

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
 Has been issued since 2013.

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
 Видається з 2013.



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Лукашова Т., Друшляк М. Огляд наукової діяльності Ф.М. Лимана // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – Суми : СумДПУ ім.А.С.Макаренка, 2013. – № 1 (1). – С. 27-38.

УДК 519.41/47

Тетяна Лукашова, Марина Друшляк

Сумський державний педагогічний університет імені А.С.Макаренка, Україна

ОГЛЯД НАУКОВОЇ ДІЯЛЬНОСТІ Ф.М. ЛИМАНА

Уже понад століття одним з найпопулярніших у теорії груп є напрямок досліджень, основною метою якого є вивчення груп, в яких ті чи інші підгрупи або їх системи задовольняють певні умови. Такий підхід до вивчення груп бере свій початок з кінця XIX століття, коли у 1897 році Р. Дедекіндом були описані скінченні неабелеві групи, всі підгрупи яких нормальні.

Виділяючи в групі ту чи іншу систему підгруп та підкоряючи всі підгрупи цієї системи деякій умові, можна отримувати найрізноманітніші класи груп. Абсолютно чіткого вираження ідея дослідження груп з заданими обмеженнями на підгрупи та їх системи набула у роботах видатного радянського алгебраїста, одного з засновників радянської теоретико-групової школи С.М. Чернікова. Свій вклад у розвиток ідей і методів цього напрямку зробили багато відомих алгебраїстів з різних країн, зокрема: Б. Амберг, Р. Бер, Н. Блекберн, Х. Віландт, В. Гашюц, В.М. Глушков, Ю.М. Горчаков, Ф. Джіованні, Д.І. Зайцев, Н. Іто, Л.С. Казарін, М.І. Каргаполов, П.Г. Конфорович, М.Ф. Кузенний, Л.А. Курдаченко, С.С. Левіщенко, Ф.М. Лиман, В.Д. Мазуров, А.І. Мальцев, Б. Нейман, О.Ю. Ольшанський, М.Ф. Сесекін, М.М. Семко, Я.П. Сисак, А.І. Старостін, В.І. Суцанський, Ф. Холл, В.С. Чарін, М.С. Черніков, С.А. Чуніхін, О.Ю. Шмідт, Л.А. Шеметков, В.І. Шунков та інші.

З дедекіндових груп, тобто груп, у яких нормальні всі підгрупи, розпочалось вивчення довільних груп, у яких усі підгрупи деякої системи Σ задовольняють умову нормальності. З'ясувалось, що існування великої кількості нормальних підгруп значною мірою впливає на властивості самої групи та досить часто дозволяє охарактеризувати її будову. Тому вивчення груп, в яких визначальним обмеженням є нормальність, свого часу зумовило величезну кількість наукових досліджень. Стислий огляд основних узагальнень дедекіндових груп подано у таблиці 1.

Таблиця 1

Дослідження груп з умовою інваріантності для виділених систем підгруп Σ

Клас груп	Виділена система інваріантних підгруп Σ	Назва груп	Роки дослідження	Дослідники
Скінченні неабелеві групи	Усі підгрупи групи	Гамільтонові групи	1897	Р. Дедекінд
Нескінченні групи	Усі підгрупи групи	Дедекіндові групи	1933	Р. Бер
Скінченні групи	Система усіх максимальних підгруп	Нільпотентні групи	1926	О.Шмидт
Неабелеві групи	Система централізаторів усіх підгруп групи	–	1940-1951	П. Конторович
Неабелеві групи	Система усіх неабелевих підгруп групи	Метагамільтонові групи	1962-1995	Г. Ромаліс, М. Сесекін, С.Черніков, С.Левіщенко О. Махньов, М. Кузенний, М. Семко, В. Нагребецький
Нескінченні неабелеві групи	Система усіх нескінченних неабелевих підгруп групи	\overline{IH} -групи	1964	С. Черніков
Нескінченні неабелеві групи	Система усіх нескінченних абелевих підгруп групи	IH -групи	1966, 1988-1989	С.Черніков, М.Кузенний, С. Левіщенко, М. Семко, І. Суботін
Неабелеві бінарно ступінчасті групи	Система усіх нециклічних підгруп групи	\overline{H} - групи	1967	Ф.Лиман, А. Устюжанінов
Нескінченні неабелеві групи	Система усіх нескінченних підгруп групи	INH -групи	1967	С.Черніков
Неабелеві бінарно ступінчасті групи	Система усіх абелевих нециклічних підгруп групи	\overline{HA} - групи	1968	Ф.Лиман
Скінченні p -групи	Система нормалізаторів усіх підгруп групи	–	1968	К. Хоббі
Скінченні групи	Система усіх ненільпотентних підгруп групи	–	1968	В. Нагребецький
Скінченні бі- та трипрімарні групи	Система усіх циклічних немінімальних підгруп групи	–	1969	Л. Казарін, Г. Бернштейн
Неабелеві групи	Система усіх розкладних підгруп групи	di -групи	1970	Ф. Лиман
Скінченні групи	Система усіх мінімальних підгруп групи	–	1970	Д. Баклі
Неабелеві локально скінченні групи	Система усіх підгруп, відмінних від своїх нормалізаторів	–	1971	Г. Жордано
Нескінченні групи	Система усіх не цілком розщеплюваних підгруп	–	1971	М. Сесекін, М. Гольденберг

