Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

Одінцова О.О. До питання розв'язування рівнянь, що містять цілу та дробову частини числа, графічним способом. Фізико-математична освіта. 2020. Випуск 4(26). С. 93-99.

Odintsova O. On the question of graphically solving the equations containing interger and fractional parts of the number. Physical and Mathematical Education. 2020. Issue 4(26). P. 93-99.

DOI 10.31110/2413-1571-2020-026-4-016
УДК 37.091.398, 372.851.2

О.О. Одінцова
Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, Україна
oincube@yahoo.com
ORCID: 0000-0002-9948-3801

ДО ПИТАННЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ РІВНЯНЬ, ЩО МІСТЯТЬ ЦІЛУ ТА ДРОБОВУ ЧАСТИНИ ЧИСЛА, ГРАФІЧНИМ СПОСОБОМ

АНОТАЦІЯ

Розглянуто особливості застосування графічного методу до розв'язування рівнянь з цілою та дробовою частинами числа, що дозволяє поліпшити розуміння графічного матеріалу взагалі, розуміння взаємозв'язків різних розділів математики та підготуватися до математичних змагань.

Формулювання проблеми. *Графічному способу розв'язування рівнянь та їх систем у шкільному курсі математики приділяється мало уваги, навіть при вивченні на поглибленому рівні. Більшість вчителів оминають цей спосіб розв'язувань навіть при роботі із сильними учнями та з матеріалом, де застосування графічного способу є природнім. Такими є, наприклад, рівняння, що містять цілу та дробову частини числа, які постійно пропонуються на математичних змаганнях різних рівнів. Труднощі, що виникають при застосуванні графічного способу до розв'язування рівнянь з цілою та дробовою частинами числа, викликані специфікою зазначених числових функцій та пов'язаного з ними математичного апарату з одного боку, а з іншого – невмінням учнів/ студентів графічно інтерпретувати суто алгебраїчний матеріал і робити зворотний перехід.*

Матеріали і методи. *Загально алгебраїчні методи з використанням основних фактів теорії чисел, теорії елементарних та спеціальних функцій, аналіз навчально-методичної і математичної літератури щодо розв'язування графічним способом рівнянь, які містять цілу та дробову частини числа, аналіз та узагальнення власного педагогічного досвіду та педагогічного досвіду провідних вчителів та науковців.*

Результати. *Розкрито особливості застування графічного методу до розв'язування рівнянь з цілою та дробовою частинами, що базується на 4 класичних алгоритмах побудови графіків функцій $y = f([x])$, $y = [f(x)]$, $y = f(\{x\})$, $y = \{f(x)\}$. Пропонується застосовувати цей метод у дещо розширеному вигляді з метою знаходження точних розв'язків з урахуванням умов вихідного або перетвореного рівняння.*

Матеріал, розглянутий у статті, є частиною курсу «Олімпіадна математика», що читається студентам-магістрантам спеціальності 014 Середня освіта (Математика), а також пропонується учням при підготовці до олімпіад з математики.

Висновки. *Графічний спосіб розв'язування рівнянь та їх систем слід застосовувати не тільки до запропонованих у статті рівнянь або, тих, що розв'язуються цим способом у регулярному курсі шкільної математики. Це дозволить не тільки покращити графічну культуру учнів, розвинути вміння застосовувати графічний матеріал в суто алгебраїчних питаннях: від оцінки кількості коренів рівняння до його повного розв'язання, поглиблюючи та систематизуючи отримані знання, розвиваючи логічне та алгоритмічне мислення, але й демонструвати взаємозв'язки різних розділів математики та їх взаємопроникнення.*

КЛЮЧОВІ СЛОВА: графічний спосіб, рівняння з цілою,дробовою частинами числа,алгоритми побудови графіків функцій, що містять цілу, дробову частину числа, графічна інтерпретація.

