

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Устаджалилова Х. Об организации спецкурса по изучению уравнений и неравенств с параметрами по математике в педагогическом ВУЗе // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2017. – Випуск 2(12). – С. 151-155.

Ustadjhalilova H. About The Organization Of The Special Course On The Study Of Equations And Inequalities With Parameters On Mathematics In The Pedagogical University // Physical and Mathematical Education : scientific journal. – 2017. – Issue 2(12). – P. 151-155.

УДК 372.851

Х. Устаджалилова
Кокандский государственный педагогический институт, Узбекистан
xurshida_ga@mail.ru

ОБ ОРГАНИЗАЦИИ СПЕЦКУРСА ПО ИЗУЧЕНИЮ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ С ПАРАМЕТРАМИ ПО МАТЕМАТИКЕ В ПЕДАГОГИЧЕСКОМ ВУЗЕ

Аннотация. В статье рассматриваются вопросы организации специального курса по методике преподавания уравнений и неравенств с параметрами в педагогическом вузе. Проводимый по специальным программам спецкурсы значительно углубляют отдельные теоретические разделы курсов математики. Успешное решение задач, стоящих перед преподаванием математики в современных условиях, невозможно лишь на уроках. К лучшим результатам приводит использование различных форм учебной и воспитательной работы, в том числе и спецкурсы, которые позволяют решать отдельные задачи методики преподавания математики. Предложенное нами введение данного спецкурса в учебный блок по дисциплинам по выбору программы педагогического института по направлению методика преподавания математики обусловлена тем, что уравнения, неравенства и системы уравнений с параметрами входят в варианты заданий на выпускных школьных экзаменах, абитуриенты сталкиваются с заданиями такого рода на вступительных тестовых испытаниях в ВУЗы, изучение уравнений и задач с параметрами рассматривается только на факультативных занятиях.

Ключевые слова: специальный курс, параметр, уравнение с параметром, неравенство с параметром, методы решения, Метод «ветвления», графический метод, координатная плоскость (x;y).

В настоящее время в связи с появлением большого количества академических лицеев при ВУЗах, специализированных на углубленном изучении математики назрела необходимость проведения спецкурсов по предметам, которые способствуют углублению знаний по физико-математическим, естественным и гуманитарным наукам, а также развитию разносторонних интересов и способностей студентов.

Включение в учебный план спецкурсов представляет собой дальнейшее развитие основополагающих идей по подготовке высококвалифицированных выпускников, будущих учителей математики. Не нарушая принципа непрерывного образования, а также преемственности общеобразовательной школы, лицея и ВУЗа, введение спецкурсов по отдельным предметам способствует повышению уровня ее работы.

Эффективность учебного процесса, в ходе которого формируется умственный и нравственный облик человека, во многом зависит от успешного усвоения одинакового, обязательного для всех членов общества содержания образования, наиболее полного удовлетворения и развития духовных потребностей, интересов и способностей каждого школьника в отдельности. Назначение спецкурсов многообразно. Они углубляют и расширяют знание учащихся, приобщая их к подлинной науке, формируют устойчивый познавательный интерес к тому или иному предмету, способствуют сознательной профориентации, психологической и практической подготовке к выработанной профессии.

Проводимый по специальным программам спецкурсы значительно углубляют отдельные теоретические разделы курсов математики.

Успешное решение задач, стоящих перед преподаванием математики в современных условиях, невозможно лишь на уроках. К лучшим результатам приводит использование различных форм учебной и воспитательной работы, в том числе и спецкурсы, которые позволяют решать отдельные задачи методики преподавания математики, не нарушая единства:

1. Обеспечение всестороннего развития личности с учетом индивидуальных особенностей;
2. Удовлетворение и развитие индивидуальных интересов и склонностей студентов;
3. Достижение значительного, более высокого уровня подготовки по отдельным предметам, учитывая современные достижения науки и техники;
4. Подготовка студентов к сознательному и обоснованному выбору методов преподавания.

В какой бы форме и какими бы методами не проводили спецкурс по математике, он должен строиться так, чтобы быть для студентов интересным и увлекательным.

Основными формами проведения спецкурса по математике являются изложение узловых вопросов данного спецкурса педагогом-это лекционный метод, практические занятия, семинары и самостоятельная работа в форме собеседования (дискуссии), решение задач и т.д.

