Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)

http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/

Пасічник Н.О., Ріжняк Р.Я. Розв'язування математичних задач з реалізацією поліпредметних (економіка, інформатика, математика) інтегративних компонентів. Фізико-математична освіта. 2020. Випуск 2(24). С. 113-122.

Pasichnyk N., Rizhniak R. Solving of mathematical problems with the implementation of multipricultural (economics, informatics, mathematics) integrative components. Physical and Mathematical Education. 2020. Issue 2(24). P. 113-122.

DOI 10.31110/2413-1571-2020-024-2-016
УДК 372.851

Н.О. Пасічник
Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка, Україна
pasichnyk1809@gmail.com
ORCID: 0000-0002-0923-9486
Р.Я. Ріжняк
Центральноукраїнський державний педагогічний університет імені Володимира Винниченка, Україна
rizhniak@gmail.com
ORCID: 0000-0002-1977-9048

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ З РЕАЛІЗАЦІЄЮ ПОЛІПРЕДМЕТНИХ (ЕКОНОМІКА, ІНФОРМАТИКА, МАТЕМАТИКА) ІНТЕГРАТИВНИХ КОМПОНЕНТІВ

АНОТАЦІЯ

Формулювання проблеми. *В статті досліджується проблема методики формування в старшокласників умінь розв'язувати та досліджувати математичні задачі інтегративного змісту, що є важливим компонентом набуття математичної компетентності старшокласниками.*

Матеріали і методи. *В ході експериментального дослідження використовувалися аналіз психолого-педагогічної літератури з проблеми дослідження, педагогічне спостереження за навчально-пізнавальною діяльністю учнів, бесіди з викладачами математики, а також математичні методи статистичної обробки експериментальних даних, за допомогою яких визначалися кількісні та якісні залежності між показниками дослідження. До експертного оцінювання результатів експерименту було залучено 24 особи, які є кваліфікованими фахівцями у цій сфері.*

Результати. *Зміст дослідження полягав у використанні моделювання засобами інформаційно-комунікаційних технологій (мобільного варіанту графічного калькулятора Desmos) задачної ситуації математичних задач інтегративного змісту економічної тематики. За переконанням експертів така методика роботи з задачами значно підвищила рівень мотивації до навчання старшокласників та викликала зацікавлення у студентів освітньої програми Математика, інформатика та економіка спеціальності 014 Середня освіта (Математика). За результатами проведеного дослідження автори сформулювали методичні умови реалізації інтегративного підходу при формуванні умінь розв'язувати математичні задачі, котрі містили в собі, по-перше, тезу про важливість використання ІКТ для моделювання та дослідження задачних ситуацій в задачах інтегративного змісту, по-друге, висновок щодо залежності обсягу реалізації інтегративного підходу від мети організації навчальної діяльності учнів, по-третє, опис алгоритму реалізації інтегративного підходу при формуванні умінь розв'язувати математичні задачі, який включає процеси узагальнення та систематизації компонентів інтегрованого матеріалу.*

Висновки. *Проведене дослідження дає підстави підтвердити доцільність запропонованої методики у процесі формування у старшокласників узагальнених умінь розв'язування математичних задач інтегративного змісту та при побудові моделі навчального процесу з реалізацією поліпредметних інтегративних компонентів. Продовження цього дослідження автори вбачають у розробці системи задач інтегративного змісту для використання як при вивченні математики учнями старших класів, так і для навчання майбутніх вчителів математики в системі їхньої підготовки в педагогічних університетах.*

КЛЮЧОВІ СЛОВА: *інтеграція, математична задача, задача інтегративного змісту, математичні компетентності, економічна тематика, інформаційно-комунікаційні технології, Desmos.*

ВСТУП

Постановка проблеми. Формування в учнів продуктивних умінь розв'язування математичних задач набуває особливого значення в умовах зміни орієнтирів у системі нової української школи та з огляду на утвердження в Україні обов'язкового зовнішнього незалежного оцінювання випускників з математики. Це спонукає вчителів, методистів та вчених-педагогів сконцентрувати свою увагу не лише на теоретичній, а саме на продуктивно-практичній підготовці старшокласників. А тому досить важливого значення набуває розвиток в учнів умінь орієнтуватися в наявних інтегративних зв'язках у навчанні математики, з різноманіття яких можна виділити такі основні, що відповідають визначеним рівням інтеграції: інтеграція в межах теми; інтеграція в межах розділу навчального матеріалу; інтеграція в межах однієї математичної дисципліни; інтеграція в межах математичних дисциплін; інтеграція між математичними та іншими (наприклад, інформатика, фізика, економіка) дисциплінами.

З іншого боку, шкільний курс економіки використовує математичні методи і моделі як природні й необхідні елементи. Використання математики в економіці дає змогу виділити й формально описати найбільш важливі, істотні зв'язки економічних змінних і об'єктів, дозволяє точно й компактно формулювати положення економічної теорії, її поняття й висновки.

Інформаційно-комунікаційні технології (ІКТ) є одним з чинників забезпечення організації навчання розв'язування задач у різноманітних галузях знань з використанням моделей та модельних переходів. Більше того, саме ІКТ є складовою забезпечення реального застосування теоретичних положень шкільних дисциплін (в тому числі математики і економіки) у площину розв'язування практичних задач.

Актуальність проблеми реалізації інтегративного підходу до навчання математики (у контексті інтеграції між математикою, економікою та інформатикою) зумовила організацію дослідження щодо формування у старшокласників умінь розв'язувати та досліджувати математичні задачі інтегративного змісту.

Аналіз актуальних досліджень. Проблемі реалізації інтегративного підходу у навчанні присвячені праці вітчизняних науковців. Виходячи з досліджень В.В. Нічишиної (Нічишина, 2008), О.В. Вознюка та О.А. Дубасенюк (Вознюк, 2009), Козловської І.М. (Козловська, 2001) інтегративний підхід у навчанні передбачає: по-перше, визначення об'єктивних передумов об'єднання раніше розрізнених змістовних елементів з курсу математики; по-друге, об'єднання таких елементів не за допомогою простого додавання, а в результаті синтезу; по-третє, отримання результату об'єднання у вигляді системи, яка має властивості цілісності. Інтегративна лінія у формуванні в учнів процедурних математичних компетентностей знаходить детальну реалізацію у використанні навчальних математичних задач інтегративного змісту. Означення та зміст поняття задачі інтегративного змісту та методика використання моделей для розв'язування таких задач розкриті В.А. Кушніром (Кушнір, 2009) та Р.Я. Ріжняком (Ріжняк, 2009). С.А. Раков, досліджуючи реалізацію компетентнісного підходу до математичної освіти з використанням ІКТ, під поняттям «математична компетентність» розумів спроможність особистості бачити та застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і методи математичного моделювання, будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень (Раков, 2005). Н.О. Пасічник вивчала застосування математичного інструментарію при розв'язанні задач економічного змісту та при аналізі реальних економічних процесів і явищ (Пасічник, 2008).