ВСТУП

Формулювання проблеми. Графічному способу розв'язування рівнянь та їх систем у шкільному курсі математики приділяється мало уваги, навіть при вивченні на поглибленому рівні. Аналогічна ситуація склалася і з позакласними заняттями з математики. Більшість вчителів оминають цей спосіб розв'язувань навіть при роботі із сильними учнями та з матеріалом, де застосування графічного способу є природнім. На нашу думку, нехтування навчальним потенціалом графічного способу розв'язування рівнянь та їх систем невиправданий в сучасних умовах, коли завдання графічного змісту є широко представленими в обов'язковому ЗНО з математики.

Прикладом рівнянь, де природним чином можна використовувати графічний спосіб розв'язування, є рівняння, що містять цілу та дробову частини числа. Труднощі, що виникають при застосуванні графічного способу до розв'язування рівнянь, що містять цілу, дробову частину числа, викликані специфікою зазначених числових функцій та пов'язаного з ними математичного апарату з одного боку, а з іншого – невмінням учнів/студентів графічно інтерпретувати суто алгебраїчний матеріал і робити зворотний перехід.

Метою цієї статті є розкриття особливостей розв'язування графічним способом рівнянь, що містять цілу та дробову частини числа, та деяких методичних аспектів застосування розглядуваного матеріалу в позакласній роботі, особливо при підготовці учнів до математичних змагань різних рівнів, оскільки рівняння, що містять цілу та дробову частини числа, традиційно пропонуються на таких змаганнях.

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕНЬ

Питаннями, пов'язаними із розв'язуванням рівнянь, що містять цілу та дробову частини числа, графічним способом займалися науковці, в коло інтересів яких входить застосування методів вищої математики до розв'язування завдань елементарної математики підвищеного рівня складності. Серед таких науковців можна відзначити Апостолову Г.В., Вороного О.М., Лейфуру В.М., Шунду Н.М., Ясінського В.А.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Загально алгебраїчні методи з використанням основних фактів теорії чисел, теорії елементарних та спеціальних функцій, аналіз навчально-методичної і математичної літератури щодо розв'язування графічним способом рівнянь, що містять цілу та дробову частини числа, аналіз та узагальнення власного педагогічного досвіду та педагогічного досвіду провідних вчителів та науковців.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Як відомо, графічний спосіб розв'язування рівнянь та їх систем доволі часто є складно виконуваним через проблеми побудов та неточність отримуваних розв'язків. Виключенням з цього ряду є рівняння, що містять цілу, дробову частини числа, які на відміну від більшості алгебраїчних рівнянь, можна розв'язувати декількома способами: з використанням означень відповідних частин числа, за допомогою мішаної системи, способом локалізації та графічно. Причому всі вище зазначені способи є рівновитратними.

Цілою частиною дійсного числа a називають найбільше ціле число, яке не перевищує даного числа a (Бородін, 1970).

Ціла частина числа a позначається $[a]$ (*ант'є від а*). З означення цілої частини випливає, що $[a] \le a$, причому рівність $[a] = a$ досягається лише тоді, коли число a – ціле.

Приклад 1. $[0] = 0$; $[17] = 17$; $[11{,}38] = 11$; $\left[\frac{1}{5}\right] = 0$; $[-2{,}1] = -3$; $[-100] = -100$; $[\sqrt{2}] = 1$.

Графік функції $y = [x]$ подано на рис.1. Для цієї функції $D(y) = R$, $E(y) = \{k, k \in Z\}$.

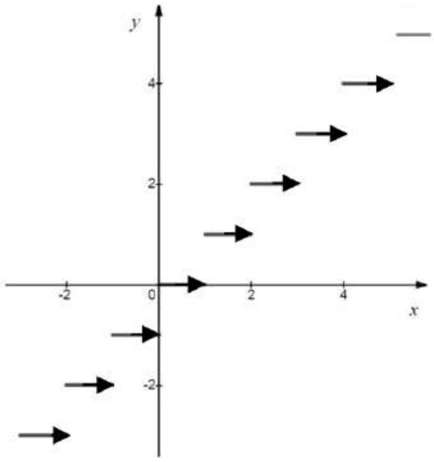

Рис. 1. Графік функції $y = [x]$.

Дробовою частиною дійсного числа a називають різницю між числом a і його цілою частиною $[a]$ (Бородін 1970).

