

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка
Фізико-математичний факультет

ISSN 2413-1571 (print)
ISSN 2413-158X (online)

ФІЗИКО- МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА

Науковий журнал

ВИПУСК 1 (7)

Суми – 2016

**Друкується згідно з рішенням вченої ради фізико-математичного факультету
Сумського державного педагогічного університету імені А.С. Макаренка
(протокол № 8 від 31.03.2016 р.)**

Редакційна колегія

В.Ю. Сторіжко	доктор фізико-математичних наук, професор, академік НАНУ
Ф.М. Лиман	доктор фізико-математичних наук, професор
І.О. Мороз	доктор педагогічних наук, професор
О.Г. Пономарьов	доктор фізико-математичних наук
О.О. Лаврентьева	доктор педагогічних наук, доцент
Л.О. Петриченко	доктор педагогічних наук, доцент
В.С. Іваній	кандидат технічних наук, професор
М.В. Каленик	кандидат педагогічних наук, доцент
Т.Д. Лукашова	кандидат фізико-математичних наук, доцент
О.Г. Медведовська	кандидат фізико-математичних наук, доцент
С.В. Петренко	кандидат фізико-математичних наук, доцент
А.О. Розуменко	кандидат педагогічних наук, доцент
О.В. Семеніхіна	кандидат педагогічних наук, доцент
О.Д. Стадник	кандидат фізико-математичних наук, доцент
В.Г. Шамо́ня	кандидат фізико-математичних наук, доцент
М.Г. Друшляк	кандидат фізико-математичних наук
Ю.В. Хворостіна	кандидат фізико-математичних наук

- Ф45 Фізико-математична освіта : науковий журнал. Вип. 1 (7) / Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, Фізико-математичний факультет редкол.: О.В. Семеніхіна (гол.ред.) [та ін.]. – Суми : [СумДПУ ім. А.С. Макаренка], 2016. – 178 с.

Автори статей несуть відповідальність за достовірність наведеної інформації (точність наведених у статті даних, цитат, статистичних матеріалів тощо) та за порушення прав інтелектуальної власності інших осіб.

Висловлені авторами думки можуть не співпадати з точкою зору редакції.

УДК 53+51]:37(051)

© СумДПУ ім. А.С. Макаренка, 2016

**MINISTRY OF EDUCATION AND SCIENCE OF UKRAINE
Sumy State Pedagogical University named after Makarenko
Physics and Mathematics Faculty**

**ISSN 2413-1571 (print)
ISSN 2413-158X (online)**

PHYSICS AND MATHEMATICS EDUCATION

Scientific Journal

ISSUE 1 (7)

Sumy – 2016

Editorial Board

V.Yu. Storizhko	Doctor of Physics and Mathematics Sciences, PhD, Professor
F.M. Lyman	Doctor of Physics and Mathematics Sciences, PhD, Professor
I.O. Moroz	Doctor of Pedagogical Sciences, Professor
O.H. Ponomarev	Doctor of Physics and Mathematics Sciences
O.O. Lavrentjeva	Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor
L.O. Petrychenko	Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor
V.S. Ivaniy	PhD (Technical Sciences), Professor
M.V. Kalenyk	PhD (Pedagogical Sciences), Associate Professor
T.D. Lukashova	PhD (Physics and Mathematics Sciences), Associate Professor
S.V. Petrenko	PhD (Physics and Mathematics Sciences), Associate Professor
A.O. Rozumenko	PhD (Pedagogical sciences), Associate Professor
O.V. Semenikhina	PhD (Pedagogical sciences), Associate Professor
O.D. Stadnik	PhD (Physics and Mathematics Sciences), Associate Professor
V.G. Shamonya	PhD (Physics and Mathematics Sciences), Associate Professor
M.G. Drushlyak	PhD (Physics and Mathematics Sciences)
Yu.V. Khvorostina	PhD (Physics and Mathematics Sciences)

- F 45 Physics and Mathematics Education : scientific Journal. Issue 1 (7) / Sumy State Pedagogical University named after Makarenko, Physics and Mathematics Faculty ; O.V. Semenikhina (chief editor) – Sumy : [Sumy State Pedagogical University named after Makarenko], 2016. – 178 p.

The authors of the articles are responsible for the authenticity of the information (the accuracy of the presented information in the article, quotations, statistical materials, etc.) and for violation of intellectual property rights of others.

Opinions expressed by the authors may not reflect the views of the editors.

UDC 53+51]:37(051)

ЖУРНАЛ ІНДЕКСУЄТЬСЯ В НАУКОМЕТРИЧНИХ І РЕФЕРАТИВНИХ БАЗАХ ДАНИХ:



Google Академія
(USA)



CiteFactor - Academic
Scientific Journals (USA)

**Universal
Impact Factor**

**Universal Impact
Factor** - UIF (Australia)



**PBN Polska Bibliografia
Naukowa** (Poland)



Research Bible
(Japan)



AcademicKeys
(USA)



**ESJI - Eurasian Scientific
Journal Index**
(Kazakhstan)



**Information Matrix for the
Analysis of Journals** (Spain)



**SCIARY - WorldWide
eLibrary** (USA)



**DAIJ - Directory of
abstract indexing for
Journals** (USA)



InfoBase Index
(India)



Journal Index
(USA)



**International Scientific
Indexing** ISI (UAE)



**The Global Source for
Periodicals** (USA)



**Українські наукові
журнали** (Ukraine)



**Scientific Indexing
Services** (USA)



General Impact Factor - GIF
(India)



Scholar Steer
(USA)



Открытый каталог
научных периодических
изданий «Перечень-
изданий.ru» (Russia)



**International Society for
Research Activity (ISRA)
Journal Impact Factor**
(JIF) (Israel)



CYBERLENINKA
Научная электронная
библиотека
«КиберЛенинка»
(Russia)



The Global Impact Factor
- GIF (Australia)



«Все науки»
(Russia)



**The Journals Impact
Factor - JIF** (ASI)

**Національна реферативна база даних
"Україніка наукова"** (Україна)

**Український реферативний журнал
«Джерело»** (Україна)

ЗМІСТ

Gryzun L.E.	9
COMPUTER MODELS FOR POLYGONAL NUMBERS INVESTIGATION AND THEIR USE IN MATHEMATICAL EDUCATION	9
Subbotin I., Bilotskii N.	21
ALGORITHMS AND ELEMENTARY FUNCTIONS: TWO SIDES OF THE SAME FUNDAMENTAL NOTION.....	21
Voskoglou M.Gr.	29
FUZZY NUMBERS AS AN ASSESSMENT TOOL IN THE APOS/ACE INSTRUCTIONAL TREATMENT FOR MATHEMATICS.....	29
Білоусова Л.І., Житеньова Н.В.	39
ВІЗУАЛІЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНОЛОГІЇ СКРАЙБІНГ У ПРОФЕСІЙНІЙ ДІЯЛЬНОСТІ ВЧИТЕЛЯ.....	39
Горбачев В.И.	49
ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ УЧЕБНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТЕОРИЙ В МЕТОДОЛОГИИ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ТИПА МЫШЛЕНИЯ	49
Іванова К.Ю.	61
ДО ПИТАННЯ ІНТЕГРАЦІЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ТА МЕТОДИКО-МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ПОЧАТКОВИХ КЛАСІВ.....	61
Кліндухова В.М., Сушко О.С.	69
ПРО ДЕЯКІ ЙМОВІРНІСНІ КОНСТРУКТИВНІ ЗАДАЧІ У КУРСІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ-СУДНОВОДІВ	69
Ковалевская Э.И., Кветко О.М., Рыкова О.В.	81
МОДУЛЬНЫЙ МЕТОД ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В АГРАРНОМ ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ	81
Купцов М.І., Яблочников С.Л.	87
АСПЕКТИ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ПЕРЕТВОРЮЮЧОЇ МАТРИЦІ	87
Мовчан С.М.	97
ІНТЕГРОВАНІЙ ПІДХІД У ПРОЕКТНОМУ НАВЧАННІ АЛГЕБРИ УЧНІВ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ.....	97
Одінцова О.О.	105
ОСОБЛИВОСТІ СТВОРЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ЗАДАЧ, ЩО ВИВЧАЮТЬСЯ В ЛІНІЙНОМУ ПРОГРАМУВАННІ.....	105