Проблемам інтеграції в навчанні математики присвячені дослідження вчених з різних країн. Розробка моделі інтегрованого викладання математики та екологічної освіти висвітлена в Nastja Cotič, Mara Cotič, Darjo Felda, Jurka Lepičnik Vodopivec (2015), визначено взаємозв'язок між навичками вирішення проблем, метакогнітивною обізнаністю і досягненням математики, а також роз'яснено роль метакогнітивної обізнаності як посередника в Nurulhuda Md Hassan, Saemah Rahman (2017), досліджено взаємозв'язки між чисельним змістом і алгебраїчним мисленням в Piriya Somasundram, Sharifah Norul Akmar, Leong Kwan Eu. (2019). Starčič Andreja Istenic, Cotič Mara, Solomonides Ian, Volk Marina (2016) зробили висновок, що реалізація інтегрованого підходу до використання комп'ютерних технологій при формуванні здібностей до викладання математики сприяє підвищенню педагогічної компетентності вчителів початкових класів і знання математичного матеріалу. Farzam Rozita, Allahdadi Marzieh (2018) визначили, що інтегративний підхід до вивчення математики учнів початкової школи з використанням освітніх ігор є ефективним способом підвищення якості дитячого навчання. Pehoiu Gica (2019) підкреслила важливість інтегрованої освіти для формування правильного ставлення, відповідальності і мотивації в питаннях щодо захисту навколишнього середовища.

У нашому дослідженні ми використаємо перелічені теоретичні напрацювання та доповнимо й уточнимо їхні положення практичною реалізацією інтегративного підходу при навчанні математики.

Метою статті є висвітлення методики реалізації інтегративного підходу у процесі навчання математики (у контексті інтеграції між математикою, економікою та інформатикою) шляхом формування у старшокласників умінь розв'язувати та досліджувати математичні задачі інтегративного змісту.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ

В ході експериментального дослідження використовувалися теоретичні методи: аналіз психолого-педагогічної літератури з проблеми дослідження; емпіричні методи: педагогічне спостереження за навчально-пізнавальною діяльністю учнів, бесіди з викладачами математики; математичні методи статистичної обробки експериментальних даних, за допомогою яких визначалися кількісні та якісні залежності між показниками дослідження.

РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ

Розглянемо детальніше, як можна використати інтегративні зв'язки між математикою, економікою та ІКТ для формування у старшокласників умінь розв'язувати та досліджувати математичні задачі інтегративного змісту.

Проілюструємо це на прикладі задач.

Задача 1. Підприємство випускає два види продукції (А і В). Для виготовлення 1 од. виробу А потрібно витратити 2 м тканини 1-го типу, 3 м тканини 2-го типу та 1 м тканини 3-го типу, для виготовлення 1 од. виробу В – ті самі тканини із витратами відповідно 1 м, 4 м і 3 м. Виробництво забезпечено сировиною кожного типу у кількості 400 м, 900 м і 600 м відповідно. Вартість виробу А становить 600 грн, а виробу В – 400 грн. Скласти план виробництва виробів А і В, який забезпечить максимальну виручку від реалізації.

Задачі, у яких розглядаються реальні економічні процеси (в даному випадку маємо справу з задачею лінійного програмування), мають велику розмірність. Тому простий перебір всіх опорних планів таких задач є дуже складним, навіть за умови застосування сучасних ЕОМ. Як наслідок, необхідно скористатися методом розв'язування, який би максимально забезпечив скорочення кількості обчислень. Такий метод 1949 року був запропонований американським вченим Дж. Данцігом і називається симплексний метод. Ідея методу полягає в здійсненні спрямованого перебору допустимих планів у такий спосіб, що на кожному кроці здійснюється перехід від одного опорного плану до наступного, який за значенням цільової функції був хоча б не гіршим за попередній. Значення функціонала при переході змінюється в потрібному напрямку: збільшується (для задачі на максимум) чи зменшується (для задачі на мінімум). Процес розв'язування задачі при цьому має ітераційний характер: однотипні обчислювальні процедури (ітерації) повторюються у певній послідовності, доки не буде отримано оптимальний план задачі або з'ясовано, що його не існує.

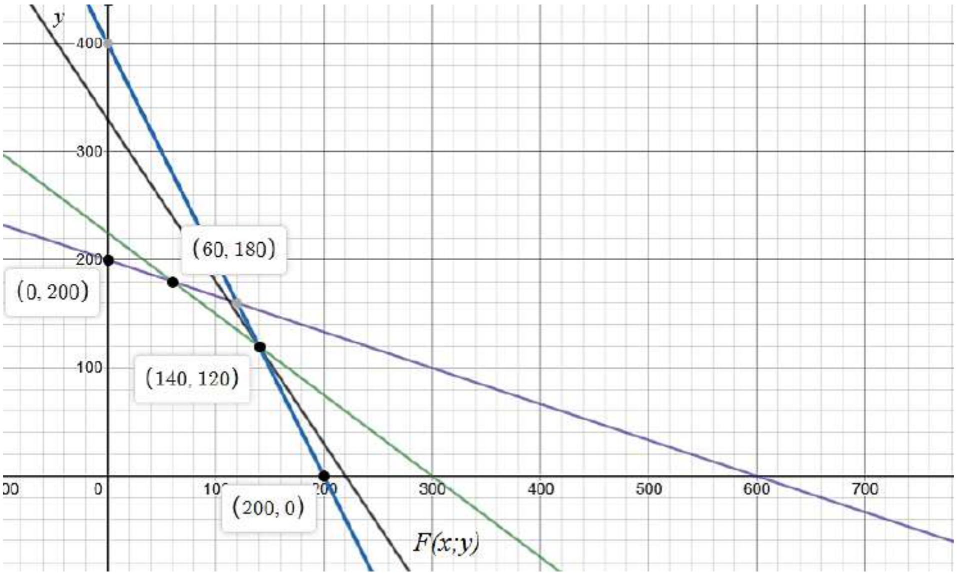

Рис. 1. Графічне розв'язання задачі 1

Але симплексний метод для старшокласників є складним і недоцільним для вивчення (через вузькість його використання в шкільній математиці). Спробуємо для розв'язання використати іншу математичну модель, а саме геометричну інтерпретацію системи умов. Позначимо через x кількість виробів виду А, а через y – кількість виробів виду В, що сплановані до виробництва. Тоді за умовою задачі матимемо таку систему умов:

$$\begin{cases} 2x + y \leq 400, \\ 3x + 4y \leq 900, \\ x + 3y \leq 600, \\ x \geq 0, \\ y \geq 0, \\ F = 600x + 400y \rightarrow max \end{cases} \quad (1)$$

