

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Шаповалова Н., Панченко Л. Особливості навчання топології для підвищення компетентності майбутніх вчителів математики і фізики // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – Суми : СумДПУ ім. А.С.Макаренка, 2015. – № 1 (4). – С. 47-53.

Наталія Шаповалова, Лариса Панченко
Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, Україна

ОСОБЛИВОСТІ НАВЧАННЯ ТОПОЛОГІЇ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ КОМПЕТЕНТНОСТІ МАЙБУТНІХ ВЧИТЕЛІВ МАТЕМАТИКИ І ФІЗИКИ

В умовах розвитку нових технологій різко зріс попит на людей, що володіють нестандартним мисленням, вміють ставити і вирішувати нові завдання. Це обумовлює важливість проведення методичної роботи по ознайомленню студентів з новими методами нестандартного мислення, спрямованими на розвиток логічного математичного мислення нового покоління.

Тому на даний час все більш широкої популярності набуває концепція особистісно-орієнтованого підходу до навчання, що передбачає максимально можливу індивідуалізацію процесу, забезпечення можливості реалізації запитів та обдарувань особистості студента. Ще однією не менш важливою віхою в процесі навчання і розробки нових методичних підходів до його організації є заохочення студентів до постійного розвитку і удосконалення своїх знань, умінь і розширення поля інтересів. Адже саморозвиток в подальшому часто призводить до появи нових, креативних способів розв'язування задач.

Таким апаратом пізнання та розширення простору мислення є топологія, яка як ніяка інша наука сприяє розвитку інтелектуальних здібностей студентів. Курс топології ще не здобув явного визнання, але спостерігаючи за розвитком науки можна впевнено твердити, що її розквіт у близькому майбутньому. Секрет успіху топології захований у її багатогранності та можливості проявлятися майже у всіх віхах людської діяльності та науки.

Дана стаття присвячена дослідженню ролі топології в процесі навчання нормативної навчальної дисципліни «Диференціальна геометрія і топологія» студентів математичних спеціальностей педагогічних університетів та розкриттю основних методичних аспектів цього процесу.

Питання теорії та методики навчання топології розроблялись в у працях А. Н. Колмогорова, А. Д. Александрова, Л. С. Понтрягіна, В. Г. Болтянського, В. А. Єфремовича, Н. Бурбакі, Дж. Шварца, А. Л. Вернера, В. И. Рижика, Б. Е. Кантора,

С. А. Франгулова, С. П. Новікова, А. С. Міщенко, Ю. П. Соловійова, А. Т. Фоменко, М. І. Кованцова, О. А. Борисенко, С. Г. Кононова, А. В. Прасолова, В. Л. Тихмохович, В. І. Глізбург, М. Є. Сангалової, Н. В. Тімофєєвої та ін.

Метою статті є розкриття основних методичних аспектів навчання топології студентів математичних спеціальностей педагогічних університетів. Для цього спочатку розглядаються мета, зміст та основні положення топології. Потім аналізуються особливості топології та пропонуються сучасні підходи і методи її навчання.

Топологія вивчається в курсі нормативної навчальної дисципліни «Диференціальна геометрія і топологія» студентами математичних спеціальностей педагогічних університетів.

Предметом вивчення навчальної дисципліни «Диференціальна геометрія і топологія» є геометричні образи, у першу чергу криві і поверхні, а також сімейства кривих і поверхонь в евклідовому просторі методами математичного аналізу, метричні та топологічні простори, відображення топологічних просторів, топологічні многовиди, многогранники.

Організація навчального курсу «Диференціальна геометрія і топологія» передбачає активне використання міжпредметних зв'язків з такими дисциплінами, як «Математичний аналіз», «Аналітична геометрія», «Лінійна алгебра», «Елементарна математика», «Диференціальні рівняння», «Теорія інваріантів», «Фізика». Знання та навички, отримані студентами в результаті опанування дисципліни «Диференціальна геометрія і топологія» використовуються при вивченні таких навчальних дисциплін як «Математичний аналіз», «Основи геометрії», «Диференціальні рівняння», «Методика навчання математики вищої та середньої школи», «Загальна фізика», а також при вивченні окремих розділів загальних та спеціальних курсів фізики, математики, інформатики та астрономії тощо.