Дробову частину числа a позначають символом $\{a\}$, тобто $\{a\} = a - [a]$. Оскільки завжди $a - [a] \ge 0$, то $\{a\} \ge 0$ для будь-якого дійсного числа a.

Дробова частина числа може набувати тільки невід'ємних значень, менших за одиницю:

$$[a] \le a < [a] + 1,\ 0 \le a - [a] < 1 \text{ та } 0 \le \{a\} < 1.$$

Крім того, для довільного дійсного числа a: $a = [a] + \{a\}$.

Приклад 2. $\{11\} = 0$; $\{45{,}52\} = 0{,}52$; $\{\frac{19}{5}\} = \{3\frac{4}{5}\} = \frac{4}{5}$; $\{-75\} = 0$; $\{-4{,}32\} = -4{,}32 - [-4{,}32] = -4{,}32 - (-5) = 0{,}68$;

$\{-\frac{46}{11}\} = -\frac{46}{11} - [-\frac{46}{11}] = -4\frac{2}{11} - (-5) = \frac{9}{11}$; $\{e\} = e - [e] = e - 2$; $\{-\pi\} = -\pi - [-\pi] = -\pi - (-4) = 4 - \pi$.

Графік функції $y = \{x\}$ подано на рис.2. Для цієї функції $D(y)$ = R, $E(y) = [0, 1)$, крім того функція $y = \{x\}$ є періодичною з періодом $T = k$, де $k \in Z$.

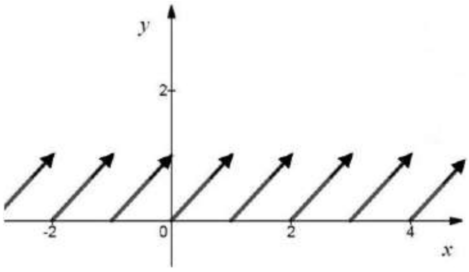

Рис. 2. Графік функції *y* = {*x*}.

Перед застосуванням графічного способу розв'язування рівнянь, що містять цілу, дробову частини числа, слід розглянути побудови графіків функцій з цілою та дробовою частинами. Традиційно їх поділяють на 4 типи: $y = f([x])$ (ціла частина – аргумент зовнішньої функції), $y = [f(x)]$ (ціла частина – зовнішня функція), $y = f(\{x\})$ (дробова частина– аргумент зовнішньої функції), $y = \{f(x)\}$ (дробова частина – зовнішня функція). Відповідно кожна з цих функцій має власний алгоритм побудови (Вірченко, 1996, С. 320-328), (Вороний, 2006, С.87-88), (Одінцова, 2019, С. 23-28).

Щоб розв'язати графічно рівняння з цілою, дробовою частинами числа, як і будь-яке інше рівняння, потрібно перетворити так, щоб зручно було будувати графіки правої $f(x)$ та лівої $g(x)$ частин. Розв'язками рівняння будуть абсциси спільних точок графіків функцій $f(x)$ і $g(x)$. Детально алгоритм розв'язування такий: спочатку визначають ординати b_i спільних точок $P(a_i, b_i)$ графіків правої $f(x)$ та лівої $g(x)$ частин, а це найчастіше можна зробити точно, бо вони можуть бути цілими з умови. Потім з рівняння $b_i = f(a_i)$ слід знайти її абсцису a_i. Точність розв'язків рівнянь з цілою частиною, які дістаємо графічним способом, визначається точністю розв'язків рівнянь $f(x) = k$, де $k \in Z$.

Приклад 3. Розв'язати графічним способом рівняння $x^2 – 7[x] + 10 = 0$.

Перетворимо рівняння наступним чином

$$[x] = \frac{x^2+10}{7}$$

та знайдемо ординати k спільних точок графіків функцій $y = [x]$ і $y = \frac{x^2+10}{7}$ (рис. 3): k =2, 3, 4, 5.