Функція $F(x, y)$ – цільова функція, x і y – її аргументи, система (1) – обмеження, які описують умови виробництва. Крім того, відповідно до умови, лінійна функція $F(x, y) = 600x + 400y$ повинна мати найбільше значення. Отже, задача полягає в тому, щоб знайти множину розв'язків системи (1) і з неї обрати ті, за яких значення функції $F(x, y)$ буде найбільшим. Зобразимо на координатній площині всі умови з системи (1) (рис. 1). Перші 5 умов утворюють 5-кутник з вершинами у точках (0;0), (0;200), (60;180), (140;120) та (200;0). Найбільшого значення функція $F(x, y)$ буде набувати у одній із названих точок. Легко перевірити (і безпосереднім обчисленням, і рухом графіка функції $F(x, y)$ вгору по 5-кутнику, аж поки з ним пряма лінія не матиме лише одну спільну точку), що найраціональнішим буде план виробництва, коли $x = 140; y = 120$:

$$F(140; 120) = 600x + 400y = 600 \cdot 140 + 400 \cdot 120 = 132000 \quad (2)$$

Подивимося на задачну ситуацію з точки зору її моделювання. Для цього використаємо Desmos («розширений графічний калькулятор, реалізований як веб-додаток та мобільний додаток, написаний на JavaScript; його заснував Елі Люберов, проект був запущений як стартап на конференції TechCrunch Disrupt New York 2011 року» (Desmos, 2011)). Так як цей додаток має версію для мобільних телефонів із простим способом реєстрації користувача, то ми практикували організовувати роботу в підгрупах учнів у вигляді таких міні-проектів: а) зафіксувавши ціну виробу В на рівні 400 грн визначити, при якому діапазоні цін виробу А найраціональнішим планом виробництва буде 60 виробів виду А та 180 виробів виду В; б) зафіксувавши ціну виробу В на рівні 400 грн визначити, при якому діапазоні цін виробу А найраціональнішим планом виробництва буде випуск лише виробів виду А; в) зафіксувавши ціну виробу А на рівні 600 грн визначити, при якому діапазоні цін виробу В найраціональнішим планом виробництва буде випуск лише виробів виду В; г) як змінити ціни на вироби, щоб у розпорядженні підприємства було кілька варіантів найраціональнішого плану виробництва.

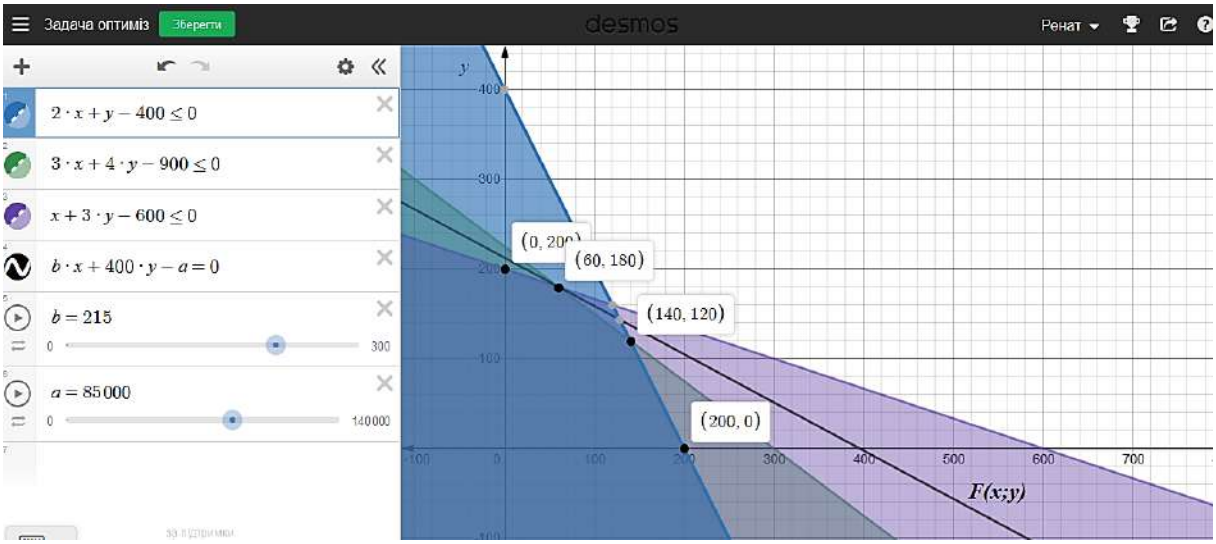

Рис. 2. Середовище Desmos: скріншот до виконання міні-проекту 1(а)

Розглянемо у якості ілюстрації перший міні-проект. Побудувавши у середовищі Desmos перші три нерівності умови (1), ми отримали п'ятикутник з вершинами у точках (0;0), (0;200), (60;180), (140;120) та (200;0). Це середовище дає можливість побудувати графік цільової функції з параметрами (рис. 2):

$$b \cdot x + 400 \cdot y - a = 0 \qquad (3)$$

де b – ціна виробу А, котру треба знайти; а a – загальний обсяг реалізації за найраціональнішим планом виробництва. У середовищі вмонтована можливість зміни названих параметрів повзунками. Щоб визначити межі зміни ціни для досягнення найраціональнішого плану виробництва у точці (60;180) (60 виробів виду А та 180 виробів виду В) достатньо визначити граничні межі розміщення прямої $F(x, y)$: від паралелі до лінії, що з'єднує точки (0;200), (60;180), до паралелі до лінії, що з'єднує точки (60;180), (140;120). При цьому межі зміни параметра b (при умові виставлення кроку зміни параметра на повзунку 1) будуть такими: від 133 грн (точніше значення 133 грн. 33 коп.) до 300 грн. При цьому загальний обсяг реалізації за найраціональнішим планом виробництва буде змінюватися від 80 000 грн до 90 000 грн. На рис. 2 показаний один з розв'язків для проекту 1(а): $b = 215$ грн., $a = 85\ 000$ грн.