Метою викладання навчальної дисципліни «Диференціальна геометрія і топологія» є навчання студентів прийомам і методам розв'язування задач диференціальної геометрії та топології, розвитку здібностей використання методів математичного аналізу, вивченні основних фактів диференціальної геометрії і топології та вмінні застосовувати ці геометричні та топологічні факти як при розв'язуванні геометричних та топологічних задач, так і задач прикладного характеру, дослідженні їх зв'язку із задачами і методами диференціального та інтегрального числення, із шкільним курсом геометрії.

Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні **знати** з топології:

Основні поняття. Метрика, метричний простір; відкриті та замкнені множини в метричному просторі; внутрішність, замикання та межа підмножини; збіжні послідовності в метричному просторі; топологія; топологічний простір; топологічний окіл; порівняння топологій; дискретна топологія; антидискретна топологія; топологія, індукована метрикою; підпростори топологічного простору; замкнені множини в топологічному просторі; збіжні послідовності в топологічному просторі; аксіоми віддільності; хаусдорфові топологічні простори; аксіоми зліченності; база топології; сепарабельні топологічні простори; метризовні топологічні простори; нормальні топологічні простори. Відображення топологічних просторів; неперервність відображення топологічних просторів в точці та «в цілому»; гомеоморфізм; топологічні властивості; зв'язність; компактність; компоненти топологічного простору, лінійна зв'язність; топологічна розмірність, хаусдорфовість; спадкові топологічні властивості. Локально евклідовий топологічний простір; розмірність топологічного простору; п-

вимірний топологічний многовид; край многовиду; лист Мьобіуса; тор; пляшка Клейна; модельні поверхні; ручки, трубки, плівки; орієнтованість многовиду; сфери з ручками; сфери з дірками; сфери з плівками; триангуляції; кліткові розбиття поверхонь; ейлерова характеристика многовиду; правильні многогранники; розгортки поверхонь.

Основні формули і теореми. Властивості відкритих і замкнених множин в метричному просторі. Властивості внутрішності, замикання та межі множини. Теорема про структуру топологічного підпростору. Теореми про структуру межі та внутрішності множини топологічного простору. Властивості хаусдорфових просторів. Критерій метризованості топологічного простору. Критерій неперервності відображень топологічних просторів «в цілому». Властивості та ознаки неперервних відображень. Властивості гомеоморфізмів. Критерій зв'язності. Властивості компонент зв'язності. Властивості компактних топологічних просторів. Критерій компактності в евклідових просторах. Критерій гомеоморфізму. Теорема про топологічну класифікацію одновимірних многовидів. Теорема про топологічну класифікацію двохвимірних многовидів. Формула Ейлера. Теорема про класифікацію топологічно правильних многогранників.

Студенти повинні **вміти** з топології:

Перевіряти виконання аксіом топологічного та метричного просторів. Метризувати базову множину різними способами, перевіряти еквівалентність метрик. Топологізувати множини різними способами, порівнювати топології. Досліджувати на збіжність послідовності в топологічних та метричних просторах. Класифікувати точки за їх положенням відносно фіксованої множини. Перевіряти неперервність відображення в точці. Перевіряти неперервність відображення «в цілому». Доводити гомеоморфність (негомеоморфність) топологічних просторів. Обчислювати топологічну розмірність підмножин топологічного простору. Досліджувати топологічні простори та їх підпростори на компактність, зв'язність, лінійну зв'язність, хаусдорфовість. Визначати топологічну розмірність многовиду. Обчислювати ейлерову характеристику многовиду. Встановлювати топологічну еквівалентність (нееквівалентність) одновимірних та двовимірних многовидів.