Пухно С.В.	115
ОСОБЛИВОСТІ ПРОХОДЖЕННЯ АДАПТАЦІЇ ПЕРШОКУРСНИКІВ ВНЗ ЯК ЧИННИК ФОРМУВАННЯ СИСТЕМИ ПРОФЕСІЙНИХ ЗНАНЬ	115
Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г.	127
ПОБУДОВА ГЕОМЕТРИЧНИХ МІСЦЬ ТОЧОК З ВИКОРИСТАННЯМ ПРОГРАМ ДИНАМІЧНОЇ МАТЕМАТИКИ.....	127
Семерня О.М.	135
ФОРМУВАННЯ МЕТОДИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ НА РІЗНИХ КВАЛІФІКАЦІЙНИХ РІВНЯХ ОБІЗНАНОСТІ З МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ ФІЗИКИ	135
Сільвейстр А.М.	151
ВИКОРИСТАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ КУРСУ ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ ПРИРОДНИЧО-НАУКОВИХ ЗНАНЬ У МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ХІМІЇ І БІОЛОГІЇ	151
Тінькова Д.С.	161
ФОРМУВАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ ПТНЗ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ	161
Трунова О.В.	167
ЗАСТОСУВАННЯ АПАРАТУ ТЕОРІЇ НЕПЕРЕРВНИХ МАРКІВСЬКИХ ЛАНЦЮГІВ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ ЗМІНИ СТАНІВ ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ	167
АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК	177

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Гризун Л.Е. Комп'ютерні моделі для дослідження багатокутних чисел та їх застосування у математичній освітній практиці // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 1(7). – С. 9-19.

Gryzun L.E. Computer models for polygonal numbers investigation and their use in mathematical education // Physics and Mathematics Education : scientific journal. – 2016. – Issue 1 (7). – P.9-19.

УДК 378.14:371.214.46

L.E. Gryzun

*Kharkiv National Pedagogical University, Ukraine
Lgr2007@ukr.net*

COMPUTER MODELS FOR POLYGONAL NUMBERS INVESTIGATION AND THEIR USE IN MATHEMATICAL EDUCATION

Introduction. Various education studies conducted recently across Europe confirm decreasing interest to mathematics and lack of students' motivation to master it as math seems to be too abstract for students, too far from real life tasks. It is also detected students' disinterest in advanced mathematics and science degrees. On the other hand, integrative tendencies between knowledge areas obviously are getting really strong. Nowadays social demand is to provide global labor market with high level specialists who are able to apply their mathematical thinking to practical problems solving. Mathematics as a science always has been universal language and powerful instrument for investigations in many areas. However, its cognitive facilities are used insufficiently to stimulate students' interest to science. Thus, we can distinguish two main contradictions: between urgent needs of society to raise level of mathematical education and falling students' motivation to learn mathematics deeply; between great cognitive power of mathematics as a science and insufficient using of this power in the educational process.

In order to resolve these contradictions it is necessary to propose relevant didactic mechanisms, to apply computer technologies and make mathematical concepts serve educational purposes such as creating students' mathematical outlook and culture, demonstrating them practical value of mathematics, and raising their interest to it. In this context the phenomenon of polygonal numbers seems to be really bright example of both cognitive resource of math and its application to didactics and real life as well.

Actually, we can see polygonal numbers in nature and daily life everywhere (for instance, honeycombs, spider's web, packed eggs, billiard-balls packed into a box, topology of network, etc. are everyday examples of polygonal numbers of different angularity). However, these numbers as a mathematical notion arose long before our era as a result of formation of the natural numbers series composed from the sums of arithmetic sequences. Ancient scientists gave elements of these series this or that geometrical interpretation. In

particular, they considered them as sequences of regular polygons made of dots [5; 8]. Among ancient scientists who wrote about polygonal numbers we can name Greek mathematician Hypsicles of Alexandria (II century before AD), Diophantus of Alexandria (III century, AD). Some dependences between numbers of different angularity were obtained by Nicomachus of Gerasa (I century, AD). Later relations among natural and polygonal numbers were investigated by mathematicians Pierre de Fermat (1601-1665), Leonhard Euler (1707-1783), Augustin Louis Cauchy (1789-1857).

However, the analysis of scientific and popular scientific literature testifies that a lot of interesting relations between flat polygonal numbers did not obtain detailed research, and some known relations can be generalized and proved by modern mathematical methods. On the other hand, polygonal numbers as a mathematical concept obviously have significant educational value: they allow students to realize a link between geometrical and algebraic essence of a number, to trace the continuity of geometry and algebra methods in mathematics, to see applications of an abstract notion to practical problems solving.

Thus, investigation of various properties of polygonal numbers as well as finding didactic ways to apply their pedagogical potential seems to be urgent and topical. So, the paper focuses on some main objectives: (1) to obtain and represent some relations among flat polygonal numbers based on their properties investigation; (2) to determine binary algebraic operations on the sets of polygonal numbers of various angularity and to investigate algebraic properties of the polygonal numbers sets as algebraic systems; (3) to represent author's computer models of polygonal numbers and the ways in which these and other results may be used in mathematical education.

Methods and instruments. Let us consider sequence of the regular triangles composed from dots. If we agree to consider the first left dot to be also a triangle, then in Figure 1 four members of this sequence are represented. We will put in correspondence to each triangle the number expressing the whole amount of dots in it. In such a way we obtain numerical sequence: 1,3,6,10,15... These are triangular numbers. If to designate them 3_n , where n is the index of a member of sequence, and digit **3** specifies that numbers are triangular, it is obvious from the figure (Fig.1) that $3_1=1$; $3_2=1+2$; $3_3=1+2+3$; $3_4=1+2+3+4$ etc. Obviously, the n -th triangular number is the sum of n first natural numbers, i.e. $3_n=1+2+3+\dots+n=n(n+1)/2$.

Quadrates (Fig. 2) and regular pentagons are similarly considered. Thus, it is possible to receive any polygonal numbers in such a way.

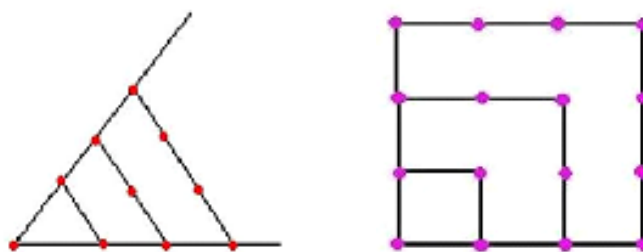


Fig. 1-2. Triangular and quadrate numbers

According to common definition, a number is called K -angular if it is one of the sums of the members of the arithmetical sequence with the first member equals 1 and the difference $d = K-2$ (for instance, [1]). All polygonal numbers can be put in the infinite table with the general formula of the n -th index of the series of K -angular numbers (Fig.3).