Задача 2. Два підприємства А та В виготовляють продукцію за однією і тією ж ціною за один виріб. Проте автопарк, що обслуговує підприємство А, укомплектований сучаснішими та потужнішими вантажними автомобілями. Тому транспортні витрати на постачання одного виробу на 1 км для підприємства А у 2 рази менші, ніж для підприємства В. Відстань між підприємствами 300 кілометрів. Як територіально має бути розділений ринок збуту між двома підприємствами для того, щоб витрати споживачів при купівлі виробів були мінімальними?

Для розв'язування цієї задачі скористаємося координатним методом. Оберемо систему координат так, щоб точка А (що позначає розміщення підприємства А) лежала у її початку, а точка В належала на осі Ox (рис. 3). Тоді точки матимуть координати: $A(0; 0), B(300; 0)$. Виходячи з умови задачі підприємства А та В мали різні транспортні затрати, тоді як інші витрати були однаковими. Тоді загальна картина витрат підприємств була такою:

$$\begin{gathered} TC_A = C + n \cdot S_A \\ TC_B = C + 2n \cdot S_B \end{gathered} \qquad (4)$$

де TC_A та TC_B – загальні витрати підприємств А та В відповідно з постачання одного виробу, C – інші витрати підприємств з постачання одного виробу, n – вартість постачання одного виробу на 1 км шляху, S_A та S_B – відстань в кілометрах від підприємств А та В відповідно до пункту постачання (наприклад, точка N на рис. 3). Таким чином, границею області для кожної точки, до якої витрати на транспортування вантажу з пунктів А та В рівні, буде множина точок площини, що задовольняють рівнянню:

$$TC_A = TC_B \qquad (5)$$

$$\text{або: } S_A = 2 \cdot S_B \qquad (6)$$

В термінах координат рівність (6) виглядатиме так:

$$\sqrt{x^2 + y^2} = 2 \cdot \sqrt{(x - 300)^2 + y^2} \qquad (7)$$

Провівши елементарні перетворення з рівністю (7), отримаємо:

$$(x - 400)^2 + y^2 = 200^2 \qquad (8)$$

Отже, границею області для кожної точки, до якої витрати на транспортування вантажу з пунктів А та В рівні, буде коло з центром в точці $(400; 0)$ та радіусом 200 (рис. 3). Отже, для мінімізації витрат споживачів при купівлі виробів ринок збуту має бути розділений так: для всіх споживачів, які знаходяться у зовнішній частині кола, постачальником має бути підприємство А, а для споживачів, які знаходяться у внутрішній частині кола, товар має постачатися підприємством В. Для тих споживачів, що знаходяться на колі, постачальником може бути кожне з підприємств.

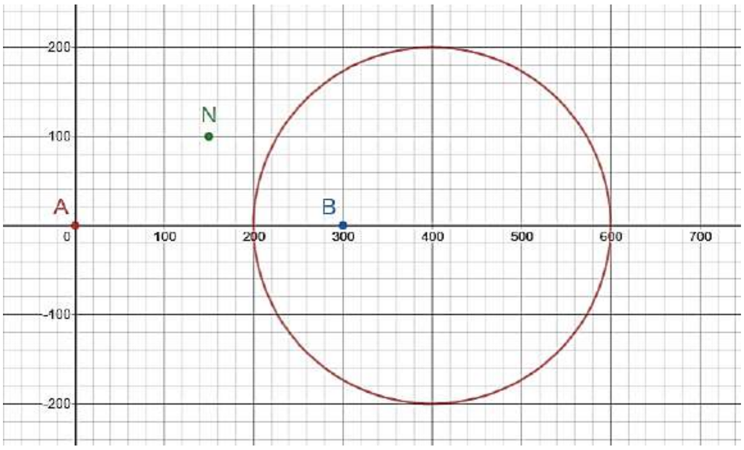

Рис. 3. Графічне розв'язання задачі 2

Аналогічно до попереднього випадку змоделюємо задачну ситуацію з використанням графічного калькулятора Desmos. Введемо параметри: a – відстань між підприємствами, b – коефіцієнт пропорційності транспортних витрат на постачання одного виробу на 1 км для підприємств A та B (B/A), c – коефіцієнт пропорційності цін на виріб для підприємств A та B (A/B). Ми організовували роботу в підгрупах учнів у вигляді таких міні-проектів: а) визначити, як буде змінюватися ринок збуту підприємства B, якщо відстань між підприємствами буде збільшуватися (зменшуватися) $(b = 2, c = 1)$; б) визначити, як буде змінюватися розподіл ринків збуту між підприємствами, якщо коефіцієнт пропорційності транспортних витрат на постачання одного виробу на 1 км для підприємств A та B буде в межах між 0 та 1, рівний 1, між 1 та 2, більший за 2 $(a = 300, c = 1)$; в) визначити, як буде змінюватися розподіл ринків збуту між підприємствами, якщо коефіцієнт пропорційності цін на виріб для підприємств A та B (A/B) буде більший (менший) 1 (покласти, що «інші витрати» підприємств на виготовлення одного виробу залишаться однаковими, а також $a = 300, b = 2$); г) визначити, при яких умовах (значеннях a, b, c) підприємству B (підприємству A) недоцільно займатися постачанням продукції.

Коротко прокоментуємо виконання першого з названих проектів. Замінивши у рівнянні (7) значення 300 на параметр a, змоделюємо задачну ситуацію з використанням пакету Desmos. Зміщуючи повзунок правіше від показника $a = 300$, ми визначаємо, що ринок збуту підприємства B збільшується (на рис. 4 показана ситуація при відстані між підприємствами 450 км). І навпаки, при зменшенні відстані між підприємствами ринок збуту підприємства B буде зменшуватися.

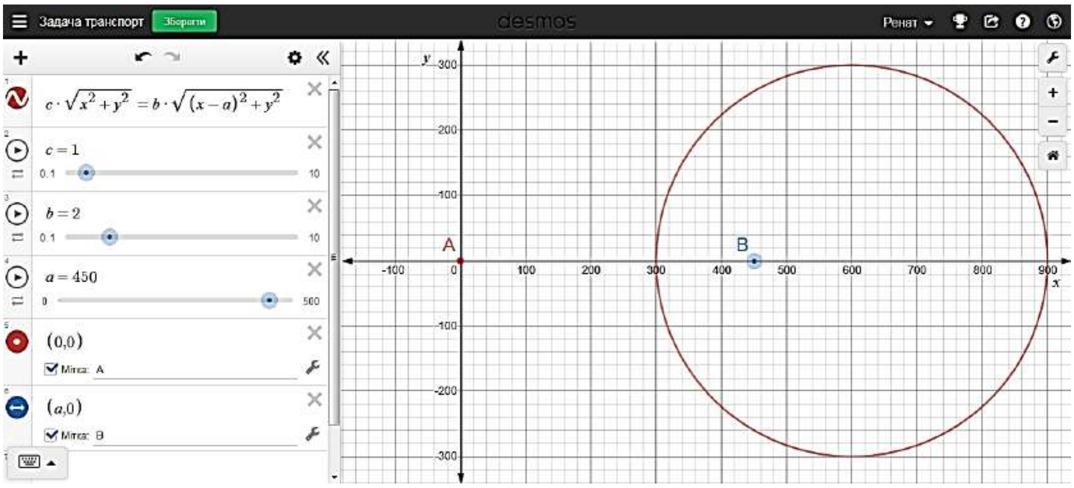

Рис. 4. Середовище Desmos: скріншот до виконання міні-проекту 2(а)