Однако учителю не следует отдавать предпочтение какой-либо одной форме или одному методу изложения. Следует помнить, что ведущее место на занятиях спецкурса по математике должна занять самостоятельная работа учащихся. Поэтому чаще необходимо применять такие формы работы, как решение задач, семинары-дискуссии, чтение учебной и научно-популярной литературы, выполнение творческих заданий.

Одной из возможных форм ведения занятий спецкурса по математике является разделение каждого учебного занятия на две части. Первая часть посвящена изучению нового материала и самостоятельной работе учащихся по заданиям теоретического и практического характера. Вторая часть каждого занятия посвящена решению задач и обсуждению решений особо трудных и интересных задач. Эта форма проведения занятий спецкурса может способствовать успешному переходу от форм и методов обучения в школе к формам и методам обучения в высших учебных заведениях.

Спецкурсы являются учебными занятиями. Поэтому при их организации учитель должен постоянно помнить о принципах дидактики и следит за тем, чтобы они выполнялись в процессе проведения спецкурсов.

Прежде всего, спецкурс должен соответствовать направлению учебного блока в учебной программе, а также, интересам и возможностям студентов. На спецкурсе должны заниматься все студенты данной академической группы. В процессе проведения всех занятий необходимо систематически использовать различные методы обучения: словесные, наглядные, практические. Усиление научного содержания требует также систематического использования исследовательского метода в обучении. Применение этого метода способствует формированию у будущих педагогов целого ряда качеств исследователя (целеустремленность, самостоятельность, дисциплинированность, активность и др.), которые затем пригодятся в педагогической деятельности.

Организация и методика проведения спецкурсов должны строиться на основе общих принципов дидактики, но отличаться от обычных уроков тем, что они затрагивают глубинные проблемы математики.

Актуальность введения спецкурса «Уравнения с параметрами» состоит и в том, что содержание курса, форма его организации помогут студентам математического направления через практические занятия оценить свой потенциал с точки зрения образовательной перспективы.

Кроме того, актуальность введения спецкурса «Уравнения с параметрами» обусловлена тем, что изучение многих физических и геометрических закономерностей нередко приводит к решению задач с параметрами.

Предложенное нами введение данного спецкурса в учебный блок по дисциплинам по выбору программы педагогического института по направлению методика преподавания математики обусловлена следующими факторами:

- уравнения, неравенства и системы уравнений с параметрами, которые бывают весьма сложными и требуют нестандартного подхода к решению входят в варианты заданий на выпускных школьных экзаменах;
- абитуриенты сталкиваются с заданиями такого рода на вступительных тестовых испытаниях в ВУЗы;
- изучение уравнений и задач с параметрами не является отдельной составляющей школьного курса математики, и рассматривается только на факультативных занятиях, а их решение требует не только знания свойств функций и уравнений, умения выполнять алгебраические преобразования, но также высокой логической культуры и хорошей техники исследования.

Трудности при изучении данного вида уравнений связаны со следующими их особенностями: обилие формул и методов, используемых при решении уравнений данного вида; возможность решения одного и того же уравнения, содержащего параметр, различными методами. На изучение же данного раздела отведено несколько часов на четвертом курсе предмета «Методика решения примеров и задач по математике». [5]

В связи с этим необходимо формирование и развитие умений и навыков решения уравнений и неравенств с параметрами будущих учителей математики, то есть наших выпускников.

Задачи спецкурса «Уравнения с параметрами»:

1. Показать необходимость введения дисциплины по выбору «Уравнения с параметрами».
2. Изучить теорию уравнений с параметрами.
3. Изучить методы решения уравнений с параметрами.
4. Подобрать банк задач с указаниями и решениями по теме выпускной работы.
5. Показать учащимся применение уравнений с параметрами в различных жизненных ситуациях (решение текстовых задач, экономических задач, познакомить учащихся с некоторыми банковскими операциями, при выполнении которых требуется применить параметры).
6. Показать учащимся методы решения трансцендентных уравнений с параметрами.

