Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/

Рашевський М.О. Графові моделі в задачах теорії ймовірностей // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2017. – Випуск 3(13). – С. 125-129.

Rashevs'kyi M. Graph Models In The Tasks Of Probability Theory // Physical and Mathematical Education : scientific journal. – 2017. – Issue 3(13). – Р. 125-129.

УДК 378.147:519.17:519.21

М.О. Рашевський
Криворізький національний університет, Україна
mora290466@gmail.com

ГРАФОВІ МОДЕЛІ В ЗАДАЧАХ ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

Анотація. *У статті запропонована методика застосування графових моделей при розв'язуванні задач на тему «Умовні ймовірності». При моделюванні задач використовується термінологія ланцюгів Маркова, що є пропедевтикою для вивчення цієї теми у розділі «Випадкові процеси» або вивчення випадкових процесів як окремого курсу. Згідно з умовою задачі будується граф станів системи, що описує всі можливі переходи. Використовуючи розроблену таблицю, обчислюються ймовірності тих чи інших подій. Обговорюються характерні ознаки та питання коректності моделей задач. Наочність графових моделей полегшує сприйняття складного матеріалу, і часто робить стандартними задачі підвищеної складності. Запропоновану методику розв'язування задач можна використати при вивченні теорії ймовірностей у технічних або економічних вишах, оскільки формування навичок побудови та дослідження моделей є складовою професійних компетентностей інженера та економіста. Викладений матеріал також буде корисним для студентів фізико-математичних факультетів – майбутніх учителів математики.*

Ключові слова: *викладання математики, графи, графові моделі, задачі з теорії ймовірностей, умовні ймовірності.*

Постановка проблеми. Формування професійних компетентностей майбутнього фахівця є однією із задач вивчення фундаментальних дисциплін у вищих закладах освіти технічного та економічного профілю. Незалежно від спеціальності, розв'язання професійних задач в основному зводиться до побудови та дослідження математичних моделей явищ або процесів. Широке застосування у різних галузях знань мають графові моделі. Останні застосовують в економіці, комп'ютерних науках, електротехніці, теорії оптимізації тощо. Граф, що є досить простим у геометричній реалізації, має необмежені можливості при математичному моделюванні різних об'єктів і процесів. Вивчення та пропедевтика понять теорії графів може бути корисним для студентів технічних, технологічних та економічних спеціальностей.

Аналіз актуальних досліджень. У викладанні математики графи використовувались і для розв'язування математичних задач, і як інструмент для дослідження проблем самої методики викладання предмета. Досить просте поняття графа надає можливість широко застосовувати їх у шкільному курсі математики [1; 2; 4; 6]. У роботі [3] запропоновано графові моделі структур розв'язання задач з курсу фізики, що надало можливість кількісно оцінити складність їхнього розв'язання. В [6] розроблено методику розв'язування систем лінійних рівнянь за допомогою графів. В курсі теорії ймовірностей графи використовують в основному для ілюстрації «розгалуження» у задачах на формулу повної ймовірності та формули Байєса. У розділі «Випадкові процеси» або в однойменному курсі, зокрема, вивчають системи масового обслуговування, де будують граф станів системи, ілюструють ланцюги Маркова. Останні питання є досить складними для сприйняття студентами особливо економічних спеціальностей, тому пропедевтика згаданих питань може бути доцільною і корисною. Графова модель задачі буде не тільки пропедевтикою для подальшого вивчення і використання графів – часто наочність робить зрозумілішим розв'язання досить складних задач, в тому числі й задач підвищеної складності [7].

Мета статті. При вивченні теорії ймовірностей графи можна використати як для геометричної ілюстрації задачі, так і для наочності способу розв'язання, побудувавши графову модель задачі. Широкі можливості для такого підходу має тема «Умовні ймовірності». Метою статті є розробка методики використання графових моделей при вивченні згаданої теми. Оперування з графовими моделями стане корисним для подальшого вивчення випадкових процесів, зокрема ланцюгів Маркова.