Ці та подібні задачі використовувалися нами на уроках математики у навчальному процесі 11 класів комунального закладу НВО І-ІІІ ступенів «Науковий ліцей Міської ради міста Кропивницького Кіровоградської області», а також у процесі проведення практичних занять з методики навчання математики та методики навчання економіки у студентів спеціальності 014 Середня освіта (Математика) у Центральноукраїнському державному педагогічному університеті імені Володимира Винниченка. За результатами навчання було проведене експертне опитування фахівців у кількості 24 особи (7 експертів були фахівцями з фундаментальних математичних дисциплін і з методики викладання математики (2 доктори наук, 5 кандидатів наук), 10 експертів - магістрантами двох курсів навчання спеціальності 014 Середня освіта (Математика) освітньої програми «математика, інформатика, економіка» і 7 експертів – вчителями математики різних шкіл Кіровоградської області). Обробка результатів експертного опитування проводилося за методикою «Оцінки відносної важливості кожного окремо взятого твердження». Отримані результати визначення відносної важливості кожного окремо взятого твердження оцінювалися за 10-бальною шкалою (0 – хибне і небезпечне твердження, 1 – абсолютно неважливе твердження, 2 – неважливе твердження, 3 – скоріше неважливе твердження, 4 – нейтрально неважливе твердження, 5 – нейтрально важливе твердження, 6 – скоріше важливе твердження, 7 – важливе твердження, 8 – абсолютно важливе твердження, 9 – твердження вимагає негайного впровадження). Твердження, надані учасникам експертизи для аналізу, були такими:

1) реалізація інтегративного підходу у процесі навчання математики шляхом використання математичних задач інтегративного змісту сприяє формуванню у старшокласників узагальнених умінь розв'язування математичних задач;

2) використання інформаційно комунікаційних технологій для моделювання та дослідження задачних ситуацій в задачах інтегративного змісту може виступати підходом до інтеграції шкільних курсів математики та інформатики;

3) задачі з економічним змістом можуть бути основою для створення інтегрованого образу у вигляді задачної серії для реалізації інтегративного підходу у вивченні математики в старших класах;

4) запропонована методика роботи із задачами інтегративного змісту значно підвищила рівень мотивації до навчання старшокласників та викликала зацікавлення у студентів освітньої програми Математика, інформатика та економіка спеціальності 014 Середня освіта (математика);

5) обсяг реалізації інтегративного підходу при навчанні математики в старших класах залежить від мети організації навчальної діяльності учнів.

Статистична обробка визначення експертами різних груп відносної важливості кожного окремо взятого твердження дала такі результати. Визначення ступеня узагальненості думки експертів передбачало обчислення середнього арифметичного оцінки певного твердження й частоти появи (у відсотках) максимально можливих балів (таблиця 1).

Таблиця 1

Середні значення оцінок тверджень і частоти появи (у відсотках) максимальних балів різними категоріями експертів

Категорії експертів	Середні значення оцінок					Частоти появи максимальних балів оцінок (%)				
	Тв. 1	Тв. 2	Тв. 3	Тв. 4	Тв. 5	Тв. 1	Тв. 2	Тв. 3	Тв. 4	Тв. 5
Викладачі	8,429	8,571	8,286	7,000	8,000	42,857	57,143	28,571	0,000	14,286
Магістран.	8,200	8,400	8,500	6,800	8,100	40,000	50,000	50,000	10,000	40,000
Вчителі	8,286	8,429	8,286	7,000	8,143	28,571	42,857	28,571	0,000	14,286
Разом	8,292	8,458	8,375	6,917	8,083	37,500	50,000	33,333	4,167	25,000

В цілому ми можемо зробити висновок про наявність певної міри узагальненості думки експертів. Для визначення показника узгодженості думок експертів ми визначили коефіцієнти варіації оцінок експертів по кожному з тверджень і коефіцієнт конкордації W оцінок експертів (таблиця 2).

Таблиця 2

Коефіцієнти варіації оцінки різними категоріями експертів (у відсотках) і коефіцієнти конкордації W і оцінки статистичної значущості W_α показників узгодженості думок експертів при довірчій ймовірності $\boldsymbol{\alpha = 0,99}$

Категорії експертів	Коефіцієнти варіації оцінок (у відсотках)					Коефіцієнти конкордації W і оцінки статистичної значущості W_α	
	Тв. 1	Тв. 2	Тв. 3	Тв. 4	Тв. 5	W	W_α
Викладачі	6,342	6,236	5,889	11,664	7,217	0,59	0,47
Магістран.	9,620	8,324	6,201	13,514	10,810	0,40	0,33
Вчителі	5,889	6,342	5,889	8,248	4,642	0,52	0,47
Разом	7,795	7,065	5,879	11,355	8,459	0,47	0,14

Відзначимо, що для оцінки статистичної значущості W_α показника узгодженості думок експертів використовувався критерій χ^2. Уточнимо деякі аспекти розрахунку конкордації. Початкові таблиці оцінок розраховуємо у вигляді матриць рангів $\{R_{ji}\}, j = \overline{1,m}, i = \overline{1,n}$ з результатами опитування експертів, де n - кількість об'єктів ранжування, а m - кількість експертів. Кожен з них ранжує змінні за ступенем їх впливу на цільову ознаку. У наших таблицях досить багато випадків нерозрізненості змінних, в зв'язку з цим ми маємо пов'язані ранги (Romashkina, G.F., & Tatarova, G.G., 2005). Обчислення коефіцієнта конкордації в ситуації наявності пов'язаних рангів проводиться за формулою (9):

$$W = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left\{\sum_{j=1}^{m} R_{ji} - \frac{m(n+1)}{2}\right\}^2}{\frac{1}{12}\cdot m^2(n^3-n) - m\sum_{j=1}^{m} T_j}, \text{где } T_j = \frac{1}{12}\sum_{\gamma=1}^{l}\left(t_\gamma^3 - t_\gamma\right) \quad (9)$$