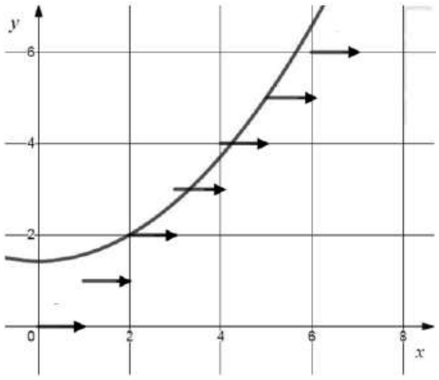

Рис. 3. Графіки функцій *y* = [*x*] і *y* = $\frac{x^2+10}{7}$**.**

Розв'язуючи рівняння $\frac{x^2+10}{7} = k$ та враховуючи, що $k \le x < k+1$, знаходимо розв'язки вихідного рівняння:

1) $k = 2$, $2 \le x < 3$, $\frac{x^2+10}{7} = 2$, $x^2 = 4$, $x = \pm 2$, відповідно, $x_1 = 2$;

2) $k = 3$, $3 \le x <4$, $\frac{x^2+10}{7} = 3$, $x^2 = 11$, $x = \pm\sqrt{11}$ і $x_2 = \sqrt{11}$;

3) $k = 4$, $4 \le x <5$, $\frac{x^2+10}{7} = 4$, $x^2 = 18$, $x = \pm 3\sqrt{2}$ і $x_3 = 3\sqrt{2}$;

4) $k = 5$, $5 \le x <6$, $\frac{x^2+10}{7} = 5$, $x^2 = 25$, $x = \pm 5$ та $x_4 = 5$.

Отже, розв'язками рівняння є 2, $\sqrt{11}$, $3\sqrt{2}$, 5.

Приклад 4. Розв'язати графічним способом рівняння $\left[\frac{1-3x}{2}\right] = x^2 - 2x$.

Будуємо графік функцій $y = \left[\frac{1-3x}{2}\right]$, використовуючи алгоритм побудови графіка функції $y = [f(x)]$: спочатку будуємо графік функції $y= \frac{1-3x}{2}$ та прямі $y = k$, де $k \in Z$, далі – частини графіка функції $y= \frac{1-3x}{2}$, що містяться в смузі $k \le y \le k + 1$, проектуємо на нижню межу $y = k$, виключаючи проекції точок, що є точками перетину графіка функції $y= \frac{1-3x}{2}$ та прямої $y = k + 1$. Сукупність відрізків - «проекцій» і є графіком функції $y = \left[\frac{1-3x}{2}\right]$. На рис. 4 подано графіки функції $y = \left[\frac{1-3x}{2}\right]$ та $y = x^2 - 2x$ в одній системі координат.

Знаходимо ординати k спільних точок графіків функцій правої та лівої частин: k = -1, 0, 1. Розв'язуємо рівняння $x^2 - 2x = k$ для знайдених значень k, враховуючи, що останнє рівняння буде мати 2 корені, один з яких сторонній. Оскільки ліва і права частини рівняння повинні дорівнювати тому ж конкретному k, то $\left[\frac{1-3x}{2}\right] = k$. Перетворення останньої рівності дає умову відбору коренів

$$-\frac{1+2k}{3} < x \le \frac{1-2k}{3}.$$

Отже, маємо: 1) якщо $k = -1$, $\frac{1}{3} < x \le 1$, то $x^2 - 2x = -1$ і $x_1 = 1$; 2) якщо $k = 0$, $-\frac{1}{3} < x \le \frac{1}{3}$, то $x^2 - 2x = 0$ і $x_2 = 0$; 3) якщо $k = 1$, $-1 < x \le -\frac{1}{3}$, то $x^2 - 2x = 1$ і $x_3 = 1-\sqrt{2}$.

Отже, розв'язки рівняння: 1, 0 та $1-\sqrt{2}$.