Клас груп	Виділена система інваріантних підгруп Σ	Назва груп	Роки дослідження	Дослідники
Неабелеві групи	Система усіх підгруп поза сепаруючою підгрупою	–	1971	Д. Кеппіт
Неабелеві групи	Система усіх підгруп комутанта	–	1972-1980	І. Суботін
Неабелеві групи	Система усіх абелевих підгруп, відмінних від своїх нормалізаторів	AD -групи	1974-1978	М. Черніков
Скінченні групи	Система усіх не абнормальних підгруп групи	–	1974	А. Фаттахі
Неабелеві групи	Система усіх максимальних абелевих підгруп рангу 2	a_2^i -групи	1974	Ф. Лиман
Нескінченні неабелеві групи	Система усіх нескінченних підгруп поза сепаруючою підгрупою	–	1974-1978 1997-1999	А. Баранник, О. Одінцова
Неабелеві групи	Система всіх максимальних абелевих підгруп рангу 1 непростих порядків	Майже дедекіндові групи	1981	Ф. Лиман, Т. Чечина
Скінченні групи	Система усіх максимальних підгруп силовських підгруп групи	–	1982	Г. Уолс
Неабелеві pd -групи	Система усіх pd -підгруп групи	pdI -групи	1982	Ф. Лиман
Неабелеві pd -групи	Система усіх нециклічних pd -підгруп групи	$pd\bar{H}$ -групи	1982	Ф. Лиман
Неабелеві групи	Система усіх нециклічних підгруп поза сепаруючою підгрупою	–	1984-1986 2000-2001	Т. Чечина О. Одінцова
Неабелеві pd -групи	Система усіх розкладних pd -підгруп групи	di_p -групи	1984-1988	Ф. Лиман
Нескінченні pd -групи	Система усіх нескінченних pd -підгруп групи	INH_p -групи	1987-1990	Ф. Лиман
Нескінченні неабелеві групи	Система усіх підгруп, щоне мають скінченної системи твірних	–	1989	Л. Курдаченко, В. Пилаєв
Неабелеві pd -групи	Система усіх абелевих нециклічних pd -підгруп групи	$pd\bar{HA}$ -групи	1991	Ф. Лиман
Нескінченні неабелеві групи	Система усіх нерозкладних циклічних підгруп поза сепаруючою підгрупою	–	2005-2007	О. Одінцова

Перші результати, отримані Ф.М. Лиманом наприкінці 60-х років минулого століття під керівництвом С.М. Чернікова, були пов'язані із вивченням класів \bar{H} - та \bar{HA} -груп, яких системи нормальних підгруп склалися лише з нециклічних та з абелевих нециклічних підгруп відповідно. Було встановлено, що за певних обмежень \bar{H} -групи є розв'язними, а у періодичному випадку – нільпотентними, класу 2.

Клас \bar{HA} -груп виявився значно ширшим. Зокрема, серед неперіодичних \bar{HA} -груп вже зустрічаються групи без скруту, а серед скінченних \bar{HA} -груп – нерозв'язні. Вказані

результати були покладені в основу кандидатської дисертації «Групи з деякими системами інваріантних підгруп», яку Федір Миколайович захистив у жовтні 1968 року.

Подальші дослідження Ф.М. Лимана стосувалися вивчення будови неабелевих груп, в яких нормальними є усі розкладні підгрупи. Такі групи в [9] були названі di -групами. До di -груп були віднесені також усі неабелеві групи, що не містять розкладних підгруп. Було встановлено, що останні вичерпуються або кватерніонними 2-групами, або є групами Фробеніуса певної структури. З іншого боку, di -групи, що містять розкладну підгрупу, виявились розв'язними і у випадку їх неперіодичності – обов'язково мішаними групами.

У спільних роботах Ф.М. Лимана та Т.Г. Лелеченко (Чечиної) [23,25] вивчались групи, в яких нормальними є усі абелеві групи рангу 1 непростих порядків. Було доведено, що умова нормальності для вказаних підгруп рівносильна умові нормальності усіх циклічних підгруп складених порядків. Неабелеві групи, в яких множина циклічних підгруп складених порядків непорожня і складається лише з нормальних підгруп, названо майже дедекіндовими. Слід відзначити, що окремі класи скінченних майже дедекіндових груп паралельно вивчалися Г. Бернштейном та Л.С. Казаріним.

У роботах [12-14] вивчались групи, в яких нормальними є усі максимальні абелеві підгрупи рангу 2 (за умови існування вказаних підгруп у групі). Такі групи названі a_{2i} -групами (або у випадку p -груп – a_{2i_p} -групами). Було доведено, що кожна a_{2i_p} -група є H_p -групою, якщо у ній рівняння $x^p=1$ має точно p^2 розв'язків, а також подано повний опис нескінченних a_{2i_p} -груп, які є розширеннями квазіциклічних груп і мають точно три інволюції при $p=2$. Аналогічна задача була розв'язана й для a_{2i_p} -груп, в яких рівняння $x^p=1$ має точно p^2 розв'язків, і які не містять нормальної квазіциклічної підгрупи.