D	Polygon	Numbers						General member S _n
		S1	S2	S3	S4	S5	...	
1	Triangle	1	3	6	10	15	...	$n(n+1)/2$
2	Quadrate	1	4	9	16	25	...	n^2
3	Pentagon	1	5	12	22	35	...	$n(3n-1)/2$
4	Hexagon	1	6	15	28	45	...	$n(2n-1)$
...	...	...	...	...	...	...	...	...
D	...	1	2+d	3+3d	4+6d	5+10d	...	$n(dn-(d-2))/2$

Fig. 3. The table of polygonal numbers of different angularity

So, the general formula of K -angular number with index n is:

$$K_n = \frac{n[dn - (d-2)]}{2}$$

In order to achieve the objectives of our work we used the method of analysis of the polygonal numbers table (Fig. 3), known Diophantus's relation for triangular and quadrate numbers [6], methods of algebraic transformations, basics of the algebraic systems theory [5] etc. Apart from the theoretical methods we also applied instruments of MS Excel and GeoGebra software to build and investigate relevant computer models of polygonal numbers and their series. Detailed description of some tools will be given below at the specific points of the paper.

Main mathematical results of the paper make some relations among flat polygonal numbers obtained by the author basing on their properties investigation. In particular, on the base of analysis of K -angular numbers with the same index n the general formula of difference between K -angular and $(K-1)$ -angular number with index n ($n > 0$) was obtained:

$$R_n = n(n-1)/2 \quad (1)$$

Based on this formula we formulated general formula of calculation of any K -angular number with index n via n -th triangular number and definite quantity (settled amount) of differences R_n . We noticed that the quantity of adding differences R_n depends upon the angularity K and makes $K-3$. So, required general formula of calculation of any n -th K -angular number is:

$$K_n = 3_n + (K-3)R_n = 3_n + (K-3)n(n-1)/2 \quad (2)$$

The relation between n -th ($n > 2$) pentagon number and quadrate number with index $n-1$ was obtained on the base of analysis of series of pentagon and quadrate numbers. We have established such regularity. In order to obtain n -th ($n > 2$) pentagonal number to quadrate number indexed $(n-1)$ it must be added natural number 4 and the sum S of an arithmetical progression with the first member equals 4 and difference $d=1$ which is calculated under the formula:

$$S = (n-2)(5+n)/2, \text{ where } n \text{ is pentagonal number's index.}$$

So, relation between n -th ($n > 2$) pentagon number and quadrate number indexed $(n-1)$ is:

$$5_n = 4_{n-1} + 4 + (n-2)(5+n)/2, \quad (3)$$

where 5_n is a pentagonal number indexed n , and 4_{n-1} is a quadrate number indexed $(n-1)$.

Some relations were obtained on the base of the known Diophantus's relation for triangular and quadrate numbers. In particular, the connection between indexes n and m of triangular 3_n and quadrate 4_m numbers accordingly was established for Diophantus's relation $8T+1=K$ (T – triangular number, K – quadrate number) (Little, 1910). So, Diophantus's formula is generalized now in such a relation:

$$8 \cdot 3_n + 1 = 4_m, \text{ where } m = 2n + 1 \quad (4)$$

Geometrically it can be represented this way: the dots matching (in their amount) a quadrate number indexed $m=2n+1$ form quadrate. One point is in the center of the quadrate, and the rest of dots are grouped together in the form of 8 rectangular triangles with broken hypotenuses. Each triangle contains the amount of dots matching a triangular number with index n (Fig.4).

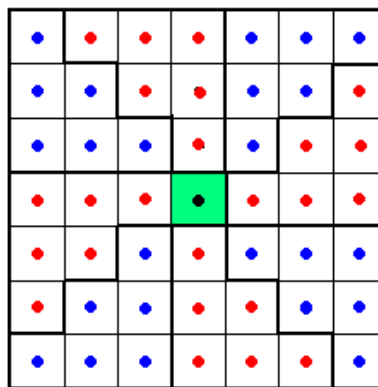


Fig. 4. Geometrical representation of relation (4) for $n=3$, $m=7$

Furthermore, intuitively from geometrical ideas it is clear that if we take some quantity of equal quadrates, then we can make another quadrate of them, i.e. we can obtain another quadrate number. So, the task is to define this quantity of the quadrates which make this quadrate number. Using algebraic transformations we found this quantity and as a result generalized the formula (4) to the following relation:

$$4_p(8 \cdot 3_n + 1) = 4_{p(2n+1)} \quad (5)$$

In geometrical sense it means that if we take a quadrate number indexed $m=2n+1$ (see formula (4)) in amount matching quadrate number 4_p , we will receive a quadrate number indexed $p(2n+1)$.

Based on the relation (4), analysis of the table of triangular and pentagon numbers, and from geometric reasons the relation between triangular and pentagon numbers was obtained. Really, intuitively it is clear that from a quadrate and four triangles we can build a pentagon. We checked this fact algebraically for triangular and pentagon numbers with different indexes and discovered the following regularity:

$$8 \cdot 3_n + 1 + 4 \cdot 3_n = 5_{(2n+1)} + n \quad (6)$$

From here the relation between triangular and pentagon numbers appears:

$$12 \cdot 3_n + 1 - n = 5_{(2n+1)} \quad (7)$$

Geometrically it means that from 12 triangles, each of which contains the amount of dots matching n -th triangular number, and one more dot we can build a pentagon. It will contain the amount of dots matching a pentagon number indexed $2n+1$. However, n dots will be extra, i.e. they will not be included into construction of the pentagon. We suggest a reader independent trying.

All relations (1-7) were proved with algebraic methods.

Determination of binary algebraic operations on the sets of polygonal numbers of various angularities. The following results were obtained on the base of the algebraic systems theory and the analysis of the polygonal numbers series.

We considered polygonal numbers of the angularity $K \geq 3$ as infinite sets and based on the definition of binary operation on a set. As a result, we obtained the following: at addition of two arbitrary K -angular numbers K_n и K_m in order to receive the third number of the same angularity it is necessary to the result of the traditional addition to add the product $(K-2)mn$, where $K-2 = d$ what is difference of arithmetic progression. In order to prove this we used common formula of K -angular number with indexed n and m respectively.

So, on the sets of polygonal numbers of angularity K ($K \geq 3$) the following addition operation $\oplus$ is defined:

$$K_n \oplus K_m = K_n + K_m + (K-2)mn = K_{m+n},$$

where $n, m \in \mathbb{N}$ – indexes of K -angular numbers in a corresponding set.

The result of the obtained addition operation is the number of the same angularity with an index equal the sum of items' indexes. Thus, the binary operation of addition is invariant in relation to the angularity of numbers.

Proceeding from the definition of binary operation on a set, using also common formula of K -angular number and algebraic transformations we initially defined corresponding operations of multiplication on each set of polygonal numbers of angularity $K=3,4,5,6,7,8$. Then we found out regularity in the operations and obtained generalized formula which defines operation of multiplication for numbers of arbitrary angularity K with indexes $n, m \in \mathbb{N}$:

$$K_n \otimes K_m = 2K_n \cdot K_m \frac{dnm - (d-2)}{(dm - (d-2))(dn - (d-2))} = K_{nm}$$

The result of the defined multiplication operation is the number of the same angularity with an index equal the product of factors' indexes. Thus, the binary operation of multiplication is invariant in relation to the angularity of numbers.

As on the sets of polygonal numbers of angularity K ($K \geq 3$) binary operations of addition and multiplication are defined these sets can be considered algebraic systems.

We also proved that the defined operations of addition and multiplication submit to commutative, associative and distributive laws.