де T_j – уточнюючий коефіцієнт j-ї змінної. Він обчислюється за всіма l «випадками» нерозрізненості об'єктів. При цьому t_γ – число нерозпізнаних об'єктів одного «випадку». При великих m і n статистично значущим для перевірки гіпотези про рівномірний розподіл рангів (згоді ранжування), може бути дуже мале за величиною значення W. Відомо, що величина $m \cdot (n-1) \cdot W$ (для $n > 7$) має χ^2 розподіл з числом ступенів свободи $f = n - 1$. Звідси випливає, що критичне значення дорівнює $W_\alpha = \frac{\chi_\alpha^2}{m\cdot(n-1)}$. Якщо $W > W_\alpha$, то з ймовірністю α можна зробити висновок про те, що ранжування узгоджені (Kobzar', A.I., 2006). Дані таблиці 2 свідчать про наявність допустимої варіативності в оцінках експертів різних категорій кожного з тверджень, а також підтверджують наявність множинного зв'язку між оцінками експертів за всіма запропонованими твердженнями, так як всі значення W перевищують відповідні критичні значення W_α. Отже, думки експертів щодо запропонованої тематики можна характеризувати як узгоджені. За всіма твердженнями був визначений максимально можливий показник активності експертів (всі експерти оцінили всі твердження). Показник компетентності учасників експертизи визначався нами на інтервалі (0; 1) як середнє арифметичне коефіцієнта ступеня ознайомлення з розглянутою проблемою (визначався нормуванням - множенням на 0,1 – власної оцінки кожного експерта по дискретної шкалою від 0 до 10) і індексу аргументованості відповідей експерта (визначався особисто кожним експертом по таблиці джерел аргументації – таблиця 3). Показники компетентності учасників експертизи в результаті були визначені так: викладачі – 0,95, магістранти – 0,77, вчителі – 0,81 (загальний показник за всіма експертами – 0,83. З огляду на те, що сумарні показники компетентності учасників експертизи близькі до 1, можемо зробити висновок, що всі категорії експертів, що брали участь в опитуванні, є компетентними фахівцями в області предмету обговорення.

Таблиця 3

Розподіл ступеня впливу джерела аргументації експертами

Джерело аргументації	Ступінь впливу джерела		
	високий	середній	низький
Проведено теоретичний аналіз	0,3	0,2	0,1
Використаний виробничий досвід	0,5	0,4	0,2
Узагальнені роботи вітчизняних авторів	0,05	0,05	0
Узагальнені роботи закордонних авторів	0,05	0,05	0
Використані особисті теоретичні та практичні розробки	0,05	0,05	0
Інтуїція	0,05	0,05	0

ОБГОВОРЕННЯ

З метою визначення змісту інтегративної навчальної діяльності учнів у процесі розв’язування задач 1 і 2 та моделювання їх умови здійснимо структурний аналіз компонентів розв’язування та аналіз необхідних знань та умінь (а також їх взаємозв’язків), які слід актуалізувати та відтворити при виконанні зазначених завдань. Представимо результати такого аналізу у вигляді переліку знань та компонентів математичних умінь: *основні поняття*, засвоєння або знання яких необхідне для розв’язування задачі обраним методом або способом; основні *компоненти математичних та суміжних умінь*, які мають бути сформовані в учнів для вільного оперування математичним апаратом у процесі розв’язування, для розуміння економічних закономірностей та для орієнтування в особливостях застосування ІКТ; *компоненти загальних умінь,* що мають бути сформовані для оволодіння обраним для розв’язування способом (табл. 4).

Таблиця 4

Перелік знань та компонентів математичних та суміжних умінь для роботи із задачами 1 та 2

1. Основні поняття	**2. Компоненти математичних та суміжних умінь**	**3. Компоненти загальних умінь**
1. Функція	*1. Побудова графіка функції*	*1. Побудова математичної моделі задачної ситуації*
2. Графік функції	*2. Побудова графіка нерівності*	*2. Дослідження моделі задачі*
3. Рівняння (нерівність)	*3. Побудова графіка рівняння*	*3. Інтерпретація результатів розв’язання моделі задачі*
4. Графік рівняння (нерівності)	*4. Складання нерівностей за умовою задачі*	*4. Використання ІКТ для дослідження розв’язання задачі*
5. Система координат на площині	*5. Укладання формули функції за вербальною умовою*	*5. Планування розв’язання задачі*
6. Координати точки	*6. Складання рівняння за вербальною умовою*	*6. Узагальнення умови та розв’язання задачі*
7. Цільова функція	*7. Виконання обчислень*	*7. Використання математичної та логічної символіки*
8. Аргументи	*8. Виконання тотожних перетворень виразів*	
9. Перетин множин	*9. Паралельне перенесення графіка функції*	
10. Паралельність	*10. Використання координатного методу*	
11. Паралельне перенесення	*11. Знаходження перетину множин*	
12. Многокутник	*12. Встановлення середовища Desmos на мобільний пристрій*	
13. Рівняння кола	*13. Освоєння інтерфейсу середовища Desmos*	
14. Довжина відрізка	*14. Налаштування середовища для розв’язання задачі*	
15. Інструменти	*15. Розробка простого бізнес-плану за визначеною програмою*	
16. Електронне середовище		
17. Інтерфейс		
18. Планування виробництва		
19. Витрати		
20. Виручка від реалізації		
21. Ринок збуту		

Як бачимо з таблиці 4, у процесі розв’язування та дослідження наведених задач проведена актуалізація та використання матеріалу таких змістовних ліній шкільного курсу математики: формування обчислювальних навичок (п. 2.7 таблиці 4), тотожних перетворень (п. 2.8), рівнянь, нерівностей та їх систем (п. 2.4 та 2.6), функціональна лінія (п. 2.1–2.3, 2.5), геометричних перетворень (п. 2.9). В результаті, організація саме такої роботи з задачами інтегративного змісту дає можливість формувати компоненти математичної компетентності: процедурна компетентність (п. 2.4–2.6, 3.1–3.3, 3.5, 3.6), логічна компетентність (п. 3.7), технологічна компетентність (п. 2.12–2.14, 3.4), дослідницька компетентність (п. 2.15, 3.2, 3.6), методологічна компетентність (п. 3.3).

