б у сучасних умовах забезпечили високу якість навчального процесу. Нами виділено традиційні принципи системності, науковості, неперервності, систематичності, а також специфічний принцип когнітивної візуалізації. Цей принцип інтегровано з двох підходів: когнітивного і візуального. Когнітивний підхід передбачає створення таких навчальних ситуацій, де оптимізується розумова діяльність суб'єктів навчального процесу, стимулюється у них розвиток процесів мислення та інтелектуальних операцій. Іншими словами, акцентується увага на пізнавальних процесах суб'єктів навчання. Візуальний підхід у навчанні передбачає активне використання наочностей для формування уявлень і понять про оточуючий світ та процеси, що відбуваються у ньому. Поєднання таких підходів у *когнітивно-візуальний підхід* означає, що навчання має будуватися на активному і цілеспрямованому використанні резервів візуального мислення, що передбачає зміщення акцентів з ілюстративної функції наочності на пізнавальну і розвиваючу. [1; 2]

Нейрофізіологами було встановлено функціональну асиметричність півкуля головного мозку людини: права півкуля «відповідає» за просторове мислення і за образне сприйняття форм, а ліва – за логіку і роботу зі знаковими моделями. Причому, як зазначено у [3], у більшості людей права півкуля випереджає ліву під час роботи з новою інформацією. Тому доцільним є посилення наочно-образної складової навчального

матеріалу, і затребуваними стають підходи і принципи навчання, які у своїй основі використовують образне мислення особистості [4].

Особливо актуальним є використання цього принципу у підготовці вчителя інформатико-математичного профілю, де кожне абстрактне поняття, перш ніж буде сформоване, має бути уявлене для забезпечення подальшої можливості донесення до учня цього поняття зрозумілими термінами, поясненнями, ілюстраціями.

У психології тривалий час доводили, що наочно-образне мислення є нижчим у порівнянні зі словесно-логічним (понятійним), тому формалізований підхід до навчання вважали більш значущим і ефективним. Зокрема, на уроках математики здійснювали швидкий перехід від означень понять до оперування знаками, які дублюють ці поняття. Водночас висловлювалися тези про важливість і образного мислення в засвоєнні математичних понять, що підтверджують М. Башмаков [5], В. Далінгер [6], Н. Манько [7], Н. Резник [8] та ін.

Механізми вербально-логічного відображення не спроможні дати можливість дитині уявити дії у візуальній формі, саме тому пізнавальні процеси повинні спиратися на когнітивно-візуальні форми представлення знань. Це означає, що у підготовці вчителя принцип когнітивної візуалізації передбачає залучення до процесу пізнання різних відчуттів, у тому числі і зорового сприйняття навчального матеріалу, що залишає у свідомості людини певні образи, уявлення, моделі [9; 10; 11]. Саме вони стають основою для розвитку мислення і просторової уяви, що конче необхідно як майбутньому вчителю, так і учням, які під його керівництвом будуть вивчати навчальні предмети.

Це зумовлює інтенсивний пошук візуальних засобів передачі знань (знаки, символи, схеми, графи, матриці, таблиці тощо), які б забезпечували і стимулювали сприйняття, запам'ятовування, відтворення на високому рівні абстракцій і активізували процес навчання.

Одним із шляхів вирішення означеної проблеми є використання спеціалізованих комп'ютерних засобів. Так, аналіз їх використання в навчанні математики та інформатики підтвердив, що програми динамічної математики мають певні переваги над іншими комп'ютерними засобами математичного спрямування через передбачену розробниками динамізацію геометричних конструкцій, візуалізацію алгебраїчних залежностей, можливість кольорового подання дидактичних матеріалів, їх покрокового відтворення, алгоритмічних підходів у моделюванні тощо.

На підтвердження ефективності цієї тези наведемо приклад індивідуального завдання, яке пропонується майбутнім вчителям математики та інформатики в рамках спецкурсу, метою вивчення якого є формування у майбутніх учителів умінь візуалізувати навчальний контент у спеціалізованих математичних середовищах.