The attempt of obtaining of the polygonal number with opposite number was taken. It was established that a polygonal number with an index $-n$ equals a polygonal number indexed $n+1$.

Investigation of algebraic properties of the polygonal numbers sets as algebraic systems. It was also considered the issue as for if the sets of polygonal numbers are groups, rings, and fields concerning the defined by us operations of addition and multiplication.

As a result, it was investigated and established that the set of polygonal numbers of angularity K ($K \geq 3$) is not a group in relation to the binary operation of addition as there is not a neutral element 0 in it.

It was established that the sets of polygonal numbers of angularity K ($K \geq 3$) are not groups in relation to the binary operation of multiplication as there is no a symmetrical element to elements of these sets.

It was proved also that the set of polygonal numbers of angularity K ($K \geq 3$) is not a ring in relation to the binary operations of addition and multiplication as there is no a reversibility of addition on the sets.

Computer modeling of flat polygonal numbers and educational prospects. Obtained results and algebraic properties of flat polygonal numbers pushed us to use them as fruitful material for involving students into research and constructive process of mathematics learning.

First of all we constructed author's dynamic models of polygonal numbers in GeoGebra environment and developed special didactic support in order to encourage students to make independent conclusions as for these numbers formation and composition of their series.

For example, we can suggest students answering such a chain of questions based on the work with the models (Fig.5):

- 1) What happens with amount of dots on each side of triangle? – Using the slider students have to conclude that each side on each step is divided by one more dot.
- 2) How many dots on each step are added in total? Why? – It is worthwhile to push students to realize that each next polygonal number contains all points obtained on previous step (Fig.5).
- 3) Using the model write down 5 sequent triangular (quadrate, pentagon,...) number.
- 4) Can you check your hypothesis as for division of each side of polygon for quadrate numbers, for pentagons numbers and so on?

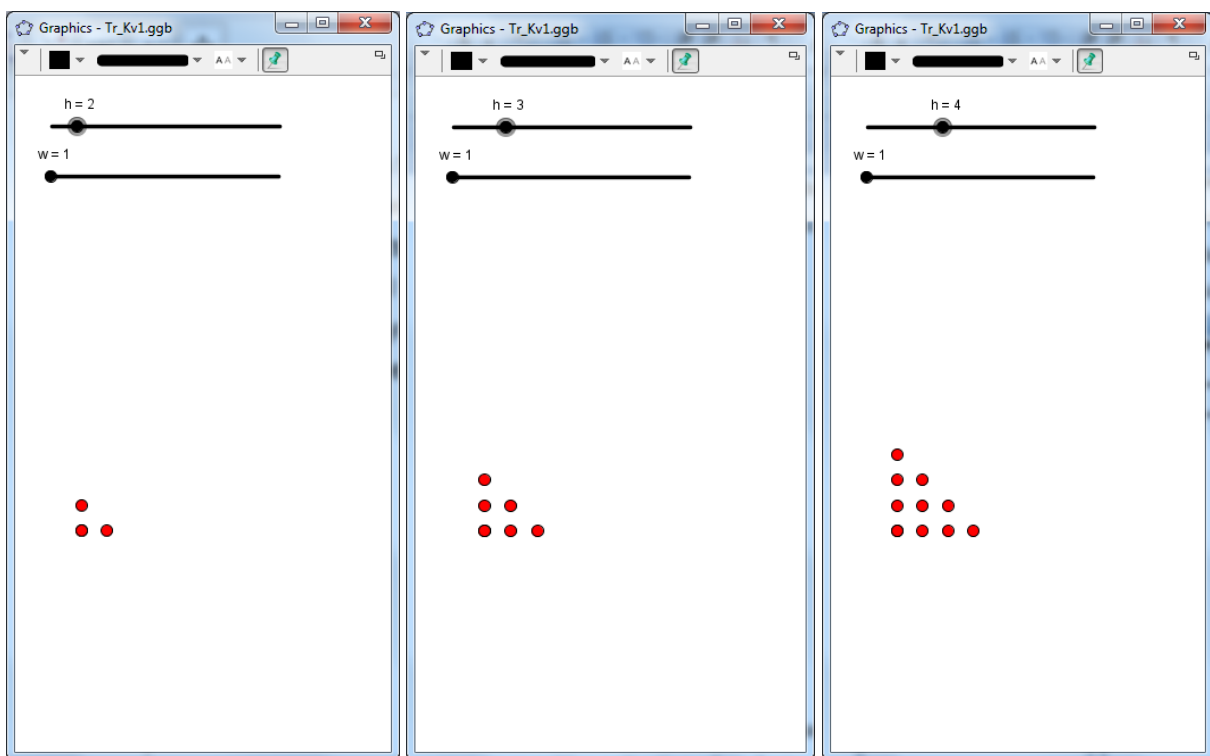


Fig. 5. Step-by-step work with a dynamic model

So, we can allow students to combine in one model numbers of different angularities and “play” with them to check obtained regularities and find out their own ones, and then – to prove them algebraically (Fig. 6).

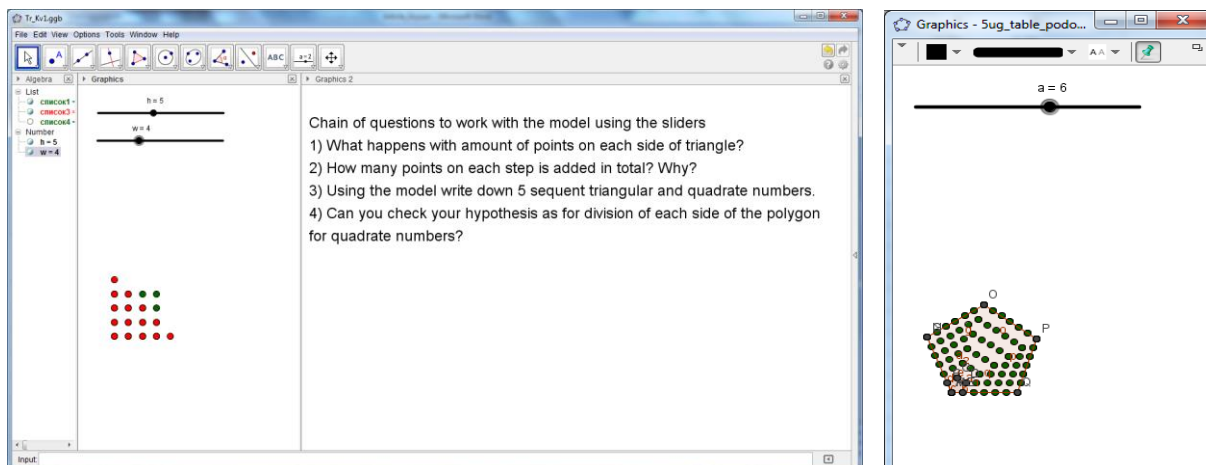


Fig. 6. Episodes of work with dynamic models of various polygonal numbers in GeoGebra environment

Experimental work with ready-made models of polygonal numbers is only one way to cognitive activation of students. We would recommend also another one, so called constructive way, to use polygonal numbers phenomena in order to progress students' motivation. It is based on the idea of encouraging students to build similar computer models themselves.

The matter is that it is easy to obtain the total amount of points algebraically. However, it might be a challenge for students to locate proper amount of dots in the proper shape of a regular polygon and to automatize this location using GeoGebra tools or to develop a computer program to obtain proper polygons. More over, polygons must be geometrically similar and they must be overlaid in order to contain total amount of dots. Here a student bumps into necessity to find out regularity again and to find out the way how to visualize this regularity using computer.