Паралельно, у роботах [14,16] Ф.М. Лиманом було встановлено, що довільні нескінченні локально скінченні неабелеві p -групи, в яких рівняння $x^p=1$ має точно p^2 розв'язків (p – довільне просте число) є циклічними розширеннями прямих добутоків двох квазіциклічних p -груп і $p \leq 3$.

Великий цикл робіт (див., наприклад, [26, 28-30, 32-34,39, 41]) був присвячений дослідженню груп, в яких нормальними є ті чи інші системи pd -підгруп для деякого простого числа p . Так з'явилися класи pdl -груп, $pd\bar{H}$ -груп, $pd\bar{HA}$ -груп, INH_p -груп, IH_p -груп та di_p -груп, в яких нормальними є відповідно: усі pd -підгрупи, усі нециклічні pd -підгрупи, усі абелеві нециклічні pd -підгрупи, усі нескінченні pd -підгрупи, усі нескінченні абелеві pd -підгрупи та усі розкладні pd -підгрупи. Було доведено, що між досліджуваними класами груп існують тісні зв'язки. Наприклад, для неперіодичних локально розв'язних та нескінченних локально скінченних ненільпотентних pd -груп умова нормальності усіх нециклічних pd -підгруп є рівносильною умові нормальності усіх pd -підгруп.

Інший спосіб розширити клас дедекіндових груп полягає у заміні умови нормальності нормалізаторною умовою. Вивчення груп з нормалізаторною умовою (або N -груп), тобто груп, в яких кожна власна підгрупа відмінна від свого нормалізатора, започатковано О.Ю. Шмідтом у 1916 р. Такого роду дослідження проводились також Б. Нейманом, С.М. Черніковим, О.Г. Курошем, Ю.А. Корзюковим, К.Ш. Кемхадзе, М.С. Черніковим, Ч. Хоббі, Г. Жордано та іншими алгебраїстами. Не залишились вони й поза увагою Лимана Ф.М. Декілька його робіт [20,21,27,31] присвячено дослідженню нескінченних груп з нормалізаторною умовою для нециклічних підгруп та pd -підгруп.

У [20] було встановлено, що у класі нескінченних локально скінченних груп (як і у класі локально розв'язних груп без скруту) нормалізаторна умова для нециклічних підгруп рівносильна нормалізаторній умові для всіх підгруп. Аналогічний результат отримано при дослідженні локально нільпотентних груп з нормалізаторною умовою для pd -підгруп.

Наведені вище результати щодо узагальнень дедекіндових груп та N -груп, були викладені Лиманом Ф.М. у монографії [48] та в докторській дисертації «Групи з обмеженнями на нормалізатори деяких систем підгруп», захищеній у 1996 році.

Наприкінці 90-х років ХХ століття проблематика питання щодо вивчення груп з умовою нормальності для різних систем підгруп виявилась майже вичерпаною. Одним із шляхів подальших теоретико-групових досліджень стало дослідження груп з умовою нормальності для підгруп виділеної системи Σ не у всій групі, а у деяких її підгрупах. З цим напрямком тісно пов'язане поняття Σ -норми групи, що є перетином нормалізаторів певної родини її підгруп Σ .

При вивченні властивостей Σ -норм виникає ряд проблем, пов'язаних з вивченням властивостей груп залежно від вибору системи підгруп Σ і певних обмежень, яким задовольняє Σ -норма. Як правило, у більшості з них в ролі Σ -норми виступала вся група, тобто вивчалися групи з нормальними системами підгруп Σ .

Вперше ситуацію, коли Σ -норма є власною підгрупою групи, почав вивчати Р. Бер у 30-х роках минулого століття для системи Σ усіх підгруп групи. Звуження системи Σ всіх підгруп до системи всіх циклічних і навіть всіх абелевих підгруп не приводить до розширення норми групи. Але при розгляді інших систем підгруп, зокрема, усіх нециклічних, усіх нескінченних, усіх нескінченних абелевих підгруп групи тощо (за умови, що такі підгрупи в групі існують), модифікована Σ -норма буде, взагалі кажучи, відрізнятися від норми групи (див. таблицю 2).

Окрім вивчення норми групи у значенні Бера, робилися поодинокі спроби дослідження інших Σ -норм. Зокрема, у 50–60-х роках минулого століття вивчалися норми максимальних абелевих та субнормальних підгруп. Проте у той час вивчення взаємозв'язків між властивостями групи та її Σ -норм стримувалося відсутністю достатньої інформації про будову Σ -норм (або інакше – про будову груп, в яких нормальними є усі підгрупи заданої системи підгруп Σ). Тепер, коли в багатьох випадках будова Σ -норми відома, з'явилася можливість досліджувати групи з наперед заданими властивостями їх Σ -норм.

У 90-х роках після тривалої перерви з'явилися нові публікації, присвячені вивченню властивостей деяких Σ -норм групи. У роботі [42] Ф.М. Лиманом було введено поняття норми нециклічних підгруп групи, а в [42,45,46] вивчалися властивості нескінченних груп, в яких така норма має скінченний індекс. Подальші дослідження властивостей груп залежно від властивостей норми нециклічних підгруп проводились під його керівництвом Лукашовою Т.Д.