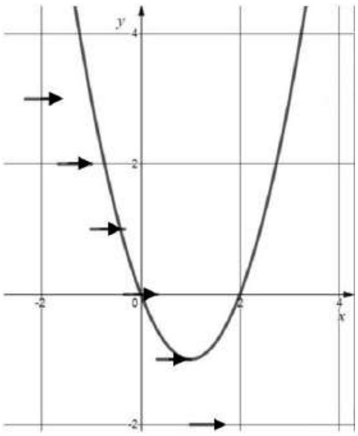

Рис. 4. Графіки функцій $y = \left[\frac{1-3x}{2}\right]$ та $y = x^2 - 2x$.

Приклад 5. Розв'язати графічним способом рівняння $[3x - x^2] = [x^2 + \frac{1}{2}]$.

Аналогічно до попереднього прикладу, будуємо графіки функцій $y = [3x - x^2]$ та $y= [x^2 + \frac{1}{2}]$. Графіки цих функцій зображено на фоні вихідних функцій $y = 3x - x^2$ та $y = x^2 + \frac{1}{2}$ відповідно на рис. 5 та рис. 6.

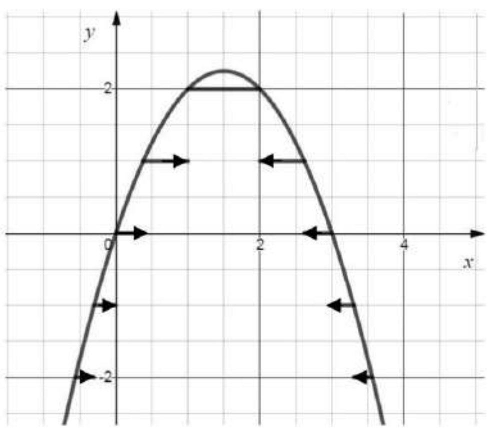

Рис. 5. Графіки функцій $y = 3x - x^2$ та $y = [3x - x^2]$.

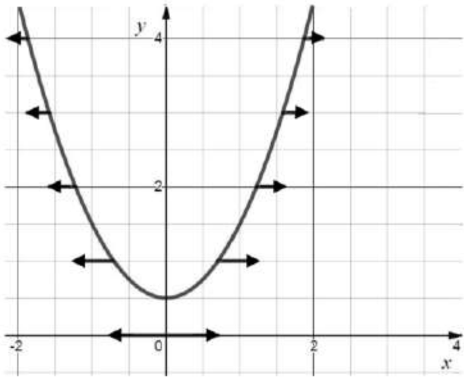

Рис. 6. Графіки функцій $y = x^2 + \frac{1}{2}$ та $y = [x^2 + \frac{1}{2}]$.

Накладаючи графіки функцій $y = [3x - x^2]$ та $y = [x^2 + \frac{1}{2}]$, знаходимо ординати k спільних точок: k = 0, 1, 2. Подальше розв'язування зводиться до знаходження розв'язків системи

$$\begin{cases} [3x - x^2] = k, \\ \left[x^2 + \frac{1}{2}\right] = k, \end{cases} \text{або} \begin{cases} k \le 3x - x^2 < k + 1, \\ k \le x^2 + \frac{1}{2} < k + 1, \end{cases} \quad (1)$$

для кожного знайденого цілого значення k (0, 1, 2).

Так, для k=0 система (1) матиме вигляд $\begin{cases} 0 \le 3x - x^2 < 1, \\ 0 \le x^2 + \frac{1}{2} < 1, \end{cases} \begin{cases} 3x - x^2 \ge 0, \\ x^2 - 3x + 1 > 0, \\ x^2 < \frac{1}{2}, \end{cases} \begin{cases} x \in [0,3] \\ x \in (-\infty, \frac{3-\sqrt{5}}{2}) \cup (\frac{3+\sqrt{5}}{2}, +\infty) \\ x \in (-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}). \end{cases}$

і в результаті $x \in [0, \frac{3-\sqrt{5}}{2})$.

Розв'язуючи аналогічно систему (1) для k= 1, 2, отримаємо відповідно $x \in [\frac{\sqrt{2}}{2}; 1)$ та $x \in [\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{\sqrt{10}}{2})$. А розв'язок усього рівняння $x \in [0; \frac{3-\sqrt{5}}{2}) \cup [\frac{\sqrt{2}}{2}; 1) \cup [\frac{\sqrt{6}}{2}; \frac{\sqrt{10}}{2})$.