**Завдання 1.** Створити інтерактивний аплет для демонстрації теореми про суму внутрішніх кутів опуклого чотирикутника з використанням програми *GeoGebra*, попередньо переформулювавши теорему у вигляді задачі на дослідження.

Детально побудову аплетів на базі *GeoGebra* нами описано у [12].

Студенти, майбутні вчителі математики та інформатики, мають створити динамічну модель, яка б в інтерактивному режимі демонструвала, що сума внутрішніх кутів опуклого чотирикутника є незмінною величиною, рівною  $360^\circ$ . Якщо модель побудована (рис.1), то це є підґрунтям для впровадження когнітивно-візуального підходу у навчанні, оскільки така модель дає можливість не лише побачити властивість, а й емпірично перевірити її справедливості на необмеженій кількості варіантів (створених чотирикутників). Використання такої моделі також спонукає до роздумів щодо виконання властивості на неопуклих чотирикутниках, опуклих п'яти-, шестикутниках тощо, що забезпечує включення у процес навчання візуального мислення і конструктивізму.

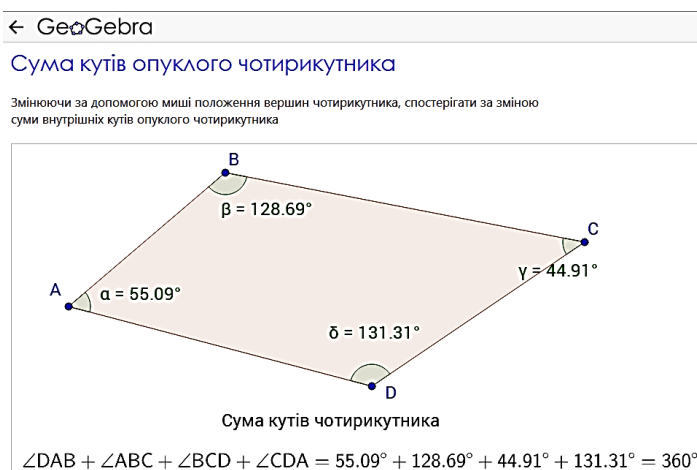


Рис. 1

**Завдання 2.** У сферу радіуса 4 вписано конус. Якою має бути висота конуса, щоб його об'єм був найбільшим? [13, с.202]

Конструктивний підхід до розв'язування такого типу задач дозволяє не лише одержати відповідь, а і й унаочнити дані задачі 3D-інструментами, поглибити розуміння поняття екстремум, підтвердити емпіричним шляхом, що це дійсно максимум, а також продемонструвати шляхи застосування інформаційних технологій для активізації пізнавальної діяльності суб'єктів навчання.

У табл.1 пропонуємо алгоритм побудови конфігурації даної задачі, виконаний у програмі *GeoGebra 5.0*, проводячи паралель між конструктивними діями студента (учня) та комп'ютерними інструментами, які він повинен використовувати.