Напрямок досліджень властивостей груп за властивостями їх Σ -норм виявився досить плідним. Зокрема, вдалося конструктивно описати будову широких класів груп, в яких Σ -норми є або нетривіальними, або мають скінченний індекс у групі для цілого ряду систем підгруп (зокрема, для систем нескінченних, нескінченних абелевих, нескінченних циклічних, абелевих нециклічних підгруп). Результати цих досліджень опубліковані у роботах [56-57,59-60, 68,69].

Таблиця 2

Дослідження Σ -норм для виділених систем підгруп Σ

Виділена система підгруп Σ	Назва Σ -норми	Позначення норми	Роки дослідження	Дослідники
Система усіх підгруп групи	Норма групи	$N(G)$	1934-1961	Р.Бер Є.Шенкман, Л.Уос, Дж.Байдлеман, Г.Хайнекен, М.Невелл, Дж.Ван, С.Го, Н.Гавіолі, Л.Легаррета, С.Сіка, М.Тота, Ф.Руссо
Система усіх субнормальних підгруп	Підгрупа Віландта або норма субнормальних підгруп	$W(G)$	1958	Г.Віландт, Д.Робінзон, Дж. Розенблад, Дж.Коссі, О.Кегель, Дж.Коссі, Р.Брайс, Р.Брендл, Ф.Джованні, С.Франціозі, А.Каміна, К.Касоло,
Система усіх максимальних абелевих підгруп	Норма максимальних абелевих підгруп	$N_A(G)$	1961	В.Каппе
Система усіх нескінченних субнормальних підгруп групи	Узагальнена підгрупа Віландта або норма нескінченних субнормальних підгруп	$IW(G)$	1995	Дж. Байдлеман, М. Діксон, Д.Робінсон
Система усіх нециклічних групи	Норма нециклічних підгруп	N_G	1993-1997	Ф.Лиман, Т.Лукашова
Система усіх зростаючих групи	Норма зростаючих підгруп	$\tau(G)$	2000	Ф.Джованні, Ж.Вінцензі
Система усіх нескінченних абелевих підгруп групи	Норма нескінченних абелевих підгруп	$N_G(A_\infty)$	2001	Ф.Лиман, Т.Лукашова
Система усіх нескінченних підгруп групи	Норма нескінченних підгруп	$N_G(\infty)$	2001	Ф.Лиман, Т.Лукашова
Система усіх нескінченних циклічних підгруп групи	Норма нескінченних циклічних підгруп	$N_G(C_\infty)$	2006	Ф.Лиман, Т.Лукашова
Система усіх нециклічних pd -підгруп групи	Норма нециклічних pd -підгруп	$N_G(pd\bar{H})$	2003	Т.Лукашова
Система усіх абелевих нециклічних підгруп групи	Норма абелевих нециклічних підгруп	N_G^A	2004	Ф.Лиман, Т.Лукашова, М.Друшляк
Система усіх несубнормальних підгруп групи	Норма несубнормальних підгруп	$W^*(G)$	2005	Ф.Марі, Ф.Джованні
Система усіх неабелевих підгруп групи	Норма неабелевих підгруп	$N^*(G)$	2005	Ф.Марі, Ф.Джованні
Система усіх pd -підгруп групи	Норма pd -підгруп	$N_G(pdI)$	2005	Т.Лукашова
Система усіх	Норма циклічних	$N_G(C_{\bar{p}})$	2007	Т.Лукашова, М.Друшляк

Виділена система підгруп Σ	Назва Σ -норми	Позначення норми	Роки дослідження	Дослідники
циклічних підгруп непростих порядків групи	підгруп непростих порядків			

Останнім часом Федір Миколайович велику увагу приділяє дослідженням властивостей норми абелевих нециклічних підгруп, про що свідчить цілий ряд спільних робіт з М.Г. Друшляк (див. наприклад, [74-75, 78-79]).

Не менш вагомими є досягнення Федора Миколайовича Лимана не лише як науковця, а й у якості організатора науки. За його ініціативи у 1982 році на базі кафедри математики Сумського державного педагогічного інституту проведено VIII Всесоюзний симпозиум з теорії груп, в якому брали участь провідні науковці – фахівці у галузі сучасної алгебри. На Сумщині це було перше творче зібрання математиків такого високого рівня.

За особистої ініціативи Ф.М. Лимана в 2001 році на базі Сумського педагогічного університету було проведено III Міжнародну алгебраїчну конференцію в Україні, в якій взяли участь понад 100 докторів і кандидатів наук з 20 країн світу.

Проведенню таких масштабних заходів сприяли широкі наукові зв'язки Федора Миколайовича. Ще під час навчання в аспірантурі він неодноразово виступав з доповідями на найрізноманітніших алгебраїчних форумах: у 1967 році відвідав Батумі, у 1968 році – брав участь у IX Всесоюзному алгебраїчному колоквиумі у Гомелі. Потім були Краснодар (Всесоюзний симпозиум з теорії груп), Алма-Ата, Шушенське, Гомель (Всесоюзний симпозиум з теорії груп, 1975 рік), Черкаси (Всесоюзний симпозиум з теорії груп, 1977 рік), Ленінград (Всесоюзна алгебраїчна конференція, 1981 рік), Батумі (конференція математиків ВНЗ Грузинської РСР, 1981 рік), Москва (Всесоюзний симпозиум з теорії груп, 1984 рік), Кишинев (Всесоюзна алгебраїчна конференція, 1985 рік), Мінськ (Всесоюзний симпозиум з теорії груп, 1986 рік), Москва (Міжнародна алгебраїчна конференція, 2008 рік). У якості співголови або члену оргкомітету брав участь у роботі кількох Міжнародних алгебраїчних конференцій в Україні (з 1997 по 2009 рр).