Приклад 6. Розв'язати графічним способом рівняння $\{x\}^2 + 2\{x\} = 3x^2$.

Будуємо графіки лівої та правої частин рівняння $y = \{x\}^2 + 2\{x\}$ та $y = 3x^2$ в одній системі координат (рис. 7). Щоб побудувати графік функції $y = \{x\}^2 + 2\{x\}$ використовуємо алгоритм побудови графіка функції $y = f(\{x\})$: спочатку будуємо графік функції $y = x^2 + 2x$ на проміжку [0; 1), оскільки на цьому проміжку $\{x\} = x$, а потім побудовану частину повторюємо з періодом $T = k$, $k \in Z$.

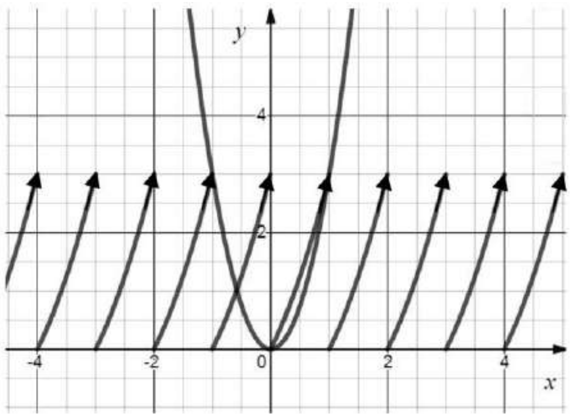

Рис. 7. Графіки функцій $y = \{x\}^2 + 2\{x\}$ та $y = 3x^2$.

Із рис. 7 видно, що графіки лівої та правої частин рівняння мають 2 спільні точки, одна з яких є початком координат O (x_1= 0), а абсциса іншої належить проміжку (-1; 0). Для даного проміжку

$$\{x\} = x - [x] = x + 1,$$

і відповідно вихідне рівняння запишеться у вигляді

$$(x+1)^2+2(x+1)=3x^2,\ 2x^2-4x-3=0,$$

$$x_2=\frac{2-\sqrt{10}}{2}\in(-1;0),\ \text{а}\ x_3=\frac{2+\sqrt{10}}{2}\notin(-1;0).$$

І загальна відповідь: 0, $\frac{2-\sqrt{10}}{2}$.

Приклад 7. Розв'язати графічним способом рівняння $\sqrt{1+8\{x\}}=-\frac{[x]}{2}+3$.

Будуємо графіки лівої та правої частин рівняння $y=\sqrt{1+8\{x\}}$ та $y=-\frac{[x]}{2}+3$ (рис. 8).

Для побудови графіка $y=\sqrt{1+8\{x\}}$ застосовуємо алгоритм побудови графіка функції $y=f(\{x\})$ (див. приклад 5), а для побудови графіка $y=-\frac{[x]}{2}+3$ – алгоритм побудови графіка функції $y=f([x])$, розбиваючи область визначення функції на проміжки одиничної довжини, де ціла частина числа $[x]$ приймає одне й те саме значення:

$x\in[0;1)$, $[x]=0$, $y=-\frac{0}{2}+3=3$; $x\in[1;2)$, $[x]=1$, $y=-\frac{1}{2}+3=2\frac{1}{2}$; $x\in[2;3)$, $[x]=2$, $y=-\frac{2}{2}+3=2$; … ,

$x\in[-1;0)$, $[x]=-1$, $y=3\frac{1}{2}$; $x\in[-2;-1)$, $[x]=-2$, $y=4$; $x\in[-3;-2)$, $[x]=-3$, $y=4\frac{1}{2}$, ….

Розв'язки рівняння знаходимо із наступної системи рівнянь:

$$\begin{cases}[x]=k,\\ \sqrt{1+8\{x\}}=-\frac{k}{2}+3\end{cases}\ \text{або}\ \begin{cases}k\le x<k+1,\\ \sqrt{1+8(x-k)}=-\frac{k}{2}+3,\end{cases}$$

де k– це значення цілих частин абсцис спільних точок графіків правої та лівої частин рівняння. Із рис. 8 видно, що $k=1,2,3,4$.