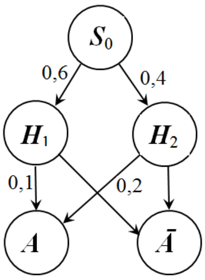
Виклад основного матеріалу. Як показує досвід, ознайомити студентів із основними поняттями теорії графів можна у процесі розв'язування задач, коли прості і очевидні поняття не потребують зусиль для їхнього засвоєння. У наступній задачі використання графів є лише ілюстративним, дещо штучним і не обов'язковим, проте необхідним для кращого розуміння студентами подальшого викладу матеріалу. Саме на такій задачі, яку студенти можуть розв'язати без залучення графової моделі, пропонується ввести основні поняття, що надалі використовуватимуться при вивченні ланцюгів Маркова. Отже, після вивчення формули повної ймовірності, коли її використання вже не викликає труднощів, розглянемо таку задачу.

Задача 1. Електричні лампи до магазину постачають два заводи. Перший із них випускає 5 % бракованої продукції, а другий – 10 %. Яка ймовірність того, що покупець придбає браковану лампу, якщо з першого заводу надходить 60 % товару, а з другого – 40 %?

Розв'язання. За формулою повної ймовірності є таким:

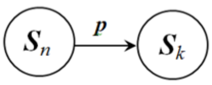
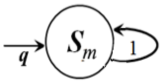
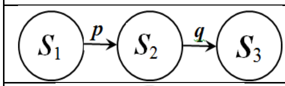
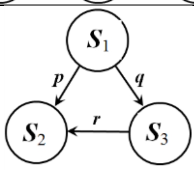
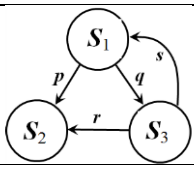
$$P(A) = P(H_1)\cdot P(A|H_1) + P(H_2)\, P(A|H_2) = 0{,}4\cdot 0{,}1 + 0{,}6\cdot 0{,}2 = 0{,}14.$$

Тут гіпотези H_k = «Лампу вироблено на k – му заводі», k = 1, 2; подія A = «покупець придбав браковану лампу», і геометрична ілюстрація для розв'язання задачі, взагалі кажучи, не потрібна.



Виконавши все ж схематичний рисунок (граф) до задачі, можна умову та розв'язання сформулювати, користуючись мовою теорії графів та ланцюгів Маркова. Із рисунка видно, що «система» Покупець, що придбає лампу у магазині, зі стану S_0 (збирається купити лампу) має перейти або до стану A (вибрати браковану лампу), або до стану $\bar{A}$ (взяти якісну лампу). Саме ймовірність $P(S_0 \to A)$ першого переходу і необхідно знайти для розв'язання задачі. За умовою задачі перехід можна здійснити тільки через стан H_1 (придбавши лампу першого заводу), або через стан H_2 (придбавши лампу другого заводу). Стани A і $\bar{A}$ є поглинальними (потрапивши в які, «система» більше із них не виходить; задачу розв'язано). Питання, що виникне у студентів під час такого коментування розв'язання про недоцільність ускладнень досить простої задачі, вирішується пропозицією розв'язати іншу задачу (із розглянутих далі), де використання формули повної ймовірності не є таким очевидним.

Обчислення,виконані у процесі розв'язанні задачі 1, вказують на спосіб підрахунку ймовірностей переходу по побудованій графовій моделі.

Фрагмент моделі	Ймовірність переходу
	$P(S_n \to S_k) = p$ – ймовірність переходу зі стану S_n до стану S_k; $P(S_k) = p\cdot P(S_n)$
	$P(S_m) = q$; стан S_m – поглинальний: потрапивши до нього система більше з нього не виходить. Петлю, як правило, не зображуватимемо. На попередньому рисунку S_k – поглинальний стан.
	$P(S_3) = p\cdot q$
	$P(S_2) = p + q\cdot r$. Детальніше: $P(S_1 \to S_2) = P(S_1 \to S_2) + P(S_1 \to S_3 \to S_2)$. До стану S_2 система може увійти за один крок ($S_1 \to S_2$) з імовірністю p, або за два ($S_1 \to S_3 \to S_2$) з імовірністю $q\cdot r$.
	$P(S_2) = p + q\cdot r + q\cdot s\cdot q\cdot r + q\cdot s\cdot q\cdot s\cdot q\cdot r + \ldots$ $P(S_2) = p + \dfrac{qr}{1-rs}$. До стану S_2 система може увійти за один крок ($S_1 \to S_2$), два ($S_1 \to S_3 \to S_2$), чотири ($S_1 \to S_3 \to S_1 \to S_3 \to S_2$) … $2k$ кроків.