We would suggest a sort of pre-teaching in order to push students to their "discovery". So, we again offer the chain of questions:

- 1) If we have a point coordinated (m, n) , how should we change these coordinates in order to make them form on each step new quadrate (triangular) number?
- 2) What will happen if we fix m and change n with some step?
- 3) What are limits in which we have to change m and n ?

As a result, students come to the conclusion that for a quadrate number there is such a regularity: if we fix n , m must change its value from 0 to $P-1$, where P is the index of a quadrate number, and this must be repeated for each n which itself changes again from 0 to $P-1$.

In the process of creating the triangular numbers model it is important to ask students as for the connection of the coordinate m and final value of n .

Here we can also relevantly introduce Sequence – function as an important built-in GeoGebra tool, its nested variant, and demonstrate its application. As well we can provide knowledge integration with algorithms and programming (repetition structure, loop operator): both elicit this analogy from students and then stress it.

Finally, it is also really beneficial to encourage students to build universal model for polygonal numbers of any angularity as it is connected with some practical geometrical problems of points' location on the plane. Here we would offer students the following chain of subtasks.

1) The task of placing K dots around the circle, where K is the angularity of a polygonal number (to elicit from students the proper angle of the rotation and the list of obtained rotations).

2) The task of repetition of the list of the obtained rotations according to the index of a polygonal number of proper angularity.

3) The task of division of each segment between two dots on proper amount of points according to the index of a polygonal number.

As a result, students come to the nested construction of sequences and elements of lists, realize it using built-in Sequence-function and List-function of GeoGebra and can manipulate it to verify some theoretical regularities among polygonal numbers (Fig.7).

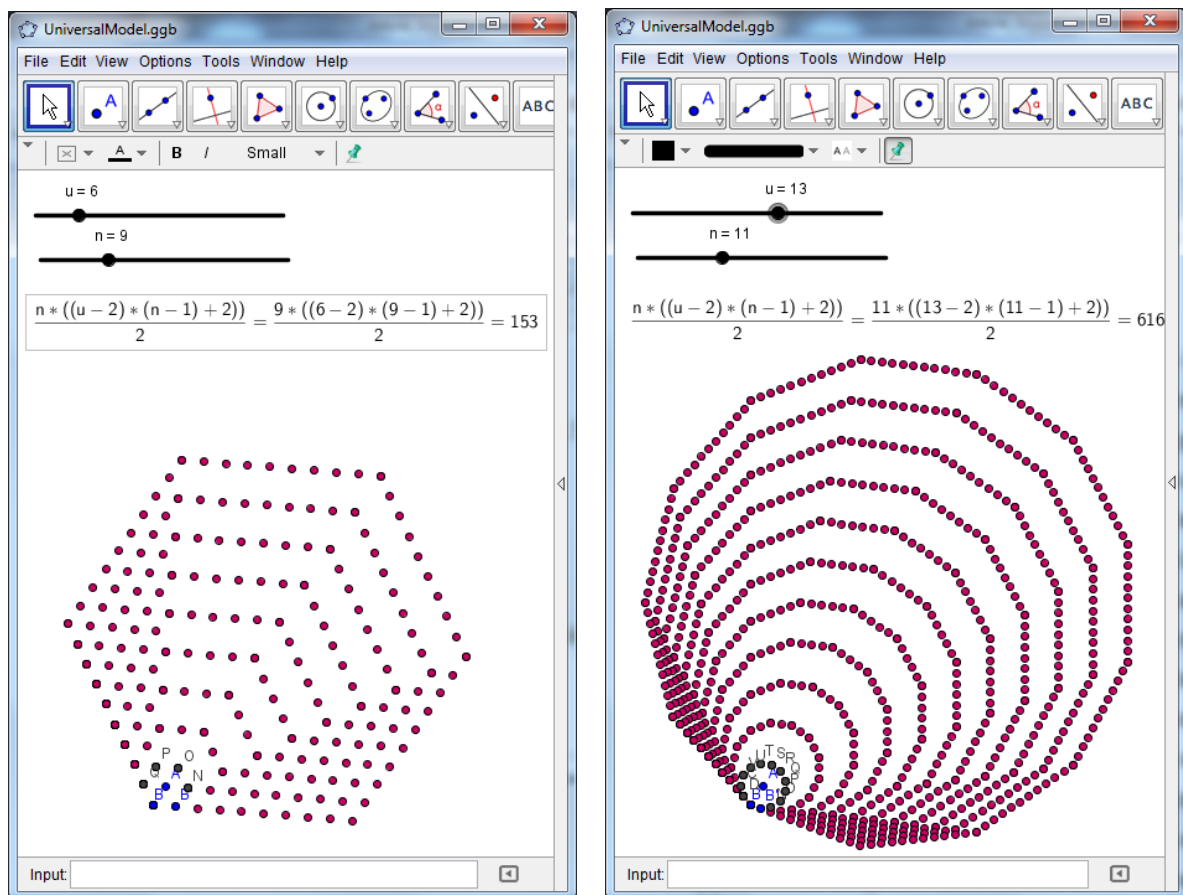


Fig. 7. Episodes of students' work in GeoGebra with built universal dynamic model for polygonal numbers of any angularity

In addition, we can encourage students to build two universal tables (using spreadsheets, for example MS Excel) in order to verify and demonstrate the action of binary algebraic operations of addition and multiplication on the sets of polygonal numbers of various angularities determined above. As next step of work it might be students' investigation of geometrical interpretation of the algebraic operations.

After manipulations with the universal model and tables of the binary operations built by students we can emphasize nowadays applications of polygonal numbers, and get students familiar with those practically urgent tasks where polygonal numbers themselves and their constructed dynamical models might be used. Among these applications and tasks it is relevant to mention at least the following ones: (1) the problem of determination of

maximum amount of equal figures located inside of specific shape and its derivation – the problem of dense package of balls inside the shape [7]; (2) method of time series smoothing based on polygonal numbers usage and applied to investigation of indicators of funds markets [2]; (3) genetic algorithms modified basing on polygonal numbers [4]; (4) location of cell connection towers and others.

Conclusions. According to the aims of the work, there were obtained and represented some relations among flat polygonal numbers based on their properties investigation; binary algebraic operations on the sets of polygonal numbers of various angularity were determined and algebraic properties of the polygonal numbers sets as algebraic systems were investigated; author's computer models of polygonal numbers were built in GeoGebra environment and the ways in which these and other results might be used in mathematical education were determined. In a whole, obtained results may be considered as didactic support of Mathematics and Computer Science learning.

Using this didactic support we will be able to provide some benefits for students.

The most important of them seem to be bringing up students' holistic view at our world, integrative understanding of algebra and geometry as well as realizing integrative role of Mathematics as a universal language for reality description. Another educational benefit is forming students' philosophical and historical outlook as polygonal numbers are presented to students as a really bright example of historical continuity. They can trace historical roots of the concept itself and transformations of its practical applications.

Apart from integrative and philosophical outlook, with the help of our didactic tools we will be able to bring up and develop students' skills of recurrent relations obtaining, necessary for their algorithmic thinking forming. We can also develop students' modeling skills as we encourage them to build dynamic computer models of mathematical objects and to manipulate them. As a result, we can expect raising of students' motivation and interest to science learning and exploration.

The didactic tools presented above might be used both in curriculum and extra-curriculum studying of Mathematics and Computer Science in senior grades of schools. They also can be interesting for teachers including pre-service ones.

The prospects of our work are empirical proving of our theoretical predictions as for the influence of our didactic tools on the students' skills and characteristics.