Ці знання та вміння забезпечують формування наступних *компетенцій*:

– базові уявлення про різноманітність геометричних об'єктів, розуміння значення єдності геометрії як науки, її місця в сучасному світі і системі наук;

– володіння методами опису, ідентифікації, класифікації та визначення геометричних об'єктів;

– здатність застосовувати основні аналітичні, геометричні методи та методи математичного аналізу, зокрема диференціального та інтегрального числення, до створення, аналізу та дослідження математичних моделей реальних об'єктів, процесів і явищ;

– здатність застосовувати сучасні інформаційні технології для розв'язання теоретичних, практичних та прикладних задач;

– базові уявлення про історію розвитку диференціальної геометрії;

– здатність аналізувати навчально-методичну літературу з дисципліни;

– вміння застосовувати отримані теоретичні знання при розв'язуванні практичних задач;

– вміння використовувати раніше набуті знання при вивченні нового теоретичного матеріалу та розв'язуванні практичних задач;

– здатність проводити дедуктивні обґрунтування правильності розв'язання задач та шукати логічні помилки в неправильних дедуктивних міркуваннях;

– вміння знаходити інваріантні величини, інваріантні елементи та інваріантні властивості і застосовувати їх в подальших дослідженнях;

– здатність використовувати математичну та логічну символіку на практиці.

Топологія має великі можливості для розвитку пізнавальної діяльності майбутнього вчителя математики через розвиток таких прийомів розумової діяльності, як аналіз, синтез, абстрагування, порівняння, узагальнення, аналогія, інтуїція тощо. З урахуванням спеціалізації та індивідуального розвитку студентів відповідно до їх здібностей та можливостей зміст курсу «Диференціальна геометрія і топологія», крім теоретичного матеріалу з обов'язковою та додатковою частинами, задачного матеріалу, що забезпечить міцне засвоєння базових знань, повинен містити і мотиваційний матеріал (система проблемних та евристичних задач і запитань, творчі та дослідницькі запитання, задачі міжпредметного змісту, історичні матеріали до вивчення відповідних тем курсу тощо).

На перших лекціях необхідно роз'яснити загальне призначення топології, як окремого модуля курсу, з'ясувати структуру цього модуля, як деякої цілісної системи. Слід звернути увагу на діалектичний характер модуля в цілому. Потрібно звернути увагу студентів на широке коло прикладних і практичних задач, які розв'язуються методами і засобами топології.

Топологія вивчає ті властивості геометричних об'єктів, які зберігаються при неперервних перетвореннях. Топологія – розділ математики, що займається вивченням властивостей фігур (або просторів), які зберігаються при неперервних деформаціях, таких, наприклад, як розтяг, стискання чи згинання. Неперервна деформація – це деформація фігури, при якій не відбувається розривів (тобто не порушується цілісність фігури) або склеювань (тобто ототожнення її точок).

Предметом вивчення топології як навчальної дисципліни є метричні та топологічні простори, відображення топологічних просторів, топологічні многовиди, многогранники. Топологія як навчальна дисципліна складається з трьох змістових модулів: «Топологічні та метричні простори», «Відображення топологічних просторів», «Топологічні многовиди».

Основним підходом в процесі навчання топології є науковий підхід.

В процесі навчання топології студенти вчать перевіряти виконання аксіом топологічного та метричного просторів, метризувати базову множину різними способами, перевіряти еквівалентність метрик, топологізувати множини різними способами, порівнювати топології, досліджувати на збіжність послідовності в топологічних та метричних просторах, класифікувати точки за їх положенням відносно фіксованої множини, перевіряти неперервність відображення в точці, перевіряти неперервність відображення «в цілому», доводити гомеоморфність (негомеоморфність) топологічних просторів, обчислювати топологічну розмірність підмножин топологічного простору, досліджувати топологічні простори та їх підпростори на компактність, зв'язність, лінійну зв'язність, хаусдорфовість, визначати топологічну розмірність многовиду, обчислювати ейлерову характеристику многовиду, встановлювати топологічну еквівалентність (нееквівалентність) одновимірних та двовимірних многовидів.