Останню формулу для $P(S_2)$ можна запропонувати студентам прочитати, оперуючи введеними поняттями. Наприклад, так: система S зі стану S_1 до стану S_2 може перейти або безпосередньо з імовірністю p **або** через стан S_3. В останньому випадку система має увійти до S_3 з імовірністю q **і** перейти до S_2 з імовірністю r (ймовірність цього переходу складає $q\cdot r$) **або** увійти в S_3 (з імовірністю q) **і** повернутися до S_1 (з імовірністю s), пройшовши цикл, **і** здійснити перехід $S_1 \to S_3 \to S_2$ (ймовірність якого $q\cdot r$). Ймовірність останнього переходу із циклом складе $q \cdot s \cdot q \cdot r$. Продовжуючи далі обчислювати переходи із циклами, отримаємо записану формулу, підсумовуючи геометричну прогресію. Тут і вводиться очевидне поняття цикла (або контура, оскільки зображений граф є орієнтованим).

Жирним шрифтом виділені сполучники «і» та «або» з метою мнемонічного правила запам'ятовування того, що вживання сполучника «і» відповідає операції множення ймовірностей, а «або» – операції додавання. Цей прийом відомий студентам із теми «Комбінаторика», де вони оперували із правилами суми та добутку.

Таким чином, для розв'язання задачі будуємо її графову модель, визначивши всі можливі стани системи (що описує задачу), виділяючи початковий S_0 та кінцевий (подія A). Далі вказуємо переходи між станами системи та визначаємо ймовірності переходів (у теорії ланцюгів Маркова – матрицю ймовірностей переходів. Початковий розподіл ймовірностей у розглядуваних задачах завжди $P(S_0) = 1$, $P(S_k) = 0$, $k \geq 1$). З'ясувавши, яку ймовірність необхідно обчислити для відповіді на запитання задачі, обчислюємо, використовуючи записану вище таблицю.

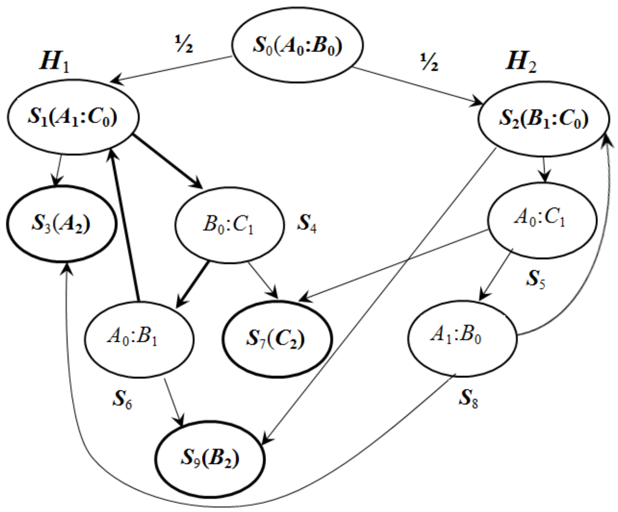
Зауважимо, що графова модель задачі повинна мати не один поглинальний стан – один із способів перевірки коректності моделі. Обчислення $P(S_0 \to A)$ можна виконати або вказавши всі можливі шляхи із початкового у кінцевий стани, або використати формулу повної ймовірності. Суміжні з S_0 вершини можна взяти гіпотезами. Розглянемо обидва способи.

Задача 2. [7, задача 443]. Троє шахістів беруть участь у такому круговому турнірі: спочатку змагаються A і B, потім переможець грає з C, інший переможець грає з переможеним у попередній грі і т. д. Змагання закінчується після двох перемог поспіль одного з шахістів.

а) Знайти ймовірність перемоги для кожного з шахістів, якщо всі вони однаково майстерні.