Використання такої організації діяльності учнів дає змогу вчителеві значно інтенсифікувати спілкування з учнями та учнів між собою, приділити більше уваги постановці задач, побудові їхніх математичних моделей, розробці і дослідженню методів розв’язування задач, дослідженню розв’язків, логічному аналізу умов задач, пошуку нестандартних підходів до розв’язування задач, виявленню закономірностей у досліджуваних процесах і явищах. Описана в статті технологія розв’язування задач забезпечує можливості використання у процесі навчання математики задач інтегративного змісту, робота з якими є складовою і важливою частиною формування в учнів умінь орієнтуватися у наявних інтегративних зв’язках між компонентами змісту шкільного курсу математики та між математикою та іншими шкільними дисциплінами, між різними способами діяльності, необхідної для опанування математичних знань та набуття математичних умінь.

ВИСНОВКИ ТА ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

Межі даної статті потребують деталізації та розкриття методичних умов, при яких використання у процесі реального навчання описаного інтегративного підходу буде набувати методичної доцільності у контексті формування в учнів знань та умінь інтегративної діяльності при продуктивному оперуванні математичним матеріалом. У якості згаданих умов за матеріалами дослідження можна вказати такі:

1. Інтегративний підхід у навчанні математики доцільно реалізовувати шляхом використання ІКТ для моделювання та дослідження задачних ситуацій в задачах інтегративного змісту.

2. Вибір обсягу реалізації інтегративного підходу проводиться з врахуванням загальної мети організації навчальної діяльності учнів (або суб’єктів навчання); інакше кажучи – проблема вибору типу чи обсягу є свого роду евристикою, а отже проблемою поставленої мети і залежить лише від планування вчителем можливої (або необхідної) широти поля можливостей навчальної діяльності учнів (або студентів).

3. При реалізації інтегративного підходу вчитель (викладач) організовує процес мисленого об’єднання компонентів математичних та суміжних умінь за їх істотними ознаками; а тому при проведенні описаної навчальної роботи продуктивним для використання є метод узагальнення знань та умінь учнів. При цьому здійснюється розподіл компонентів інтегрованого матеріалу на взаємопов’язані класи за найбільш істотними ознаками по їх подібності. На завершальному етапі – процесі безпосереднього формування інтегративних зв’язків – відбувається систематизація, або об’єднання класів компонентів інтегрованого матеріалу у єдину цілісність з подальшим синтезом нових знань.

Отже, проведене дослідження дає підстави підтвердити доцільність запропонованої методики у процесі формування у старшокласників узагальнених умінь розв’язування математичних задач інтегративного змісту та при побудові моделі навчального процесу з реалізацією поліпредметних інтегративних компонентів. Тоді результатом такої діяльності буде синтез нових знань – зв’язків між отриманими класами компонентів та самими компонентами – і, як наслідок, формування цілісного уявлення про предмет вивчення. Більше того, до сформованого кінцевого продукту буде належати і сама інтеграція основних прийомів та методів дослідницької діяльності. Продовження цього дослідження ми бачимо у розробці системи задач інтегративного змісту для використання як при вивченні математики учнями старших класів, так і для навчання майбутніх вчителів математики в системі *їхньої підготовки в педагогічних університетах*.

Список використаних джерел

1. Desmos (graphing) // From Wikipedia, the free encyclopedia. 2011. https://en.wikipedia.org/wiki/Desmos_(graphing)
2. Farzam Rozita, Allahdadi Marzieh (2018). Developing a Framework for Designing Educational Aids through Games Method in Order to Facilitate Teaching Mathematics for Elementary Students. Revista Romaneasca pentru Educatie Multidimensionala, 10 (3), 77–90.
3. Nastja Cotič, Mara Cotič, Darjo Felda, Jurka Lepičnik Vodopivec. An Example of Integrated Teaching of Mathematics and Environmental Education in the Second Grade of Basic School. The New Educational Review. 2015. Vol. 41.
4. Nurulhuda Md Hassan, Saemah Rahman. The Problem Solving Skills, Metacognitive Awareness, and Mathematics Achievement: A Mediation Model. The New Educational Review. 2017. Vol. 49.
5. Pehoiu Gica. Percept of Teachers Regarding Integration of Education for Environment and Sustainable Development in Primary Schools. Revista Romaneasca pentru Educatie Multidimensionala. 2019. 11 (2). 256–269.
6. Piriya Somasundram, Sharifah Norul Akmar, Leong Kwan Eu. Year Five Pupils’ Number Sense and Algebraic Thinking: the Mediating Role of Symbol and Pattern Sense. The New Educational Review. 2019. Vol. 55.
7. Starčič Andreja Istenic, Cotič Mara, Solomonides Ian, Volk Marina. Engaging preservice primary and preprimary school teachers in digital storytelling for the teaching and learning of mathematics. British Journal of Educational Technology. 2016. 47 (1). 29–50.
8. Вознюк О.В. Цільові орієнтири розвитку особистості у системі освіти: інтегративний підхід: [монографія]. Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2009. 684 с.
9. Кобзарь А.И. Прикладная математическая статистика. Для инженеров и научных работников. Москва: Физматлит, 2006. 816 с.

10. Козловська І.М. Теоретичні та методичні основи інтеграції знань учнів професійно-технічної школи: дис. ... доктора пед. наук: 13.00.04. Київ, 2001. 60 с.
11. Кушнір В.А., Ріжняк Р.Я. Формування в учнів складних умінь використовувати моделювання у процесі розв'язування математичних задач інтегративного змісту. *Математика в школі*. 2009. 5. С. 13–17.
12. Нічишина В.В. Інтегративний підхід до вивчення математичних дисциплін у процесі підготовки майбутніх вчителів математики: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.04. Кіровоград, 2008. 20 с.
13. Пасічник Н.О. Методика навчання основ економіки: Навчально-методичний посібник. Кіровоград: Поліграфічно-видавничий центр «Імекс-ЛТД», 2008. 112 с.
14. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ. Харків: Факт, 2005. 360 с.
15. Ріжняк Р.Я., Кушнір В.А. Розв'язування математичних задач інтегративного змісту засобами комп'ютерного моделювання. *Математика в школі*. 2009. 10. С. 34–39.
16. Ромашкина Г.Ф., Татарова Г.Г. Коэффициент конкордации в анализе социологических данных. Социология: методология, методы, математическое моделирование. 2005, 20, 131–158.

References.