Таблиця 1

**Алгоритм побудови комбінації тіл**

Дія	Комп'ютерний інструмент
Побудувати сферу радіуса 4.	<i>Сфера по центру и радиусу</i>
Побудувати довільну пряму, що проходить через центр сфери – точку <i>A</i> .	<i>Прямая</i>
Побудувати площину $\alpha$ , яка перпендикулярна даній прямій і проходить через центр сфери.	<i>Перпендикулярная плоскость</i>
Побудувати лінію перетину даної площини і сфери – велике коло сфери.	<i>Кривая пересечения</i>
Побудувати довільну точку <i>U</i> на колі і провести через неї та центр сфери пряму <i>UA</i> – вісь конуса.	<i>Точка, Прямая</i>
Побудувати іншу точку перетину цієї прямої та кола – точка <i>K</i> .	<i>Пересечение</i>
Побудувати відрізок <i>UK</i> , що сполучає ці дві точки перетину.	<i>Отрезок</i>
Побудувати довільну точку <i>F</i> на відрізку <i>UK</i> .	<i>Точка</i>
Побудувати у площині $\alpha$ пряму, яка перпендикулярна осі конуса і проходить через точку <i>F</i> .	<i>Перпендикулярная линия</i>
Побудувати точки перетину цієї прямої і великого кола сфери – точки <i>H</i> та <i>G</i> .	<i>Пересечение</i>
Побудувати трикутник <i>UHG</i> . Він вписаний у велике коло сфери і є осевим перерізом вписаного в сферу конуса.	<i>Отрезок</i>
Побудувати коло, яке проходить через точку <i>H</i> і вісь конуса є його віссю. Побудоване коло – основа конуса.	<i>Окружность по точке и оси</i>
Побудувати конус.	<i>Выдавить пирамиду или конус</i>
Обчислити висоту та об'єм конуса.	<i>Расстояние или длина, Объем</i>
Занести ці значення в таблицю.	<i>Запись в таблицу</i>
Побудувати через рядок вводу точку <i>L</i> за наступними координатами: абсциса – значення висоти конуса, ордината – значення об'єму конуса.	
Побудувати слід, обравши на роль «точки-олівця» точку <i>L</i> , «точки-водія» – точку <i>F</i> .	<i>Локус</i>

Отриману динамічну модель для дослідження значення висоти конуса, вписаного у сферу заданого радіуса, при його максимальному об'ємі подано на рис. 2. Змінюючи положення точки *F*, тим самим змінюємо висоту конуса, вписаного у сферу заданого радіуса. Аналізуючи дані, що фіксуються у таблиці, робимо висновок – об'єм конуса буде найбільший (79,432), якщо висота конуса дорівнюватиме 5,331. Аналогічний результат отримуємо, використавши локус точки *L*. Його максимум дорівнює 79,432 у точці з абсцисою 5,331.

Така динамічна модель дає можливість уявити математичну конструкцію, унаочнити характеристичні точки та лінії перетину, а через інтерактивні зміни розмірів образу побачити зміну значень окремих параметрів у таблиці. З останньої стає очевидним і максимум функції об'єму, який змінюється в залежності від висоти конуса. Візуалізація графіка функції об'єму також демонструє локальний максимум (т. L на рис. 2)

Зауважимо, як показує практичний досвід підготовки вчителів математики та інформатики, використання програм динамічної математики є тією платформою, завдяки якій наразі є можливість реалізації принципу когнітивної візуалізації.

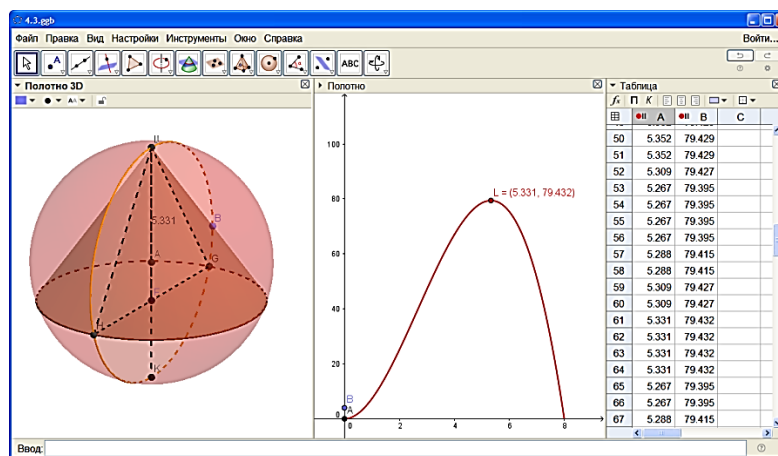


Рис. 2

**Висновки.**

1. Принцип когнітивної візуалізації вважаємо одним із провідних у підготовці вчителя інформатико-математичного профіля і сприймаємо його як основу формування не лише предметних знань студентів, а й підґрунтя для формування професійних навичок створення і використання навчального візуального контенту у майбутній професійній діяльності.

2. Використання принципу когнітивної візуалізації передбачає розкриття пізнавальних цілей через виважене пізнавальне унаочнення навчального матеріалу через візуальні акценти (колір, товщина ліній, певні позначки тощо) для представлення основних ідей, понять та їх властивостей і сприяють узагальненню та систематизації знань про цілі класи об'єктів.