Вивчення топології відіграє важливу роль у зв'язку з широким колом теоретичних і прикладних застосувань топологічних властивостей в таких науках як антологія, расологія, кібернетика, інформатика, картографія, геологія, гончарство, архітектура, географія, космологія, біологія, природознавство, генетика, бактеріологія, математика, фізика, гірництво, астрономія тощо.

В процесі навчання студентів топології можна вдало використовувати історичні приклади, познайомити їх з основними етапами розвитку топології та основними історичними проблемами та задачами. Важливо познайомити студентів з поняттям топологічної розмірності, яке відіграє головне місце з розвитку багатьох теорій.

Уперше із суто топологічною задачею зустрівся ще славнозвісний математик Леонард Ейлер, розв'язавши так звану задачу «про сім Кенігсберзьких мостів». Аналогічними до задачі про сім Кенігсберзьких мостів є задачі про можливість неперервним рухом (не відриваючи олівця від паперу) накреслити якусь геометричну фігуру так, щоб вістря олівця не проходило вдруге по жодній з уже накреслених ліній. Виявляється, що питання про можливість розв'язання подібних задач обумовлюється не складністю, не розмірами самої фігури, а математичними залежностями, які досліджує топологія.

Топологічні задачі розв'язуються методами, докорінно відмінними від методів геометрії. Топологія вивчає умови, за яких одні фігури можна перетворити в інші плавним, неперервним рухом.

Навчання топології сприяє розвитку не лише топологічних, а й інтелектуальних, фізичних, математичних вмінь та здібностей студентів, є необхідним елементом для самовдосконалення, самоосвіти студентів, розвитку ерудиції, абстрактного мислення, збагачення знань у різних напрямках науки одночасно, інтелектуального росту.

Враховуючи досвід викладання геометрії та топології в педагогічному університеті, вважаємо, що топологію слід вивчати як окрему навчальну дисципліну хоча б протягом одного семестру з однією лекцією і одним практичним заняттям у тижні. Тому що розв'язування задач з топології викликають у студентів значні труднощі, оскільки мають свою специфіку та вимагають відповідних знань і умінь не лише з топології, а й з геометрії, математичного аналізу.

Як варіант можна розглядати можливість вивчення матеріалу топології, як спецкурс не лише для математиків, а і для фізиків (завдяки міцним зв'язкам топології з окремими проблемами фізики, як питання вивчення природи гравітаційного поля, простору, часу).

Особливо слід звернути увагу студентів та учнів на теоретичні та прикладні застосування топологічних властивостей, які проявляються та застосовуються в різних вище вказаних науках. Для цього потрібно правильно створити презентації, підібрати задачі та приклади їх застосування.

Система цілеспрямовано сконструйованих задач, запитань і завдань є важливою умовою розвитку пізнавальної мотивації у навчальному процесі та ефективним засобом розвитку продуктивного евристичного мислення. Розв'язуючи топологічні задачі, студенти не тільки активно оволодівають змістом модуля, а й набувають вміння використовувати аналогію, узагальнення, самостійно і творчо мислити. Поряд із завданнями репродуктивного характеру, пов'язаними з пізнавальними труднощами, для подолання яких необхідні нові знання або докладання інтелектуальних зусиль. Такі задачі складають основу проблемного навчання, педагогічними умовами успішності якого є: створення пізнавальних труднощів, відповідних інтелектуальним здібностям студентів; забезпеченість сукупністю знань з предметного змісту проблемної ситуації; формування операційних вмінь розв'язання проблемних задач. Розвитку нестандартного мислення сприятимуть завдання, які вимагають творчого оволодіння навчальним матеріалом.

Урізноманітнення методичних можливостей надається завдяки використанню мультимедійних засобів навчання, а саме показу презентацій, динамічних рисунків.

Зокрема, динамічні топологічні моделі забезпечують більш високий і наочний рівень навчально-пізнавальної діяльності студентів. Рисунок цього виду слугують заміною фрагментам підручника і особливо корисні при самопідготовці. Однак це потребує розробки відповідного навчально-методичного забезпечення, що зумовлює необхідність подальших досліджень у цьому напрямку.