1. Desmos (graphing) (2011). From Wikipedia, the free encyclopedia. https://en.wikipedia.org/wiki/Desmos_(graphing)
2. Farzam Rozita, Allahdadi Marzieh (2018). Developing a Framework for Designing Educational Aids through Games Method in Order to Facilitate Teaching Mathematics for Elementary Students. Revista Romaneasca pentru Educatie Multidimensionala, 10 (3), 77–90.
3. Nastja Cotič, Mara Cotič, Darjo Felda, Jurka Lepičnik Vodopivec (2015). An Example of Integrated Teaching of Mathematics and Environmental Education in the Second Grade of Basic School. The New Educational Review. Vol. 41.
4. Nurulhuda Md Hassan, Saemah Rahman (2017). The Problem Solving Skills, Metacognitive Awareness, and Mathematics Achievement: A Mediation Model. The New Educational Review. Vol. 49.
5. Pehoiu Gica (2019). Percept of Teachers Regarding Integration of Education for Environment and Sustainable Development in Primary Schools. Revista Romaneasca pentru Educatie Multidimensionala, 11 (2), 256–269.
6. Piriya Somasundram, Sharifah Norul Akmar, Leong Kwan Eu. (2019). Year Five Pupils' Number Sense and Algebraic Thinking: the Mediating Role of Symbol and Pattern Sense. The New Educational Review. Vol. 55.
7. Starčič Andreja Istenic, Cotič Mara, Solomonides Ian, Volk Marina (2016). Engaging preservice primary and preprimary school teachers in digital storytelling for the teaching and learning of mathematics. British Journal of Educational Technology, 47 (1), 29–50.
8. Kobzar', A.I. (2006). Prikladnaja matematicheskaja statistika. Dlja inzhenerov i nauchnyh rabotnikov [Applied mathematical statistics. For engineers and scientists]. Moskva: Fizmatlit. [in Russian]
9. Kozlovska, I.M. (2001). Teoretychni ta metodychni osnovy intehratsii znan uchniv profesiino-tekhnichnoi shkoly [Theoretical and methodological bases of integration of knowledge of students of vocational school]. Doctor's thesis. 13.00.04. Kyiv. [in Ukrainian].
10. Kushnir, V.A., Rizhniak, R.Ya. (2009). Formuvannia v uchniv skladnykh umin vykorystovuvaty modeliuvannia u protsesi rozv'iazuvannia matematychnykh zadach intehratyvnoho zmistu [Formation of students' abilities to use sophisticated modeling in the process of solving mathematical problems of integrative content]. *Matematyka v shkoli – Mathematics at school*. 5. 13–17. [in Ukrainian].
11. Nichyshyna, V.V. (2008). Intehratyvnyi pidkhid do vyvchennia matematychnykh dystsyplin u protsesi pidhotovky maibutnikh vchyteliv matematyky [An Integrative Approach to the Study of Mathematical Disciplines in the Process of Preparing of Future Teachers of Mathematics]. Candidate's thesis. 13.00.04. Kirovohrad. 20 p. [in Ukrainian].
12. Pasichnyk, N.O. (2008). Metodyka navchannia osnov ekonomiky [Methods of teaching the basics of Economics]: A manual. Kirovohrad, Printing and Publishing Centre "Imex-LTD". 112 p. [in Ukrainian].
13. Rakov, S.A. (2005). Matematychna osvita: kompetentnisnyi pidkhid z vykorystanniam IKT [Mathematics Education: A Competent Approach with the usage of ICT]: monograph. Kharkiv, Fakt. 360 p. [in Ukrainian].
14. Rizhniak, R.Ya., Kushnir, V.A. (2009). Rozv'iazuvannia matematychnykh zadach intehratyvnoho zmistu zasobamy komp'iuternoho modeliuvannia [Solving of mathematical problems of integrative content by means of computer simulation]. *Matematyka v shkoli – Mathematics at school*. 2009. 10. 34–39. [in Ukrainian].
15. Romashkina, G.F., & Tatarova, G.G. (2005). Kojefficient konkordacii v analize sociologicheskih dannyh [Concordance coefficient in the analysis of sociological data]. *Sociologija: metodologija, metody, matematicheskoe modelirovanie – Sociology: methodology, methods, mathematical modeling*, 20, 131–158. [in Russian].
16. Vozniuk, O.V. (2009). Tsilovi oriientyry rozvytku osobystosti u systemi osvity: intehratyvnyi pidkhid [Targets for personal development in the education system: an integrative approach]: monograph. Zhytomyr, Publishing of Zhytomyr Ivan Franko State University. 684 p. [in Ukrainian].

SOLVING OF MATHEMATICAL PROBLEMS WITH THE IMPLEMENTATION OF MULTIPRICULTURAL (ECONOMICS, INFORMATICS, MATHEMATICS) INTEGRATIVE COMPONENTS

N.O. Pasichnyk, R.Ya. Rizhniak

The Volodymyr Vynnychenko Central Ukrainian State Pedagogical University, Ukraine

Abstract.

The formulation of the problem. *The article explores the problem of the method of forming of high-school students the ability to solve and explore mathematical problems of integrative content that is an important component of the acquisition of mathematical competence of high school students.*

Materials and methods. *In the course of the experimental study, the analysis of psychological and pedagogical literature, pedagogical observation of the educational and cognitive activity of the students, conversations with the teachers of Mathematics, as well as mathematical methods of statistical processing of experimental data were used, by which quantitative and qualitative dependencies between the indicators were determined. The expert evaluation of the results of the experiment involved 24 qualified specialists in this field.*

Results. *The content of the study was to use modeling through Information and Communication Technologies (the mobile version of the Desmos graphing calculator) of a given situation of mathematical problems of integrative content of economic topics. According to the experts, this method of working with the tasks significantly increased the level of educational motivation of high school students and aroused interest in students of the educational program Mathematics, Informatics and Economics specialty 014 Secondary education (Mathematics). According to the results of the research, the authors formulated the methodological conditions for the implementation of an integrative approach in the formation of skills to solve mathematical problems, that included, firstly, a thesis about the importance of using ICT to model and study situations in the problems of integrative content, secondly, the conclusion about the dependence of the implementation of the integrative approach to organize students' learning activities, thirdly, a description of the algorithm for implementing an integrative approach in the formation of skills to solve mathematical problems, which includes the processes of generalization and systematization of components of the integrated material.*

Conclusions. *The study provides a basis to confirm the feasibility of the suggested method in the process shaping of skills for solving mathematical problems of integrative content in high school students and in building a model of the educational process with the implementation of multi-subject integrative components. The authors see the continuation of this study in the development of a system of tasks of integrative content for using both in the study of Mathematics by high school students and for the preparation of the future teachers of Mathematics in the system of their training in pedagogical universities.*

Keywords: *integration, mathematical problem, the problem of integrative content, mathematical competencies, economic topics, information and communication technologies, Desmos.*