3. Принцип когнітивної візуалізації може виступати основою підготовки вчителя інформатико-математичного профіля, оскільки орієнтує у майбутній професійній діяльності на формування умінь унаочнювати складні поняття і конструкції, демонструвати зв'язки між їх елементами, надавати числові характеристики, візуально спростовувати чи емпірично підтверджувати певні факти.

4. Використання принципу когнітивної візуалізації має бути системним, а також реалізуватися протягом усього процесу підготовки сучасного вчителя з використанням інформаційних комп'ютерних засобів.

**Список використаних джерел**

1. Манько, Н.Н. Когнитивная визуализация – базовый психолого-педагогический механизм дидактического дизайна / Н.Н. Манько // Вестник Учебно-методического объединения по профессионально-педагогическому образованию : специализированный выпуск. – Екатеринбург, 2007. – Вып. 2(41).
2. Князева, О.О. Реализация когнитивно-визуального подхода в обучении старшеклассников началом математического анализа Текст. : дис. канд. пед. наук : 13.00.02 / О.О. Князева. Омск, 2003.-200 с.
3. Блейк С., Пейп С., Чошанов М. А. Использование достижений нейрпсихологии в педагогике США // Педагогика. – № 5. – 2004. – С. 85-90.
4. Шехтер М.С. Зрительное опознание. Закономерности и механизмы. – М.: Педагогика, 1981. – 264 с.
5. Башмаков М. И. Развитие визуального мышления на уроках математики / М. И. Башмаков, Н. А. Резник // Математика в школе. –1991. – № 1. – С. 4-8.
6. Манько Н. Н. Когнитивная визуализация дидактических объектов в активизации учебной деятельности / Н. Н. Манько // Известия Алтайского государственного университета. Серия: Педагогика и психология. – № 2. – 2009. – С. 22-28.
7. Резник, Н.А. Методические основы обучения математике в средней школе с использованием средств развития визуального мышления Текст. : автореф. дис. докт. пед. наук : 13.00.02 / Н.А. Резник Москва, 1997. –31 с.
8. Zimmermann W. Visualization in Teaching and Learning Mathematics / W. Zimmermann, S. Cunningham. – Washington, DC: Mathematical Association of America, 1991. – p. 230
9. Ефремова, Д.Д. Реализация принципа наглядности при изучении математики в старших классах средней школы Текст. : автореф. дис. канд. пед. наук.: 13.00.02 / Д.Д. Ефремова. Москва, 2004. - 17 с.
10. Якиманская И. С. Психологические основы математического образования / И. С. Якиманская. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 320 с.
11. Семеніхіна О.В. Професійна готовність майбутнього вчителя математики до використання програм динамічної математики: теоретико-методичні аспекти : монографія / О.В. Семеніхіна. – Суми : ВВП «Мрія», 2016. – 268 с.
12. Семеніхіна О. В. Інтерактивні аплету як засоби комп'ютерної візуалізації математичних знань та

особливості їх розробки у GeoGebra / О. В. Семеніхіна, М. Г. Друшляк, Д. С. Безуглий // Комп'ютер в школі і сім'ї. – 2016. – № 1. – С. 27-30.

13. Апостолова Г. В. Геометрія: 11 клас: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів: академічний рівень, профільний рівень / Г. В. Апостолова. – К.: Генеза, 2011. – 304с.