Основной целью курса является систематизация, обобщение и углубление знаний, полученных студентами при изучении темы «Уравнения» в курсе алгебры академического лицея, алгебры и теории чисел I-II курсов обучения. Этим обусловлен отбор содержания данного спецкурса. Содержание курса иллюстрирует применение математики в повседневной жизни, знакомит учащихся с некоторыми историческими сведениями своего района. Решая задачи данного курса, студенты учатся применять свои знания к решению повседневных бытовых проблем, вопросов рыночной экономики и задач технологии производства.

Вопросы, рассматриваемые в курсе, тесно примыкают к основному курсу алгебры и теории чисел, но не дублируют его. Кроме того, данный спецкурс способствует совершенствованию и развитию важнейших математических знаний и умений, предусмотренных школьной программой, помогает оценить свои возможности по математике.

Формы организации учебных занятий. Учебные занятия включают в себя лекции, семинары и практические занятия. Основной тип занятия – комбинированный урок. Каждая тема курса начинается с постановки задачи. Теоретический материал излагается в форме мини-лекции. После изучения теоретического материала выполняются задания для активного обучения, практические задания для закрепления, выполняются практические работы в тетрадях, проводится работа с тестами.

Контроль и система оценивания. Рейтинговый текущий контроль уровня усвоения материала осуществляется на каждом занятии по результатам выполнения учащимися работ. Промежуточный контроль проводится как в устной форме, так и проводится контрольное тестирование. По окончании курса проводится итоговая письменная работа.

Приведем примеры одного из разделов спецкурса.

Основные методы решения задач с параметрами

Метод «ветвления»

Поскольку уравнение с параметром это целый класс уравнений, то решать надо сразу весь этот класс, что влечет за собой необходимость разбора различных случаев в зависимости от определенных значений параметра.

Именно этот факт и позволяет нам решать уравнения с параметром таким методом («ветвления»).

Пример 2. Решить уравнение $\sqrt{4^x - 6 \cdot 2^x + 1} = 2^x - a$.

Решение.

Замена: $2^x = t \Rightarrow t > 0 \forall x$.

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{array}{l} \sqrt{t^2 - 6t + 1} = t - a, \\ t > 0. \end{array} \right. &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} t > 0, \\ t - a \geq 0, \\ t^2 - 6t + 1 = t^2 - 2at + a^2. \end{array} \right. \Leftrightarrow \\ &\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} t > 0, \\ t \geq a, \\ 2t(a - 3) = a^2 - 1. \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} t > 0, \\ t \geq a, \\ 2t = \frac{a^2 - 1}{a - 3}. \end{array} \right. \end{aligned}$$

При $a=3$ уравнение решений не имеет.

Если $a \neq 3$, то

$$\left\{ \begin{array}{l} t > 0, \\ t \geq a, \\ t = \frac{a^2 - 1}{2(a - 3)}. \end{array} \right.$$

Проверим условия $t > 0$ и $t \geq a$, т. е. систему неравенств

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{a^2 - 1}{2(a - 3)} > 0, \\ \frac{a^2 - 1}{2(a - 3)} \geq a. \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{a^2 - 1}{a - 3} > 0, \\ \frac{-a^2 + 6a - 1}{a - 3} \geq 0. \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} a^2 - 1 > 0, \\ a \neq 3, \end{array} \right. \\ -a^2 + 6a - 1 \geq 0, \\ a \neq 3. \end{array} \right. \Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} (a - 1)(a + 1) > 0, \\ a \neq 3, \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} a^2 - 6a + 1 \leq 0, \\ a \neq 3. \end{array} \right. \end{array} \right. \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} \begin{cases} (a-1)(a+1) > 0, \\ a \neq 3, \end{cases} \\ \begin{cases} (a-3-2\sqrt{2})(a-3+2\sqrt{2}) \leq 0, \\ a \neq 3. \end{cases} \end{cases}$$

$$a \in (-1; 3 - 2\sqrt{2}] \cup (3; 3 + 2\sqrt{2}].$$

Так как была произведена замена, то

$$2^x = \frac{a^2-1}{2(a-3)} \Leftrightarrow \log_2 2^x = \log_2 \frac{a^2-1}{2(a-3)} \Leftrightarrow x = \log_2 \frac{a^2-1}{2(a-3)}.$$

$$\text{Ответ: при } a \in (-1; 3 - 2\sqrt{2}] \cup (3; 3 + 2\sqrt{2}] \quad x = \log_2 \frac{a^2-1}{2(a-3)};$$

при $a \in (-\infty; -1] \cup (3 - 2\sqrt{2}; 3] \cup (3 + 2\sqrt{2}; +\infty)$ решений нет.