1) Для $k=1$: $\begin{cases}1\le x<2,\\ \sqrt{1+8(x-1)}=\frac{5}{2},\end{cases}$ $\begin{cases}1\le x<2,\\ x=\frac{53}{32},\end{cases}$ і $x_1=1\frac{21}{32}$, 2) для $k=2$: $\begin{cases}2\le x<3,\\ \sqrt{1+8(x-2)}=2,\end{cases}$ $\begin{cases}2\le x<3,\\ x=\frac{19}{8},\end{cases}$ і $x_2=2\frac{3}{8}$,

3) Для $k=3$: $\begin{cases}3\le x<4,\\ \sqrt{1+8(x-3)}=\frac{3}{2},\end{cases}$ $\begin{cases}3\le x<4,\\ x=\frac{101}{32},\end{cases}$ і $x_3=3\frac{5}{32}$, 4) для $k=4$: $\begin{cases}4\le x<5,\\ \sqrt{1+8(x-4)}=1,\end{cases}$ $\begin{cases}4\le x<5,\\ x=4,\end{cases}$ і $x_4=4$.

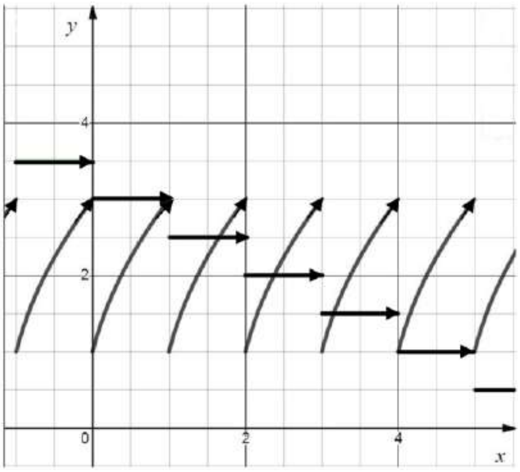

Рис. 8. Графіки функцій $y=\sqrt{1+8\{x\}}$ та $y=-\frac{[x]}{2}+3$.

Слід зазначити, що графічний метод розв'язування рівнянь, розглянутий у прикладах 3 - 7, застосовано не в «чистому» вигляді, а в розширеному, оскільки відбувається знаходження точних розв'язків з урахуванням умов вихідного або перетвореного рівняння. Крім того, всі запропоновані рівняння можна розв'язувати і суто алгебраїчними методами: рівняння з прикладів 3, 4, 5 – за допомогою мішаної системи, способом локалізації; з прикладів 6, 7 – способом локалізації та за допомогою означення дробової частини числа. На нашу думку, при розв'язуванні цих рівнянь різними способами варто навмисно не акцентувати увагу на доцільності використання того або іншого способу, даючи змогу учневі / студенту самостійно обрати прийнятний для себе спосіб.

ОБГОВОРЕННЯ

Під час читання курсу «Олімпіадна математика» (спеціальність 014 Середня освіта (Математика), рівень освіти – другий (магістерський)), програмою якого передбачено вивчення застосування графічного способу до розв'язування рівнянь з цілою та дробовою частинами, а також при підготовці учнів до математичних олімпіад з'ясовано, що найскладнішими моментами графічного способу розв'язування рівнянь з цілою, дробовою частинами числа є побудова графіків функцій та алгебраїчна інтерпретація отриманих графічних даних.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ ДОСЛІДЖЕНЬ

Графічний спосіб розв'язування рівнянь та їх систем слід застосовувати не тільки до запропонованих рівнянь або, тих, що розв'язуються цим способом в регулярному курсі шкільної математики. Це дозволить не тільки покращити графічну культуру учнів, розвинути вміння застосовувати графічний матеріал в суто алгебраїчних питаннях: від оцінки кількості коренів рівняння до його повного розв'язання, поглиблюючи та систематизуючи отримані знання, розвиваючи логічне та алгоритмічне мислення, але й демонструвати взаємозв'язки різних розділів математики та їх взаємопроникнення.