На симпозиумі з теорії груп у Краснодарі зав'язалася тісна дружба з білорусами: Шеметковим Л.О., Монаховим В.С., Селькіним М.В. та Воробйовим М.Т. Федір Миколайович підтримував дружні стосунки з уральською алгебраїчною школою (Старостіним А.І., Фомініним А.М., Махньовим О.О.); з новосибірськими алгебраїстами (Мазуровим В.Д., Мерзляковим Ю.І., Каргаполовим М.І.) та цілою плеядою видатних математиків: Шунковим В.І. (Красноярськ), Ольшанським О.Ю (Москва), Кемхадзе Ш.С., Кемхадзе К.Ш. (Батумі), Горчаковим Ю.М. (Тверь), Устюжаніновим А.Д. (Іркутськ). До речі, у 1967 році А.Д. Устюжанінов займався тією ж проблематикою, що і Федір Миколайович – досліджував групи з нормальними нециклічними підгрупами.

Особливо теплі стосунки у Федора Миколайовича зав'язались з алгебраїстами Інституту математики НАН України та Київського національного університету імені Шевченка: Зайцевим Д.І., Дроздом Ю.А., Кириченком В.В., Суцанським В.І., Петравчуком А.П., Левіщенком С.С., Кузенним М.Ф., Черніковим М.С., Працьовитим М.П. та українськими математиками Кляцькою Л.М. (Черкаси), Семком М.М. (Ірпінь) та Курдаченком Л.А. (Дніпропетровськ).

Продуктивна наукова діяльність Ф.М. Лимана завжди успішно поєднувалася з організаційно-педагогічною роботою. Його підручники з вищої математики, математичної логіки, числових систем, посібники з вищої алгебри користуються

заслуженою популярністю як серед студентів, так і серед викладачів математики багатьох вишів України.

СПИСОК
наукових робіт доктора фізико-математичних наук, професора
Лимана Федора Миколайовича

1. Лиман Ф.М. Деякі властивості неперіодичних H_2 -груп // Звітна наукова конф. каф. Київського педінституту. – 1967. – С. 67-68.
2. Лиман Ф.М. Группы с инвариантными нециклическими подгруппами // ДАН УРСР. – 1967. – С. 1073-1075.
3. Лиман Ф.М. 2-группы с инвариантными нециклическими подгруппами // Математические заметки, т.4, № 1. – 1968. – С. 75-83.
4. Лиман Ф.М. Групи, всі абелеві нециклічні підгрупи яких інваріантні // IV конференція молодих математиків України, м. Київ. – 1968.
5. Лиман Ф.М. Группы с заданными системами инвариантных подгрупп // IX Всесоюзный алгебраический коллоквиум, Гомель. – 1968. – С. 122-123.
6. Лиман Ф.М. P -группы, всі абелеві нециклічні підгрупи яких інваріантні // ДАН УРСР, № 8. – 1968. – С. 696-699.
7. Лиман Ф.М. Непериодические группы с некоторыми системами инвариантных подгрупп // Алгебра и логика, т. 7, № 4. – 1968. – С. 70-86.
8. Лиман Ф.М. Неперіодичні групи, всі абелеві нециклічні підгрупи яких інваріантні // ДАН УРСР, № 1. – 1968. – С. 11-13.
9. Лиман Ф.М. Группы, все разложимые подгруппы которых инвариантны // Укр. мат. журнал т. 22, № 6. – 1970. – С. 725-733.
10. Лиман Ф.М. Периодические группы, все абелевы нециклические подгруппы которых инвариантны // В кн.: Группы с ограничениями для подгрупп.-Киев: Наукова думка. – 1971. – С. 65-96.
11. Лиман Ф.М. Тематика курсових робіт з алгебри і теорії чисел // В кн.: Тематика курсових робіт з математики для студентів фізико-математного ф-ту. Суми. – 1972. – С. 40-51.
12. Лиман Ф.М. Об одном классе бесконечных p -групп // В кн.: “Исследование групп по заданным свойствам подгрупп”, Киев. – 1974. – С. 250-259.
13. Лиман Ф.М. Об одном классе бесконечных p -групп // В кн.: “Исследование групп по заданным свойствам подгрупп”, Киев. – 1974. – С. 250-259.
14. Лиман Ф.М. Бесконечные p -группы, содержащие ровно p^2 решений уравнения $x^p=1$. // Всесоюзный алгебраический симпозиум, Гомель, Гом. филиал ин-та матем. АН БССР. – 1975. – С. 131-132.
15. Лиман Ф.М. Научные основы школьного курса математики. Курс лекций и семинарских занятий // Суми, педінститут. – 1975. – 145 с.
16. Лиман Ф.М. Бесконечные p -группы, содержащие точно p^2 решений уравнения $x^p=1$. // Математические заметки, т. 20, № 1. – 1976. – С. 11-18.
17. Лиман Ф.М. Деталізований робочий план з алгебри і теорії чисел // В кн.: Деталізовані робочі плани з математичних дисциплін для заочного відділу фізико-математичного ф-ту. Суми. – 1976. – С. 13-31.
18. Лиман Ф.М. Деталізований робочий план з наукових основ шкільного курсу математики // В кн.: Деталізовані робочі плани з математичних дисциплін для заочного відділу фізико-математичного ф-ту. Суми. – 1976. – С. 74-84.