Збагачення топологічної культури студента відбувається у найтіснішому зв'язку з використанням апарату математичного аналізу, надає конкретні знання, достатні для викладання топології і кваліфікованого проведення гурткових занять.

Вивчення топологічних властивостей фігур в курсі «Диференціальна геометрія і топологія» надає широкі можливості для їх прикладного застосування, підвищує компетентність майбутніх вчителів математики і фізики та стимулює їх власний пошук нових топологічних, математичних, геометричних та фізичних ідей і теорій.

Список використаних джерел

1. Болтянский В.Г., Ефремович В.А. Наглядная топология / В.Г. Болтянский, В.А. Ефремович. – М.: Наука, 1983. – 157 с.
2. Борисенко О.А. Дифференціальна геометрія і топологія / О.А. Борисенко. – Х.: Основа, 1995. – 304 с.
3. Вернер А.Л. Геометрия : учебное пособие для студентов физико-математических факультетов педагогических институтов. Ч. 2 / А.Л. Вернер, Б.Е. Кантор, С.А. Франгулов. – СПб.: «Специальная литература», 1997. – 320 с.
4. Мищенко А.С. Курс дифференциальной геометрии и топологии / А.С. Мищенко, А.Т. Фоменко. – М.: Изд-во «Факториал Пресс», 2000. – 448 с.
5. Фоменко А.Т. Наглядная геометрия и топология : Математические образы в реальном мире / А.Т. Фоменко. – Москва : Московский университет, 1998. – 416 с.

Анотація. Шаповалова Н., Панченко Л. Особливості навчання топології для підвищення компетентності майбутніх вчителів математики і фізики.

У статті проаналізовані особливості навчання топології в процесі вивчення нормативної навчальної дисципліни «Диференціальна геометрія і топологія» у вищих навчальних закладах для підвищення компетентності майбутніх вчителів математики і фізики. Розглянуті мета, зміст, основні положення топології та запропоновані сучасні підходи і методи її навчання. Запропоноване використання в навчальному процесі практичних і прикладних застосувань фактів топології, міжпредметних зв'язків топології з фізикою, астрономією, географією, картографією, геологією, космологією.

Ключові слова: топологія, диференціальна геометрія, компетентність, міжпредметні зв'язки, навчальний процес, навчання, науковий підхід, фізика.

Аннотация. Шаповалова Н., Панченко Л. Особенности обучения топологии для повышения компетентности будущих учителей математики и физики.

В статье проанализированы особенности обучения топологии в процессе изучения нормативной учебной дисциплины «Дифференциальная геометрия и топология» в высших учебных заведениях для повышения компетентности будущих учителей математики и физики. Рассмотрены цель, содержание, основные положения топологии и предложены современные подходы и методы её обучения. Предложено использование в учебном процессе практических и прикладных

применений фактов топологии, межпредметных связей топологии с физикой, астрономией, географией, картографией, геологией, космологией.

Ключевые слова: топология, дифференциальная геометрия, компетентность, межпредметные связи, учебный процесс, обучение, научный подход, физика.

Abstract. Shapovalova N., Panchenko L. The role of learning topology in building up professional competence of future mathematics and physics teachers.

The article is aimed at revealing main methodical aspects of teaching topology for students of mathematical specialties of pedagogical universities.

Topology is a section of mathematics studying the properties of figures (or spaces) which they preserve in continuous deformations such as stretching, compression or bending. Continuous deformation takes place when there is no ruptures (that is integrity of a figure is not broken) or patching. Topological problems are solved through methods that are radically different from methods of geometry.

The studying of topology plays an important role due to broad theoretic and practical application of topological regularities in such branches of science as physics, astronomy, anthology, cybernetics, geology, architecture, geography, cosmology, genetics etc. Topology is particularly useful in improving students' intellectual and cognitive abilities and developing their mathematical skills.

Keywords: topology, differential geometry, competence, interdisciplinary ties, studying process, teaching, scientific approach, physics.