Метод использования свойств функций в задачах с параметром

Для успешного решения уравнений с параметрами нужно не только владеть основными приемами их решения, но и знать и уметь применять некоторые преобразования, основанные на свойствах функций. Сформулируем некоторые из них в виде теорем.

Теорема 1. Если функция $f(x)$ возрастает (убывает) на промежутке I и функция $g(x)$ возрастает (убывает) на промежутке I , то функция $h(x)=f(x)+g(x)+C$ также возрастает (убывает) на промежутке I (C – произвольная постоянная).

Теорема 2. Если функция $f(x)$ неотрицательна и возрастает на промежутке I , функция $g(x)$ неотрицательна и возрастает на промежутке I , $C > 0$, то функция $h(x) = C \cdot f(x) \cdot g(x)$ также возрастает на промежутке I .

Аналогичное свойство имеет место и для убывающих функций, а также для $C < 0$.

Теорема 3. Если функция $f(t)$ монотонна на промежутке I , то уравнение $f(g(x))=f(h(x))$ равносильно на промежутке I уравнению $g(x)=h(x)$.

Теорема 4. Если функция $f(x)$ монотонна на промежутке I , то уравнение $f(x)=C$ имеет на промежутке I не более одного корня.

Теорема 5. Если функция $f(x)$ возрастает на промежутке I , а функция $g(x)$ убывает на промежутке I , то уравнение $f(x)=g(x)$ имеет на промежутке I не более одного корня.

Теорема 6. Если функция $f(x)$ возрастает на промежутке I , то уравнение $f(f(x))=x$ равносильно на промежутке I уравнению $f(x)=x$.

Теорема 7. Если для функций $f(x)$ и $g(x)$ $E(f) \cap E(g) = \{A_1; \dots; A_k\}$, то

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} \begin{cases} f(x) = A_1, \\ g(x) = A_1; \end{cases} \\ \dots; \\ \begin{cases} f(x) = A_k, \\ g(x) = A_k. \end{cases} \end{cases}$$

Пример 4. Найдите все значения параметра a , при которых уравнение

$$3^{x^2+x} + \sqrt[3]{x^2+x} = 3^{a-x} + \sqrt[3]{a-x}$$
 имеет ровно один корень.

Решение.

Рассмотрим функцию $f(t) = 3^t + \sqrt[3]{t}$. По теореме 1 она является возрастающей на множестве всех действительных чисел.

Тогда исходное уравнение можно записать в виде

$$f(x^2+x) = f(a-x).$$

По теореме 3 оно равносильно уравнению

$$x^2+x = a-x.$$

Т. к. по условию задачи нужно найти те значения параметра, при которых уравнение имеет ровно один корень, а это возможно, когда дискриминант полученного равносильными преобразованиями квадратного уравнения $x^2 + 2x - a = 0$ равен нулю то $D = 4 + 4a = 4(1+a) = 0 \Leftrightarrow a = -1$.

Ответ: при $a = -1$ уравнение имеет ровно один корень [3].

Графический метод. Координатная плоскость (x;y)

Задачи, содержащие параметр, требуют к себе своеобразный подход, здесь необходимо грамотное и тщательное исследование. Для применения графических методов требуется умение выполнять дополнительное построение различных графиков, вести графические исследования, соответствующие данным значениям параметра [2].

Пример 5. Для каждого значения параметра a определить число решений уравнения $\sqrt{2|x|-x^2} = a$.

Решение. Построим график функции $y = \sqrt{2|x|-x^2}$.

1) Пусть $x \geq 0$, тогда

$$y = \sqrt{2x-x^2} \Leftrightarrow x^2 - 2x + 1 - 1 + y^2 = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 + y^2 = 1$$

– окружность с центром в точке (1;0) и радиусом 1.