#### References

1. Manko, N.N. Kohnnytvnaia vyzualyzatsiia – bazovii psikhologo-pedahohycheskyi mekhanizm dydaktycheskoho dyzaina / N.N. Manko // Vestnyk Uchebno-metodycheskoho ob'edyneniia po professionalno-pedahohycheskomu ob-razovaniiu : spetsyalyzovannii vyypusk. – Ekaterynburh, 2007. – Выр. 2(41).
2. Kniazeva, O.O. Realyzatsiia kohnnytvno-vyzualnoho podkhoda v obuchenyy starsheklassnykov nachalam matematycheskoho analiza Tekst. : dys. kand. ped. nauk: 13.00.02 / O.O. Kniazeva. Omsk, 2003.-200 s.
3. Bleik S., Peip S., Choshanov M. A. Yspolzovanye dostyzhenyi neiropsykhologyy v pedahohyke SShA // Pedahohyka. – # 5. – 2004. – S. 85-90.
4. Shekhter M.S. Zrytelnoe opoznanye. Zakonomernosty y mekhanizmy. – М.: Pedahohyka, 1981. – 264 s.
5. Bashmakov M. Y. Razvyye vyzualnoho myshleniya na urokakh matematyky / M. Y. Bashmakov, N. A. Rezyuk // Matematyka v shkole. –1991. – # 1. – S. 4-8.
6. Manko N. N. Kohnnytvnaia vyzualyzatsiia dydaktycheskykh ob'ektov v aktyvnykh uchebnoi deiatelnosti / N. N. Manko // Yzvestiya Altaiskoho hosudarstvennoho unyversyteta. Seryia: Pedahohyka y psykholohyia. – # 2. – 2009. – S. 22-28.
7. Rezyuk, N.A. Metodicheskiye osnovy obucheniya matematyke v srednei shkole s yspolzovanyem sredstv razvyya vyzualnoho myshleniya Tekst. :avtoref. dys. dokt. ped. nauk : 13.00.02 / N.A. Rezyuk Moskva, 1997. - 31 s.
8. Zimmermann W. Visualization in Teaching and Learning Mathematics / W. Zimmermann, S. Cunningham. – Washington, DC: Mathematical Association of America, 1991. – p. 230
9. Efremova, D.D. Realyzatsiia pryntsyra nahliadnosti pry yzuchenyy matematyky v starshykh klassakh srednei shkoly Tekst. : avtoref. dys. kand. ped. nauk.: 13.00.02 / D.D. Efremova. Moskva, 2004. - 17 s.
10. Yakymanskaia Y. S. Psikhologicheskiye osnovy matematycheskoho obrazovaniya / Y. S. Yakymanskaia. – М.: Yzdatelskyi tsentr «Akademyia», 2004. – 320 s.
11. Semenikhina O.V. Profesiina hotovnist maibutnoho vchytelia matematyky do vykorystannia proqram dynamichnoi matematyky: teoretyko-metodychni aspekty : monohrafiia / O.V. Semenikhina. – Sumy : VVP «Mriia», 2016. – 268 s.
12. Semenikhina O. V. Interaktyvni aplety yak zasoby kompiuternoї vizualizatsii matematychnykh znan ta osoblyvosti yikh rozrobky u GeoGebra / O. V. Semenikhina, M. H. Drushliak, D. C. Bezuhlyi // Kompiuter v shkoli i simi. – 2016. – # 1. – S. 27-30.
13. Apostolova H. V. Heometriia: 11 klas: pidruchnyk dlia zahalnoosvitnikh navchalnykh zakladiv: akademichnyi riven, profilnyi riven / H. V. Apostolova. – K.: Heneza, 2011. – 304s.

#### PRINCIPLE OF COGNITIVE VISUALIZATION AND ITS USE IN TEACHING MATHEMATICS

O. Semenikhina, M. Drushlyak

Sumy Makarenko State Pedagogical University, Ukraine

**Abstract.** *The article raises the problem of improving teacher preparation through a change in approaches to learning. Examines the specific didactics principle - the principle of cognitive visualization, which is integrated with two methodological approaches: cognitive and visual (visual). Justified its use in the training of a modern teacher. For example, the application of information technology in mathematics, in particular, the dynamic math GeoGebra, demonstrates how the use of the principle of cognitive visualization contributes to the formation of mathematical concepts, development of critical and creative thinking of the subjects of the educational process. The conclusion about the importance of developing skills for teachers to create cognitive / visual patterns, which promote quality learning by students.*

**Key words:** *methodological approaches and learning principles, specific principles, the principle of cognitive visualization, training, preparation of teachers of mathematics.*