References

1. Abramovich S. Multiple-Application Medium for the Study of Polygonal Numbers [Electronic resource] / Abramovich S., Fujii T., Wilson J. – Access mode: <http://jwilson.coe.uga.edu/Texts/Folder/AFW/AFWarticle.html>.
2. Agranovich Y. The smoothing of financial markets indices time series with polygonal numbers method / Agranovich Y., Kontsevaya N., Khatskevich V. // Applied Econometrics – 2010. – № 19(3). – pp. 3-8.
3. Allenby R.B.J.T Rings, Fields And Groups: An Introduction To Abstract Algebra / Allenby R.B.J.T, (2nd Ed.). Paperback, Published 2005.
4. Barinov S. Development of modified genetic operators for the problem of schemes selection [Electronic resource] / Barinov S. – Access mode: www.raai.org/resurs/papers/kolomna2009/doklad/Barinov.doc
5. D'Ooge M. L. Nicomachus of Gerasa - Nicomachus Intro to Arithmetic / D'Ooge M. L., 1929.
6. Little H. T. Diophantus of Alexandria; a study in the history of Greek algebra/ Little H. T. – Cambridge University Press, 1910. – p. 188.

7. Marshall G. W., Hudson T. S. Dense binary sphere packings/ Marshall G. W., Hudson T. S. // Contributions to Algebra and Geometry. – 2010. – № 51 (2). – pp. 337–344.
8. Tapson F. The Oxford Mathematics Study Dictionary (2nd ed.). Oxford University Press. – 1999. – pp. 88–89.

Анотація. *Гризун Л.Е. Комп'ютерні моделі для дослідження багатокутних чисел та їх застосування у математичній освітній практиці.*

Сучасні потреби суспільства у зростанні рівня математичної освіти, недостатнє застосування когнітивного потенціалу математики як науки і одночасно падіння мотивації школярів та студентів до її вивчення актуалізують пошук адекватних дидактичних механізмів, залучення інформаційних технологій, а також необхідність підвищення педагогічного потенціалу фундаментальних математичних понять. У цьому контексті феномен багатокутних чисел являє яскравий приклад когнітивного математичного і одночасно дидактичного ресурсу, спонукає вивчення їх властивостей. Відповідно до цілей роботи, було одержано деякі залежності між плоских багатокутних чисел на основі дослідження їх властивостей; визначено бінарні алгебраїчні операції на множинах багатокутних чисел різної кутності та досліджено алгебраїчні властивості означених чисел як алгебраїчних систем; побудовано авторські комп'ютерні моделі багатокутних чисел у середовищі GeoGebra; визначено шляхи застосування цих моделей в освітній практиці.

Ключові слова: плоскі багатокутні числа та їх властивості; комп'ютерні динамічні моделі; математична освіта.

Аннотация. *Гризун Л.Э. Компьютерные модели для исследования многоугольных чисел и их применение в математической образовательной практике.*

Современные потребности общества в подъеме уровня математического образования, недостаточное использование когнитивного потенциала математики как науки и одновременное снижение мотивации школьников и студентов к ее изучению актуализуют поиск адекватных дидактических механизмов, применение информационных технологий, а также необходимость повышения педагогического потенциала фундаментальных математических понятий. В этом контексте феномен многоугольных чисел представляет собой яркий пример когнитивного математического и одновременно дидактического ресурса, актуализует исследование их свойств. В работе получены некоторые зависимости между плоскими многоугольными числами на основе исследования их свойств; определены бинарные операции на множествах многоугольных чисел различной угольности и исследованы алгебраические свойства данных чисел как алгебраических систем; построены авторские компьютерные модели многоугольных чисел в среде GeoGebra; предложены пути применения данных моделей в образовательной практике.

Ключевые слова: плоские многоугольные числа и их свойства; компьютерные динамические модели; математическое образование.

Abstract. *Gryzun L.E. Computer models for polygonal numbers investigation and their use in mathematical education.*

Urgent needs of society to raise level of mathematical education and falling students' motivation to learn mathematics as well as insufficient using of its cognitive power in the

educational process actualizes necessity to propose relevant didactic mechanisms, to apply computer technologies and make mathematical concepts serve educational purposes. In this context the phenomenon of polygonal numbers represents really bright example of both cognitive resource of math and its application to didactics and real life. According to the aims of the work, there were obtained and represented some relations among flat polygonal numbers based on their properties investigation; binary algebraic operations on the sets of polygonal numbers of various angularity were determined and algebraic properties of the polygonal numbers sets as algebraic systems were investigated; author's computer models of polygonal numbers were built in GeoGebra environment and the ways in which these and other results might be used in mathematical education were determined.

Key words: flat polygonal numbers and their properties; computer dynamic models; mathematical education.

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
 Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
 ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
 Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Субботин И., Билоцкий Н.. Алгоритмы и элементарные функции: две стороны фундаментального понятия // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 1(7). – С. 21-28.

Subbotin I., Bilotskii N. Algorithms and elementary functions: two sides of the same fundamental notion // Physics and Mathematics Education : scientific journal. – 2016. – Issue 1 (7). – P.21-28.

УДК 510.51, 517.17

Igor Ya. Subbotin
National University, USA
N.N. Bilotskii
Kiev National Pedagogic University, Ukraine

ALGORITHMS AND ELEMENTARY FUNCTIONS: TWO SIDES OF THE SAME FUNDAMENTAL NOTION

The problem formulation: An elementary function is one of the foundational notions of calculus course. However, many calculus textbooks do not provide students with a clear definition of the elementary function or simply avoid it completely. The current paper offers a simple and rigor approach of introducing the notion of an elementary function via linear algorithms.

Discussion of the problem

1. The notion of an algorithm

First, we recall that the concept of algorithm is intuitive. In general, we can describe it a step-by-step procedure for producing a solution to a given problem. A clear and logically completed algorithmic block scheme is a great visual support for instruction. There is a well-established tradition to use these schemes not only to illustrate solutions or proofs, but mainly to reflect graphically some sophisticated concepts (Triola, 2004, 272). Other good examples are proves of the theorems written in the traditional form in many Geometry textbooks (see, for example, Alexander and Koeberlein, 1999, 104). More specific information regarding algorithms in the secondary school mathematics can be found in the collection of works NCTM (1998).

There are dozens of different explanations (some time mistakenly called definitions in some broader, rough, and nonmathematical meaning) of the concept of algorithm. In Mingus (1998), the following, more suitable description of the general notion of algorithm is given:

An algorithm is a computational recipe for the systematic execution of a procedure designed to solve a specific problem that maintains the following characteristics:

1. Input data along with a finite set of instructions are given.
2. A computing agent reacts to the input and instructions and carries out the steps.

3. Intermediate results are stored and used.
4. The computation is carried out in a discrete, stepwise fashion.
5. The computing agent interprets the set of instructions in such a way that computation is carried out deterministically, without resort to random methods. (34)

In Malcev (1980), the notion of algorithm is defined using the following restrictions:

1. The Discreteness of an Algorithm: an algorithm is a process of the sequential constructing of a value in a discrete time such that the main initial system of values is given at the beginning; at each following moment the system of values is derived by the given rule (program) from the system of values presented at a preceding moment.
2. The Determination of an Algorithm: the system of values at a present (non-initial) moment is uniquely determined by the system of values at a preceding moment of time.
3. The Elementary Character of an Algorithm Stages: the rule (program), by which at every moment a system of values is derived from the system of values presented at a preceding moment must be simple and local.
4. The Directedness of an Algorithm: if the way of determining of some value from a preceding value cannot be realized, then in this case the clear direction defining the result of the algorithm needs to be given.
5. The Array Property of an Algorithm: the initial system of values might be chosen from a potentially infinite set.