Список використаних джерел

1. Бородін О.І.*Теорія чисел.* Київ: Вища школа, 1970. 275 с.
2. Вірченко Н.О., Ляшко І.І. *Графіки елементарних та спеціальних функцій*: довідник. Київ: Наукова думка,1996. 584 с.
3. Вороний О.М.*Готуємось до олімпіад з математики*.Харків: Видав. група «Основа», 2008. 225 с.
4. Одінцова О.О. *Ціла та дробова частини числа в завданнях елементарної математики*: навчальний посібник. Суми: ФОП Цьома С.П., 2019. 138 с.

References

1. Borodin O.I. (1970) *Teoria chysel* [*The numbers ' theory*]. Kyiv: Vyshcha shkola. [in Ukrainian].
2. Virchenko N.O., Lyasko I.I. (1996) *Grafiky elementarnych ta spetsialnych funktsiy* [The *graphs of elementary and special functions*]. Kyiv: Naukova dumka. [in Ukrainian].
3. Voronyi O.V. (2008) *Gotuiemos' do olimpiad z matemamtyky* [*We are preparing for mathematics competitions*]. Kharkiv: Publusher group "Osnova". [in Ukrainian]
4. Odintsova O.O. (2019) *Tsila ta drobova chastyny chysla v zavdannyach elementarnoyi matematyky* [The *integer and fractional parts of numbers in elementary mathematics problems*]. Sumy.[in Ukrainian].

ON THE QUESTION OF GRAPHICALLY SOLVING THE EQUATIONS CONTAINING INTERGER AND FRACTIONAL PARTS OF THE NUMBER

Oksana Odintsova

Makarenko Sumy State Pedagogical University, Ukraine

Abstract. *There are considered the peculiarities of applying the graphical method to solving equations containing integer and fractional part of a number in this article. This applying allows to improve the understanding of graphic material in general, the understanding the relationships of different part of mathematics and the preparing for mathematical competitions.*

Formulation of the problem. *Little attention is paid to the graphical way of solving equations and their systems in the school mathematics course, even when studied at an advanced level.Most teachers avoid this way of solving, even when working with strong students and with material where the use of the graphic method is natural.Such are, for example, equations containing integer and fractional parts of numbers, which are constantly offered in mathematical competitions of different levels. Difficulties which are arising in the application of the graphical method to solve equations containing integer, fractional part of the number caused by the specifics of these numerical functions and the associated mathematical apparatus on the one hand, and on the other - the inability of students to graphically interpret purely algebraic material and do the reverse transition.*

Materials and methods. *The general algebraic methods with using the basic facts of number theory, theory of elementary and special functions, the analysis of educational, methodical and mathematical literature on solving graphically equations that contain integers and fractions of the number, the analysis and generalization of own pedagogical experience and pedagogical experience of leading teachers and scientists.*

Results.*The peculiarities of the graphical method of solving the equations with integer and fractional parts are revealed. They are based on 4 classical algorithms for plotting the functions y = f ([x]), y = [f (x)], y = f ({x}), y = {f (x)}.It is proposed to apply this method in a slightly extended form in order to find exact solutions taking into account the conditions of the original or transformed equation.*

The material which are considered in the article is a part of the course "Olympic Mathematics", which is read to undergraduate students majoring in 014 Secondary Education (Mathematics), and is also offered to students in preparation for Olympiads in mathematics.

Conclusions.*The graphical method of solving equations and their systems should be applied not only to the equations proposed in the article or to those solved in this way in the regular curricula of school mathematics.This will not only improve the graphic culture of students, develop the ability to apply graphic material in purely algebraic issues: from estimating the number of the equation's roots to its complete solution, deeper and systemize knowledge, develop logical and algorithmic thinking, but also to demonstrate the relationships of different parts of mathematics and their interpenetration.*

Keywords: *graphically method, equations with integer and fractional parts of the number, algorithms for plotting the functions which are containing integer and fractional parts of the number, graphically interpretation.*