19. Лиман Ф.М. Кольца и поля. Пособие для студентов физико-математических факультетов. – Сумы, пединститут. – 1977. – 71 с.
20. Лиман Ф.М. Бесконечные группы с нормализаторным условием для нециклических подгрупп // VI Всесоюзный симпозиум по теории групп, тезисы. Черкассы. – 1978. – С. 36-37.
21. Лиман Ф.М. О бесконечных группах с нормализаторным условием для нециклических подгрупп. // В кн.: Группы, определяемые свойствами системы подгрупп. Киев. – 1979. – С. 98-105.
22. Лиман Ф.М. Группы. Пособие для студентов физико-математических факультетов. – Сумы, пединститут. – 1979. – 35 с.
23. Лиман Ф.М., Лелеченко Т.Г. Группы с инвариантными максимальными абелевыми подгруппами ранга I непростых порядков // XVI Всесоюзная алгебраическая конференция, тезисы, часть II. Ленинград. – 1981. – С. 81-82.
24. Лиман Ф.М. Периодические группы с нормализаторным условием для pd -групп // IX конференция математиков ВУЗов Грузинской ССР, тезисы. Батуми. – 1981. – С. 149.
25. Лиман Ф.М., Лелеченко Т.Г. Группы с инвариантными максимальными абелевыми подгруппами ранга I непростых порядков // В кн.: Подгрупповая характеристика групп. Киев. – 1982. – С. 85-92.
26. Лиман Ф.М. О группах с инвариантными нециклическими pd -подгруппами // VIII Всесоюзный симпозиум по теории групп, тезисы. Сумы. – 1982. – С. 74-75.
27. Лиман Ф.М. Периодические группы с нормализаторным условием для pd -подгрупп // Математические заметки, т. 34, № 3. – 1983. – С. 333-336.
28. Лиман Ф.М. Группы с некоторыми системами инвариантных pd -подгрупп // В кн.: Группы и системы их подгрупп. Киев. – 1983. – С. 810-118.
29. Лиман Ф.М. О периодических группах, все разложимые pd -подгруппы которых нормальны // IX Всесоюзный симпозиум по теории групп, тезисы. Москва. – 1984. – С. 33-34.
30. Лиман Ф.М. Смешанные группы, все разложимые pd -подгруппы которых нормальны // XVIII Всесоюзная алгебраическая конференция, тезисы сообщений, часть I. Кишнев. – 1985. – С. 315.
31. Лиман Ф.М. О группах с нормализаторным условием для pd -подгрупп // X Всесоюзный симпозиум по теории групп, тезисы докладов. Минск. – 1986. – С. 140.
32. Лиман Ф.М. О бесконечных группах, все бесконечные pd -подгруппы которых нормальны // XIX Всесоюзная алгебраическая конференция, тезисы сообщений, часть I. Львов. – 1987. – С.160.
33. Лиман Ф.М. О периодических группах, все разложимые pd -подгруппы которых нормальны // Укр. мат. журнал, т. 40, № 1. – 1988. – С. 58-61.
34. Лиман Ф.М. Непериодические группы, все разложимые pd -подгруппы которых нормальны // Укр. мат. журнал, т. 40, № 3. – 1988. – С. 330-335.
35. Лиман Ф.М. Математическая логика и теория алгоритмов. Курс лекций для студентов физико-математических факультетов пединститутов. – Сумы, пединститут. – 1989. – 151 с.
36. Лиман Ф.М., Иноземцев О.Г. Высказывания и предикаты. Логическая структура теорем и определений (факультатив) // СВАКУ, Сумы. – 1990. – 57 с.