It is well known that the algorithms are equivalent to the enumerative functions. By the famous Church's thesis (Maltsev, 1980), the class of the latter coincides with the class of recursive functions. Thus, the notions of an algorithm and a recursive function are equivalent. This idea is a very constructive power tool allowing us to justify the existence and, more importantly, inexistence of any possible algorithmic process. We need to admit that behind any mathematical concept there is an algorithm realizing computations or proofs.

2. Elementary functions

We will apply the concept of algorithm for clarification of some very basic ideas of Calculus course. All key concepts of Calculus deal with elementary functions, such as polynomials, rational functions, exponential functions, logarithmic functions, trigonometric and inverse trigonometric functions, and so on. Well-known examples of non-elementary functions are the Dirichlet function ($f(x) = 0$ for all rational numbers x ; and $f(x) = 1$ for all irrational x); the function $f(x) = [x]$ (the whole part of a number), $f(x) = \int \sin(x^2) dx$, and others. We cannot expect clear understanding of central Calculus theorems such as theorems of continuity, differentiability, and integrability, without detailed comprehension of the notion of elementary functions. Actually, one can say that the traditional Calculus course in general is the mathematical analysis of elementary functions. At the same time, there is a strange paradox: some Calculus textbooks do not contain even the term "elementary functions" (Smith, 1996; Fincy, 2001; Barnett, 1996); other popular textbooks and dictionaries just substitute the definition of an elementary function with some approximate narrative descriptions, or just assume that this notion is intuitively known (Borowski, 1991; Thomas, 2000; Jonston, 2001). One also cannot find a reasonable consistency in the textbooks, in trying to get a more or less rigorous definition of the elementary functions. There is a relatively good definition of the elementary function extracted from the popular Calculus textbook Larson (1994):

An elementary function is one that can be formed as sum, product, or composition of functions from the following list: polynomial functions, rational functions, functions involving

radicals, logarithmic functions, exponential functions, trigonometric functions, inverse trigonometric functions.

Notice that there is no keyword “finite” in this definition. Also, the list of basic elementary functions, from which one can obtain all others, is questionable.

The best definition of an elementary function we can find in the article Vilenkin (1978). According to this article, the class of elementary function is the set of functions containing all basic elementary functions and closed by the operations of addition, multiplication, and composition.

The list of the basic elementary functions includes only the following functions:

all constants;

the identity function $f(x) = x$;

the function $f(x) = 1/x$, $x \neq 0$;

the exponential function $f(x) = e^x$;

the logarithmic function $f(x) = \ln x$, $x > 0$;

the trigonometric function $f(x) = \sin x$;

the inverse trigonometric function $f(x) = \arcsin x$, $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$.

Using some group theoretical tools, the authors clearly explain why those functions were chosen, and proved that any elementary function can be built from them. Let us briefly explain this choice. The main ideas of the classification in Vilenkin (1978) is that the class of functions from the general Calculus could be described by the following: select some main functions from this class and define the operations to be applied to these functions in order to get a function from this class (the closure property). Based on this concept, the authors proved that the above mentioned set of basic elementary functions is sufficient for the Calculus needs. Another interesting and central question is: why do we choose the set of basic functions listed above? In Vilenkin (1978), the authors observe that the multiplicative group $R^\times$ of the field R of all real numbers is a direct sum of the group D of order two and the multiplicative group R^+ of all positive real numbers. The group D defines the sign of a number and the group R^+ its absolute value. One of the remarkable mathematical facts is that the groups R^+ and Q (the additive group of the field R) are isomorphic. This way we justify the existence of the functions $y = e^x, y = \ln x (x > 0)$ from the list above. The justification for trigonometric functions is coming from the definition of the exponential function of a complex variable. It is interesting to note that this approach is also based on the homomorphism of the additive group of real numbers on the group $T = \{e^{iy} \mid y \in R\}$, or on the multiplicative group of all complex numbers with the module is 1. The function $y = \arcsin x$ is included in the list as the inverse function for $y = \sin x$.

Using the above definition, one can easily prove that all rational functions (including polynomials), all power functions with any real exponent, trigonometric and inverse trigonometric functions are elementary. The operations of addition and multiplication, and inverse operations of subtraction and division are chosen here as the main operations of a numerical field. The principle of selecting the above functions as the basic elementary functions can be rigorously justified using Group Theory methods. This approach definitely cannot be used for introducing elementary functions to beginners since it is based on some deep ideas of abstract algebra.

3. Elementary functions as linear algorithms

A numerical function is determined by its domain and its mapping relation, which is a computational algorithm allowing us calculate a value of the function corresponding to the given value of the independent variable. We can think of functions as computational

algorithms. It is logical to select from the set of all functions the subset of elementary functions imposing some specific restrictions on these computational algorithms. From this standpoint, it is natural to give the following new definition.

A function is called an elementary function if it can be represented using a linear algorithm (an algorithm which does not include loops and branching), each node of which is computing a value of one of the basic elementary functions.

Note that our definition avoids the operations on functions including the composition of functions. Moreover, even more complicated for the beginner, the concept of a composite function becomes clear with the algorithmic approach. This could be useful in the study of such a critical topic as the rule of differentiation of composite functions (the chain rule). Another benefit of this approach is clarifying the concept of a mathematical formula as a short record of a computational algorithm. There are some simple examples of functions that are initially defined by branching algorithms but could be represented via linear algorithms. For instance, the function $f(x) = |x|$ can be also defined as $f(x) = \sqrt{x^2}$. Note, that in the very interesting article Pugachov (1964), one find a general approach to representing of piece wise functions by one analytic formula. Let us briefly describe this approach.

Let us consider the following functions:

$$(1) \quad y = \left\{ \begin{array}{l} f_1(x), -\infty < x < a_1; \\ f_2(x), a_1 < x < a_2; \\ \\ f_n(x), a_{n-1} < x < +\infty; \end{array} \right\} \text{ and } (2) \quad y = \left\{ \begin{array}{l} \varphi_1(x), -\infty < x \leq a_1; \\ \varphi_2(x), a_1 < x \leq a_2; \\ \\ \varphi_n(x), a_{n-1} < x < +\infty; \end{array} \right\}$$

where $f_1(x), f_2(x), \dots, f_n(x)$, $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x), \dots$, $\varphi_n(x)$ are elementary functions, satisfying the conditions:

$$\varphi_1(a_1)=\varphi_2(a_1)=A_1, \varphi_3(a_2)=\varphi_3(a_2)=A_2, ..., \varphi_{n-1}(a_{n-1})= \varphi_n(a_n)=A_{n-1}.$$

This construction does not allow us to find a value of y by using a linear algorithm. However, by using some auxiliary functions, it is possible to define (1) and (2) with a single formula. Let

$$u_1(x) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{|x - a_1|}{x - a_1} \right), \quad u_n(x) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{|x - a_{n-1}|}{x - a_{n-1}} \right),$$

$$u_k(x) = \frac{1}{4} \left(1 + \frac{|x - a_{k-1}|}{x - a_{k-1}} \right) \left(1 + \frac{|x - a_k|}{x - a_k} \right), \quad k = 2, 3, \dots, n-1$$

It is easy to see that (1) could be represented by the following single formula

$$y(x) = u_1(x)f_1(x) + u_2(x)f_2(x) + \dots + u_n(x)f_n(x).$$

Similarly for (2) we introduce the functions

$$v_1(x) = \frac{x + a_1 - |x - a_1|}{2}, v_n(x) = \frac{x + a_{n-1} + |x - a_{n-1}|}{2},$$

$$v_k(x) = \frac{x + a_{k-1} + |x - a_{k-1}|}{2} - \frac{x - a_k + |x - a_k|}{2}, k = 2, 3, \dots, n-1.$$

Now the function (2) can be written as the following single expression

$$y(x) = \varphi_1(v_1(x)) + \varphi_2(v_2(x)) + \dots + \varphi_n(v_n(x)) - \varphi_1(a_1) - \varphi_2(a_2) - \dots - \varphi_{n-1}(a_{n-1}).$$

So, since the functions (1) and (2) have been given by single formulas (i.e. by linear algorithms) on each interval from the given finite set of intervals, we were able to find a single linear algorithm defining each of these functions (1) and (2) on their domains.