б) Яка ймовірність перемоги для кожного з учасників, якщо першу партію виграв А?

Розв'язання. Введемо такі стани системи S = «шахісти A, B і C»: S_n = «$A_k : B_m$» (змагаються A і B, маючи відповідно k і m перемог). Всього можливих станів системи 10. Тут числа k і m можуть набувати значень 0 і 1. Якщо якесь із них набуде значення 2, то спортсмен є переможцем (двічі поспіль переміг). Якщо спортсмен програв, то його індекс стає нулем. Розглянемо граф цієї задачі. Система перебуває у стані S_0, де змагаються A і B, ще не маючи перемог. З імовірністю 0,5 (спортсмени однаково майстерні) система може перейти в стан S_1, де змагатимуться A, що переміг спортсмена B і має одне очко і C, що ще не має перемог ($A_1 : B_0$), а з тією ж імовірністю в разі перемоги B, система переходить у стан S_2, де змагатимуться B і C ($B_1 : C_0$). Зі стану S_1 можливий перехід або в S_3, де переможцем стане A, або в стан S_4, де B змагатиметься із C, який має очко, і шанс стати переможцем, перевівши систему в стан S_7, і т. д.



В пункті а) необхідно знайти ймовірності переходу системи в S_3, тобто $P(S_0 \to S_3) = P(A)$**.** Цей перехід можливо здійснити так (в дужках вказано ймовірність кожного переходу):

$S_0 \to S_1 \to S_3$ (0,5·0,5); $S_0 \to \mathbf{S_1 \to S_4 \to S_6} \to S_1 \to S_3$ ($0{,}5^5$); $S_0 \to S_1 \to S_4 \to S_6 \to S_1 \to S_4 \to S_6 \to S_1 \to S_3$ ($0{,}5^8$); $S_0 \to S_1 \to S_4 \to S_6 \to S_1 \to S_4 \to S_6 \to S_1 \to \ldots \to S_4 \to S_6 \to S_1 \to S_3$ ($0{,}5^{5+3k}$, k = 2, 3,…); …,
$S_0 \to S_2 \to S_5 \to S_8 \to S_3$ ($0{,}5^4$); $S_0 \to S_2 \to S_5 \to S_8 \to S_2 \to S_5 \to S_8 \to S_3$ ($0{,}5^7$);
$S_0 \to S_2 \to S_5 \to S_8 \to S_2 \to S_5 \to S_8 \to S_2 \to S_5 \to S_8 \to \ldots \to S_2 \to S_5 \to S_8 \to S_3$ ($0{,}5^{4+3k}$, k = 2, 3,…).

Підсумовуючи ймовірності, дістанемо: $P(A) = \frac{1}{4} + \frac{1}{2^5} + \frac{1}{2^8} + \ldots + \frac{1}{2^{5+3k}} + \ldots + \frac{1}{2^4} + \frac{1}{2^7} + \ldots + \frac{1}{2^{4+3k}} + \ldots = \frac{5}{14}$.

Аналогічно обчислюємо ймовірності перемоги для інших гравців. Для відповіді на запитання пункту б) необхідно обчислити такі ймовірності: $P(A) = P(S_1 \to S_3)$, $P(B) = P(S_1 \to S_9)$, $P(C) = P(S_1 \to S_7)$.

Спосіб 2. Можна використати формулу повної ймовірності, увівши дві гіпотези: H_k = «Система перейшла із S_0 в S_k», k = 1, 2. Умовні ймовірності обчислюємо, врахувавши всі можливі шляхи із S_1 до S_3, розрізняючи ймовірність переходу $P(S_1 \to S_3)$ взагалі і ймовірність переходу $P_1(S_1 \to S_3) = 0{,}5$ за один крок:

$P(A|H_1) = P(S_1 \to S_3) = P_1(S_1 \to S_3) + P(S_1 \to S_4 \to S_6 \to S_1 \to S_3) = P(S_1 \to S_3) + P(S_1 \to S_4 \to S_6 \to S_1) \cdot P(S_1 \to S_3) =$
$= 0{,}5 + 0{,}5^3 \cdot P(A|H_1)$;

Перехід із S_2 до S_3:

$P(A|H_2) = P(S_2 \to S_3) = P(S_2 \to S_5 \to S_8 \to S_3) + P(S_2 \to S_5 \to S_8 \to S_2 \to S_3) = 0{,}5^3 +$
$+ P(S_2 \to S_5 \to S_8 \to S_2) \cdot P(S_2 \to S_3) = 0{,}5^3 + 0{,}5^3 \cdot P(A|H_2)$.