37. Лиман Ф.М. О бесконечных группах, все бесконечные pd -подгруппы которых нормальны // Известия вузов. Математика № 3. – 1990. – С. 75-78.
38. Лиман Ф.М. О путях повышения эффективности лекций по математике // Актуальные вопросы профессиональной подготовки учителя. Сб. научн. статей. Сумы, 1989. – 287 с. Деп. в НИИ ВШ 11.03.90г. № 614-662. – С. 276-282.
39. Лиман Ф.М. О группах, все абелевы нециклические pd -подгруппы которых нормальны // Укр. мат. журнал, т. 43, № 7-8. – 1991. – С. 974-980.
40. Лиман Ф.М. Про один підхід до організації підготовки вчителів на фізико-математичних факультетах педінститутів // Індивідуалізація і диференціація навчання математиці. Матеріали доп. Сумськ. обл. наук.-практ. конференції. – С. 10-12.
41. Лиман Ф.М. О группах, все бесконечные абелевы pd -подгруппы которых нормальны // Укр. мат. журнал, т. 44, № 6. – 1982 – С. 796-800.
42. Лиман Ф.М. О бесконечных группах, нециклическая норма которых имеет конечный индекс // III Международная конференция по алгебре/ памяти М.И.Каргаполова / тезисы докладов. Красноярск. – 1993. – С. 207.
43. Лиман Ф.М. Математична логіка і теорія алгоритмів: Навчальний посібник. – Київ: Віпол. – 1994. – 176 с.
44. Лиман Ф.М. Логіка і проблеми формування інтелектуальних умінь учнів // В кн.: Формування інтелектуальних умінь учнів у процесі вивчення математики та інформатики. Тези доповідей. Суми. – 1995. – С. 74-75.
45. Лиман Ф.М. Про нециклічну норму нескінченних груп // V Між нар. наук. конф. ім. М. Кравчука, 16-18 травня 1996 р. Київ, тези доповідей. Київ. – 1996. – С. 241.
46. Лиман Ф.М. О бесконечных группах, нециклическая норма которых имеет конечный индекс // Укр. мат. журнал, т. 49, № 5. – 1997. – С. 678-684.
47. Міжвузівська науково-методична конференція «Актуальні проблеми розвитку творчої особистості в процесі вивчення математики та інформатики» / 16-17 квітня 1997 року/ – загальна редакція. – 1997. – 92 с.
48. Лиман Ф.М. Групи з обмеженнями на нормалізатори деяких систем підгруп // Деп. в ДНТБ України 24.11.1997, № 577-Ук97. – 293 с.
49. Лиман Ф.М., Лукашова Т.Д. Про деякі особливості мов формалізованих математичних теорій // В кн.: Лінгво-філософські аспекти гуманітарної освіти /Матеріали наукової конференції/. Суми. – 1998. – С. 79-82.
50. Лиман Ф.М. Про норму нескінченних підгруп групи // VII Міжнар. наук. конф. ім. акад. М.Кравчука, 14-16 травня, 1998, Київ, тези доповідей. Київ. – 1998. – С. 283.
51. Лиман Ф.М., Петренко С.В., Погребний В.Д. Математика. Методичні рекомендації абітурієнтам фізико-математичного факультету. – Суми, редакційно-видавничий відділ СДПІ. – 1998. – 60 с.
52. Лиман Ф.М. Математична логіка і теорія алгоритмів. – Суми, “Слобожанщина”. – 1998. – 152 с.
53. Лиман Ф.М. Елементи теорії груп. – Суми, редакційно-видавничий відділ СДПІ. – 1999. – 40 с.
54. Лиман Ф.М. Елементи теорії кілець і полів. – Суми, редакційно-видавничий відділ СДПІ. – 2000. – 52 с.
55. Лиман Ф.М., Петренко С.В., Погребний В.Д. Математика – абітурієнту. Навчально-методичні рекомендації абітурієнтам фізико-математичного факультету. – Суми, редакційно-видавничий відділ СДПІ. – 2000. – 60 с.

56. Лиман Ф.М., Лукашова Т.Д. Про нескінченні групи із заданими властивостями норми нескінченних підгруп // Укр. мат. журнал. – 2001. – Т.53. – № 5. – С.625-630.
57. Лиман Ф.М., Лукашова Т.Д. Про норму нескінченних абелевих підгруп неперіодичних груп // Матеріали III Міжнародної алгебраїчної конференції в Україні. Суми: СумДПУ ім. А.С.Макаренка, 2001. – С. 203-207.
58. Лиман Ф.М., Петренко С.В., Одінцова О.О. Вища математика. Ч.І: Навчальний посібник. – Вид. СумДПУ, 2002. – Ч. I. – 242 с.
59. Лиман Ф.М., Лукашова Т.Д. Про норму абелевих нециклічних підгруп у нескінченних локально скінченних p -групах // Матеріали Міжнародної математичної конференції, присвяч. 100-річчю від початку роботи Д.О. Граве у Київському ун-ті, Київ. – 17-22 червня 2002 р. – Київ: Ін-т математики НАН України. – 2002. – С. 107-108.
60. Лиман Ф.М., Лукашова Т.Д. Про одне узагальнення поняття норми в нескінченних групах // Матеріали наукової математичної конференції „Алгебраїчні методи дискретної математики”. – Луганськ. – 2002. – С. 35-36.
61. Лиман Ф.М., Власенко В.Ф., Петренко С.В., Семеніхіна О.В. Вища математика. Ч. II: Навчальний посібник. – Вид. СумДПУ, 2003. – Ч. II. – 392 с.
62. Лиман Ф.М., Лукашова Т.Д. Обобщенные нормы неперіодических групп // Известия Гомельского государственного ун-та. – 2003. – № 4 (19). – С. 62-67.
63. Liman F.M. On norm groups with the minimal condition for non-invariant Abelian p -subgroups // Матеріали IV Міжнародної алгебраїчної конференції в Україні (Львів, 3-9 серпня 2003). – Львів: Львівський національний ун-т. – 2003. – С. 136-137.
64. Лиман Ф.М., Дрозд Ю.А., Кириченко В.В., Суцанский В.И Третья Международная алгебраическая конференция в Украине // В зб. "Алгебраические структуры и их приложения" – Киев: Институт математики НАН. – 2003. –С.7-8.
65. Лиман Ф.М. О группах с условием минимальности для неинвариантных абелевых p -подгрупп // Укр. мат. журнал. – 2005. – Т. 57, № 2. – С. 265-270.
66. Лиман Ф.М. Елементи теорії груп, кілець і полів: Навчальний посібник. – Вид. СумДПУ, 2005. – 108 с.
67. Лиман Ф.М. Основи векторного та тензорного аналізу. – Вид. СумДПУ, 2005. – 84 с.
68. Лиман Ф.М., Лукашова Т.Д. О норме бесконечных циклических подгрупп неперіодических групп // Международная конференция „Классы групп и алгебр”. – Гомель, 2005. – С. 75-76.
69. Лиман Ф.М., Лукашова Т.Д. Про нескінченні 2-групи з недедекіндовою нормою абелевих нециклічних підгруп // Вісник Київського університету, серія: фіз.-мат. науки. – 2005. – № 1. – С.56-64.
70. Liman F.M., Drushlyak M.G On groups with minimal condition for non-normal decomposable abelian subgroups // 5th International Algebraic Conference in Ukraine. – Odessa, 20-27 of July, 2005. – Odessa, 2005. – P. 129-130.
71. Лиман Ф.М., Власенко В.Ф., Петренко С.В., Семеніхіна О.В., Одінцова О.О. Вища математика: Навч. посібник. – Суми: ВТД «Університетська книга», 2006. – У 2-х ч. – 614 с.
72. Лиман Ф.М., Лукашова Т.Д. О норме бесконечных циклических подгрупп // Вестник ВГУ имени П.М. Машерова. – Витебск, 2006. – № 4. – С. 108-111.
73. Liman F.M., Drushlyak M.G On groups with minimal condition for non-normal decomposable abelian subgroups // Algebra and discrete mathematics. – 2006. – №4. – С. 57-66.