2) Пусть $x < 0$, тогда

$$y = \sqrt{-2x - x^2} \Leftrightarrow x^2 + 2x + 1 - 1 + y^2 = 0 \Leftrightarrow (x + 1)^2 + y^2 = 1$$

– окружность с центром в точке (-1;0) и радиусом 1.

$$y = \sqrt{2|x| - x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} (x - 1)^2 + y^2 = 1, \text{ если } x \geq 0, \\ (x + 1)^2 + y^2 = 1, \text{ если } x < 0. \end{cases}$$

Рассмотрим функцию $y = a$. Это прямая параллельна оси Ох. Построим следующие случаи этой прямой: $a > 1, a = 1, 0 \leq a < 1, a < 0$ (рис. 1).

Из полученного графика хорошо видно, что при $a \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ уравнение решений не имеет, при $a = 1$ уравнение имеет два решения, при $a = 0$ – три решения, при $0 < a < 1$ – четыре решения.

Ответ: при $a \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$ уравнение решений не имеет, при $a = 1$ уравнение имеет два решения, при $a = 0$ – три решения, при $0 < a < 1$ – четыре решения [4].

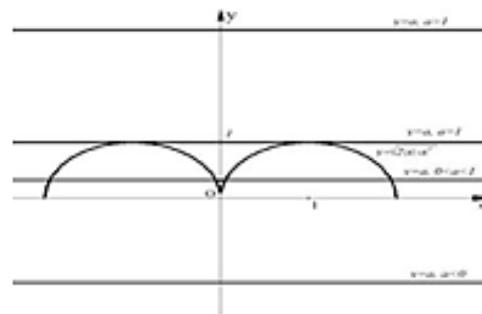


Рис. 1.

Список использованных источников

1. Власова А.П., Латанова Н.И. Задачи с параметрами. Логарифмические и показательные уравнение, неравенства, системы уравнений: учебное пособие. – М.: Дрофа, 2007. – 93 с.
2. Виртуальная школа юного математика. – Режим доступа: <http://www.math.md/>
3. Голубев В. О задачах с параметром // Математика. – 2002. – № 23. – С. 27-32.
4. Кожухов С. К. Различные способы решения задач с параметром // Математика в школе. – 1998. – № 6. – С. 9-12.
5. Учебный план для 3-курса направления бакалавриата «Методика преподавания математики» на 2016-2017 учебный год.

References

1. Vlasova A.P., Latanova N.I. Zadachi s parametrami. Logarifmicheskie i pokazatel'nye uravnenie, neravenstva, sistemy uravnenij: uchebnoe posobie. – M.: Drofa, 2007. – 93 s.
2. Virtual'naja shkola junogo matematika. – Rezhim dostupa: <http://www.math.md/>
3. Golubev V. O zadachah s parametrom // Matematika. – 2002. – # 23. – S. 27-32.
4. Kozhuhov S. K. Razlichnye sposoby reshenija zadach s parametrom // Matematika v shkole. – 1998. – # 6. – S. 9-12.
5. Uchebnyj plan dlja 3-kursa napravlenija bakalavriata «Metodika prepodavanija matematiki» na 2016-2017 uchebnyj god.

ABOUT THE ORGANIZATION OF THE SPECIAL COURSE ON THE STUDY OF EQUATIONS AND INEQUALITIES WITH PARAMETERS ON MATHEMATICS IN THE PEDAGOGICAL UNIVERSITY

H. Ustadzhalilova

Kokand State Pedagogical Institute, Uzbekistan

Abstract. In article are considered questions of the organization of a special course on teaching equations and inequalities with parameters in the pedagogical University. Conducted by the special programs special courses to significantly deepen individual theoretical sections of mathematics courses. The successful solution of the tasks facing the teaching of mathematics in modern conditions, it is impossible only in the classroom. For best results, the use of various forms of academic and educational work, including courses that allow you to solve separate tasks of mathematics teaching methods. We proposed the introduction of this course in the academic unit in the disciplines at the choice of the program of the pedagogical Institute in methods of teaching mathematics due to the fact that equations, inequalities and system of equations with parameters included in the options of jobs in final school exams, students are faced with tasks of this kind on entrance tests to Universities, the study of equations and tasks parameters considered only as an optional subject.

Key words: special course, parameter, equation with parameter, inequality with parameter, methods of solution, graduate, interest, mathematical abilities, skills, skills, lecture, seminar, practical task, intersubject connections, continuity, branching method, method of using properties Functions in problems with a parameter, the graphical method, the coordinate plane (x; y).