Отже, $P(A|H_1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{8}P(A|H_1),\ P(A|H_2) = \frac{1}{8} + \frac{1}{8}P(A|H_2)$. Звідси $P(A|H_1) = \frac{4}{7},\ P(A|H_2) = \frac{1}{7}$.

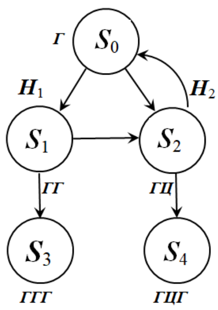
За формулою повної ймовірності $P(A)=\frac{1}{2}\left(\frac{4}{7}+\frac{1}{7}\right)=\frac{5}{14}$. Аналогічно знаходимо для *B* і *C*:

$P(B\,|\,H_1)=\frac{1}{8}+\frac{1}{8}P(B\,|\,H_1),\ P(B\,|\,H_2)=\frac{1}{2}+\frac{1}{8}P(B\,|\,H_2)\cdot$ Звідси $P(B\,|\,H_1)=\frac{1}{7},\ P(B\,|\,H_2)=\frac{4}{7};$ $P(B)=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{7}+\frac{4}{7}\right)=\frac{5}{14}\cdot$ $P(C\,|\,H_1)=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}P(C\,|\,H_1),\ P(C\,|\,H_2)=\frac{1}{4}+\frac{1}{8}P(C\,|\,H_2)\cdot$ Маємо: $P(C\,|\,H_1)=P(C\,|\,H_2)=\frac{2}{7},$ $P(C)=\frac{1}{2}\left(\frac{2}{7}+\frac{2}{7}\right)=\frac{4}{14}\cdot$

Обчислені умовні ймовірності є відповідями на запитання б) задачі.

Задача 3. Двоє гравців А і Б спостерігають за хлопчиком, що безперестанку підкидає монету. Результат підкидань записують у вигляді послідовності ГЦГЦ… залежно від результату підкидання – гербом чи цифрою випала монета. Гравець А стверджує, що трійка ГГГ у запису з'явиться раніше, ніж трійка ГЦГ. Гравець Б стверджує протилежне. Хто має більше шансів виграти суперечку?

Розв'язання. Всі можливі стани «системи» *S* (серія випадань монети) такі: S_0 (випав перший Герб), S_1 (з'явився другий Герб), S_2 (з'явилась Цифра), S_3 (з'явився третій Герб), S_4 (з'явилась трійка ГЦГ). S_3 і S_4– поглинальні стани. Введемо гіпотези: H_k = «Система перейшла із S_0 в S_k», k = 1, 2. Подія *A* = «Ланцюжок ГГГ з'явиться раніше від ланцюжка ГЦГ» відбудеться, якщо система *S* перейде до поглинального стану S_3. Ймовірність кожного переходу, зображеного на графі – моделі задачі – дорівнює 0,5. Умовні ймовірності обчислюємо, врахувавши всі можливі шляхи із S_1 до S_3:



$P(A|H_1) = P(S_1 \to S_3) = P_1(S_1 \to S_3) + P(S_1 \to S_2 \to S_3) = 0{,}5 + 0{,}5\cdot P(A|H_2)$;

$P(A|H_2) = P(S_2 \to S_3) = P(S_2 \to S_0)\cdot P(S_0 \to S_1) + P(S_2 \to S_0)\cdot P(S_0 \to S_2) = 0{,}5\cdot 0{,}5\cdot P(A|H_1) +$ $+ 0{,}5\cdot 0{,}5\cdot P(A|H_2)$. Отже, для умовних ймовірностей маємо систему рівнянь:

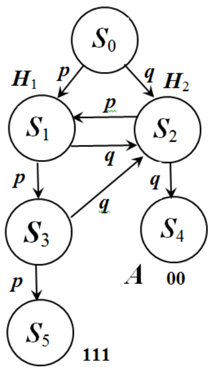
$$P(A\,|\,H_1)=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}P(A\,|\,H_2),\ P(A\,|\,H_2)=\frac{1}{4}P(A\,|\,H_1)+\frac{1}{4}P(A\,|\,H_2),$$

з якої знайдемо: $P(A|H_1)$ = 0,6 і $\cdot P(A|H_2)$ = 0,2. За формулою повної ймовірності $P(A) = P(H_1)\cdot P(A|H_1) + P(H_2)\cdot P(A|H_2) = 0{,}5\cdot 0{,}6 + 0{,}5\cdot 0{,}2 = 0{,}4$.

Отже, більше шансів має гравець Б.

Задача 4. У схемі Бернуллі $\boldsymbol{p}$ – ймовірність результату 1 а $\boldsymbol{q} = 1 - \boldsymbol{p}$ – ймовірність результату 0. Знайти ймовірність $\boldsymbol{P_{00111}}$ того, що ланцюжок 00 (два нулі поспіль) з'явиться раніше від ланцюжка 111.

Розв'язання. Введемо гіпотези: H_k = «Система перейшла із S_0 в S_k», k = 1, 2. Подія *A* = «Ланцюжок 00 з'явиться раніше від ланцюжка 111» відбудеться, якщо система *S* (випробування Бернуллі) перейде до поглинального стану S_4. Всі можливі стани системи такі: S_0 (початок випробувань), S_1 (з'явилась 1), S_2 (з'явився 0), S_3 (з'явилось 11), S_4 (з'явились 00), S_5 (з'явились 111); S_4 і S_5– поглинальні стани. Умовні ймовірності обчислюємо, врахувавши всі можливі шляхи із S_1 до S_3:



$P(A|H_1) = P(S_1 \to S_4) = P(S_1 \to S_2)\cdot P(S_1 \to S_4) + P(S_1 \to S_3 \to S_2 \to S_4) =$ $= q\cdot P(A|H_2) + P(S_1 \to S_3)\cdot P(S_3 \to S_2)\cdot P(S_2 \to S_4) = p\cdot P(A|H_2) + pq\cdot P(A|H_2)$.

$P(A|H_2) = P(S_2 \to S_4) = P_1(S_2 \to S_4) + P(S_2 \to S_1)\cdot P(S_1 \to S_4) = q + p\cdot P(A|H_1)$

Останню формулу студенти прочитають так: система *S* зі стану S_2 до стану S_4 може перейти безпосередньо з імовірністю *q* **або** повернутися до стану S_1 з імовірністю *p* **і** перейти до S_4 з імовірністю $P(A|H_1)$. Отже, для визначення умовних ймовірностей маємо систему рівнянь

$$\begin{cases} P(A\,|\,H_1)=qP(A\,|\,H_2)+pqP(A\,|\,H_2),\\ P(A\,|\,H_2)=q+pP(A\,|\,H_1). \end{cases}$$

Розв'язуючи останню, дістанемо: $P(A\,|\,H_1)=\dfrac{q}{1-pq(1+p)},\ P(A\,|\,H_2)=\dfrac{q^2(1+p)}{1-pq(1+p)}$. За формулою повної ймовірності $P(A)=p\cdot\dfrac{q^2(1+p)}{1-pq(1+p)}+q\cdot\dfrac{q}{1-pq(1+p)}=\dfrac{pq^2(1+p)+q^2}{1-pq(1+p)}=\dfrac{q(1-p^3)}{q+p^3}$.

Висновки. Використання в навчальному процесі графових моделей сприяє формуванню навичок математичного моделювання майбутніх фахівців різних інженерних та економічних напрямків. Викладена методика розв'язування задач може бути використана при вивченні теорії ймовірностей для майбутніх викладачів математики. Окремого дослідження потребує використання графів при оцінювання складності задач комбінаторики та теорії ймовірностей.