74. Liman F.M., Drushlyak M.G On norm of abelian non-cyclic subgroups of non-periodic groups // Международная конференция «Классы групп, алгебр и их приложения». Гомель. – 2007. – С. 10-11.
75. Liman F.M., Drushlyak M.G On conditions of coinciding of different Σ -norms in non-periodic groups // Международная алгебраическая конференция, посвященная 100-летию со дня рождения профессора А.Г.Куроша. – Москва, 28 мая – 3 июня 2008г. – Москва. – 2008. - С.288-289.
76. Лиман Ф.М., Лукашова Т.Д. О взаимосвязях между нормами некоторых систем бесконечных подгрупп в непериодических группах // Международная алгебраическая конференция, посвященная 100-летию со дня рождения профессора А.Г.Куроша. – Москва, 28 мая – 3 июня 2008г. – Москва. – 2008. – С.156-157.
77. Лиман Ф.М, Лукашова Т.Д., Погребний В.Д. Збірник конкурсних завдань II етапу Всеукраїнської студентської олімпіади з математики серед студентів вищих педагогічних навчальних закладів – 2005-2007 рр. – Вид. СумДПУ, 2008. – 40с.
78. Liman F.M., Drushlyak M.G. On non-periodic groups with non-Dedekind norm of Abelian non-cyclic subgroups // Матеріали 7 міжнародної алгебраїчної конференції в Україні. – м. Харків, 18-23 серпня 2009. – Харків. – 2009. – С. 91-92.
79. Лиман Ф.М., Друшляк М. Г. Неабелева норма абелевих нециклічних підгруп у групах, що містять вільну абелеву підгрупу рангу 2 // Матер. наукової конф. за підсумками науково-дослідної і науково-методичної роботи кафедр СумДПУ ім.А.С.Макаренка. – Суми: Вид-во СумДПУ, 2009. – С. 12-13.
80. Лиман Ф.М., Петренко С.В. Сучасні проблеми організації навчання математики //Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції «Розвиток інтелектуальних вмінь та творчих здібностей учнів і студентів в процесі навчання математики». – Суми, 3-4 грудня 2009. – С. 146.
81. Лиман Ф.М. Числові системи: навчальний посібник. – Суми: Видавництво «МақДен», 2010. – 192 с.

Анотація. *Лукашова Т., Друшляк М. Огляд наукової діяльності Ф.М. Лимана.*

У статті розглянуто основні результати наукових досліджень доктора фізико-математичних наук, професора, завідувача кафедри математики СумДПУ імені А.С. Макаренка Лимана Федора Миколайовича.

Ключові слова: Лиман Ф.М., група, нормальна підгрупа, норма групи.

Аннотация. *Лукашова Т., Друшляк М. Обзор научной деятельности Ф.Н. Лимана.*

В статье анализируются основные результаты научных исследований доктора физико-математических наук, профессора, заведующего кафедрой математики СумГПУ имени А.С. Макаренко Лимана Федора Николаевича.

Ключевые слова: Лиман Ф.Н., группа, нормальная подгруппа, норма группы.

Abstract. *Lukashova T., Drushlyak M. The Review of Scientific Activity by F.N. Lyman.*

In article are analysed main results of the scientific studies of prof. Lyman F.

Keywords: Lyman F., group, normal subgroup, norm of the group.