Список використаних джерел

1. Березина Л. Ю. Графы и их применение : Пособие для учителей/ Березина Л. Ю. – М: Просвещение, 1979. – 143 с.
2. Болотюк Л. А. Графовое моделирование как средство уровневой дифференциации текстовых задач в курсе алгебры 8-9 классов : автореф. дисс… канд. пед. наук : спец. 13.00.02 „Теория и методика обучения и воспитания” / Л. А. Болотюк. — Омск, 2002. – 17 с.
3. Быкова Н.П., Рыженко Н.Г. Графовое моделирование структур решений задач как средство их систематизации // Математические структуры и моделирование. – 2004, вып. 14. – С. 128-139.
4. Жигачева Н. А. Графовое моделирование структур решений сюжетных задач в курсе алгебры 7 класса : дисс… канд. пед. наук : 13.00.02 / Жигачева Наталья Алексанровна. – Омск, 2000. – 146 с.
5. Зубков А. М. Сборник задач по теории вероятностей : Учеб. пособие для вузов / Зубков А. М., Севастьянов Б. А., Чистяков В. П. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. – 1989. – 320 с.
6. Попов В. М. Графи, як засіб розв'язування систем лінійних рівнянь на факультативних заняттях // Дидактика математики : проблеми і дослідження, 2004. – вип. 21. – С. 92-98.
7. Садовничий В. А. Задачи студенческих математических олимпиад по математике / Садовничий В. А., Подколзин А. С. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит. – 1989. – 206 с.

References

1. Beriozina L. Yu. Graphs and their application : Posobiye dlya uchitelej / Beriozina L. Yu. – M: Prosveshcheniye, 1979. – 143 s. (in Russian)
2. Bolotuyk L. A. Graph modeling as a means of level differentiation of text problems in the course of algebra of 8-9 classes : thesis … PhD 13.00.02 „Theory and methods of teaching and education ” / L. A. Bolotuyk. — Omsk, 2002. – 17 s. (in Russian)
3. Bykova N. P., Ryzhenko N. G. Graph modeling of decision-making structures as a means of their organization // Matematicheskie struktury I modelirovanie. – 2004, vyp. 14. – S. 128-139. (in Russian)
4. Jigacheva N. A. Graph modeling of the structures of solutions of plot problems in the course of class 7 algebra : thesis… PhD : 13.00.02 / Jigacheva Nataliya Alexandrovna. – Omsk, 2000. – 146 s. (in Russian)
5. Zubkov A. M. Collection of problems in probability theory : Uchebnoe posobie dlya vuzov / Zubkov A. M., Sevastianov B. A., Chistyakov V. P. – M. : Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit. – 1989. – 320 s. (in Russian)
6. Popov V. M. Graphs as a means of solving systems of linear equations on optional classes // Didactics of Mathematics: Problems and Investigations, 2004. – vyp. 21. – S. 92-98. (in Ukrainian)
7. Sadovnichiy V. A. Problems of student mathematical mathematics competitions / Sadovnichiy V. A., Podkolzin A. S. – M. : Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit. – 1989. – 206 s. (in Russian)

GRAPH MODELS IN THE TASKS OF PROBABILITY THEORY

Mykola Rashevskyi

Kryvyi Rih National University, Ukraine

Abstract. *The paper proposes a method of application of graph models in solving tasks on the topic of "Conditional probability". In the modeling task uses the terminology of Markov chains, which is a propaedeutic to the study of this topic in the section "Random processes" or the study of random processes as a separate course. According to the condition of the problem is constructed state graph of the system describes all the possible transitions. Using developed a table that calculated the probability of certain events. Discusses the characteristics and questions of a correctness of models problems. Visibility graphs of models facilitates the perception of complex material, and often makes the standard tasks of increased complexity. The proposed methods for solving problems can be used in the study of probability theory at the technical universities or economic, as the formation of skills for the construction and study of models is part of professional competence of engineer and economist. The material described will also be useful for students of physical and mathematical faculties of future teachers of mathematics.*

Key words: *teaching mathematics, graphs, graph models, problems in the theory of probabilities, conditional probabilities.*