Consider some examples.

We will use the following obvious statement : If $y(x) = \bar{y}(x) \forall x \in D(y)$ where $D(y) \subset D(\bar{y})$, a $D(y), D(\bar{y})$ – domains of the functions $y(x), \bar{y}(x)$ and the function $\bar{y}(x)$ – is elementary, or continues, or differentiable on $D(\bar{y})$, then the function $y(x)$ is also elementary, or continues, or differentiable on $D(y)$.

Example. Prove that the following functions are elementary by representing them as functions written with one formula.

$$a) \quad y(x) = \begin{cases} x^3 + x - 1, & -\infty < x < -5; \\ e^{2x}, & -5 < x < 1; \\ 1000x, & 1 < x < 20; \\ \sin \ln(x^2 + 1), & 20 < x < +\infty. \end{cases}$$

◀ This function $y(x)$ is a function of the type (1) above. It continues on its domain $D(y) = (-\infty; -5) \cup (-5; 1) \cup (1; 20) \cup (20; +\infty)$ and could be define by the following unique formula.

$$y(x) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{|x+5|}{x+5} \right) (x^3 + x - 1) + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{|x+5|}{x+5} \right) \left(1 - \frac{|x-1|}{x-1} \right) e^{2x} + \\ + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{|x-1|}{x-1} \right) \left(1 - \frac{|x-20|}{x-20} \right) 1000x + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{|x-25|}{x-20} \right) \sin \ln(x^2 + 1).$$

Indeed, if $-\infty < x < -5$, then

$$y(x) = 1 \cdot (x^3 + x - 1) + 0 \cdot e^{2x} + 0 \cdot 1000x + 0 \cdot \sin \ln(x^2 + 1) = x^3 + x - 1;$$

if $-5 < x < 1$, then

$$y(x) = 0 \cdot (x^3 + x - 1) + \frac{1}{4} (2)(2) \cdot e^{2x} + (0)(2) \cdot 1000x + 0 \cdot \sin \ln(x^2 + 1) = e^{2x};$$

if $1 < x < 20$, then

$$y(x) = 0 \cdot (x^3 + x - 1) + \frac{1}{4} (2)(0) \cdot e^{2x} + \frac{1}{4} (2)(2) \cdot 1000x + 0 \cdot \sin \ln(x^2 + 1) = 1000x;$$

if $20 < x < +\infty$,

then

$$y(x) = 0 \cdot (x^3 + x - 1) + \frac{1}{4} (2)(0) \cdot e^{2x} + \frac{1}{4} (2)(0) \cdot 1000x + 1 \cdot \sin \ln(x^2 + 1) = \sin \ln(x^2 + 1).$$

► **Answer.**

$$y(x) = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{|x+5|}{x+5} \right) (x^3 + x - 1) + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{|x+5|}{x+5} \right) \left(1 - \frac{|x-1|}{x-1} \right) e^{2x} + \\ + \frac{1}{4} \left(1 + \frac{|x-1|}{x-1} \right) \left(1 - \frac{|x-20|}{x-20} \right) 1000x + \frac{1}{2} \left(1 + \frac{|x-25|}{x-20} \right) \sin \ln(x^2 + 1).$$

$$b) \quad y(x) = \begin{cases} |x|, & -\infty < x \leq 2; \\ 2 \cos \pi x, & 2 < x < 3; \\ \frac{4}{\pi} \arcsin \frac{x-6}{3}, & 3 \leq x \leq 9; \\ \log_3 x, & 9 < x \leq 10. \end{cases}$$

◀ The function $y(x)$ is continues, and $y(x) = \bar{y}(x)$ on its domain $D(y) = (-\infty; 10]$, where $D(y) = (-\infty; 10] \subset D(\bar{y}) = (-\infty; +\infty)$ i

$$\bar{y}(x) = \begin{cases} |x| & , -\infty < x \leq 2; \\ 2 \cos \pi x & , 2 \leq x \leq 3; \\ \frac{4}{\pi} \arcsin \frac{x-6}{3} & , 3 \leq x \leq 9; \\ \log_3 x & , 9 \leq x < +\infty. \end{cases}$$

If we show that $\bar{y}(x)$ is defined by one analytical expression (formula) on its domain $D(\bar{y}) = (-\infty; +\infty) \supset (-\infty; 10] = D(y)$, then the same formula will define the function $y(x)$ in every point of its domain $D(y) = (-\infty; 10] \subset D(\bar{y})$. However $\bar{y}(x)$ is a function of type (2), that is why it defined by the formula

$$\begin{aligned} \bar{y}(x) &= \left| \frac{x+2-|x-2|}{2} \right| + 2 \cos \pi \left(\frac{x+2+|x-2|}{2} - \frac{x-3+|x-3|}{2} \right) + \\ &+ \frac{4}{\pi} \arcsin \left(\frac{1}{3} \left(\frac{x+3+|x-3|}{2} - \frac{x-9+|x-9|}{2} \right) - 2 \right) + \log_3 \left(\frac{x+9+|x-9|}{2} \right) - 2 + 2 - 2 = \\ &= \left| \frac{x+2-|x-2|}{2} \right| + 2 \cos \pi \left(\frac{5+|x-2|-|x-3|}{2} \right) + \\ &+ \frac{4}{\pi} \arcsin \left(\left(\frac{12+|x-3|-|x-9|}{6} \right) - 2 \right) + \log_3 \left(\frac{x+9+|x-9|}{2} \right) - 2. \end{aligned}$$

Indeed,

if $-\infty < x \leq 2$, then

$$\begin{aligned} y(x) = \bar{y}(x) &= \left| \frac{x+2+x-2}{2} \right| + 2 \cos \pi \left(\frac{5-x+2+x-3}{2} \right) + \\ &+ \frac{4}{\pi} \arcsin \left(\left(\frac{12-x+3+x-9}{6} \right) - 2 \right) + \log_3 \left(\frac{x+9-x+9}{2} \right) - 2 = \\ &= |x| + 2 \cos 2\pi + \frac{4}{\pi} \arcsin(-1) + \log_3 9 - 2 = |x| + 2 + \frac{4}{\pi} \left(-\frac{\pi}{2} \right) + 2 - 2 = \\ &= |x| + 2 - 2 + 2 - 2 = |x|; \end{aligned}$$

if $2 \leq x \leq 3$, then

$$\begin{aligned} y(x) = \bar{y}(x) &= \left| \frac{x+2-x+2}{2} \right| + 2 \cos \pi \left(\frac{5+x-2+x-3}{2} \right) + \\ &+ \frac{4}{\pi} \arcsin \left(\left(\frac{12-x+3+x-9}{6} \right) - 2 \right) + \log_3 \left(\frac{x+9-x+9}{2} \right) - 2 = \\ &= 2 + 2 \cos \pi x - 2 + 2 - 2 = 2 \cos \pi x; \end{aligned}$$

if $3 \leq x \leq 9$, then

$$\begin{aligned}
 y(x) &= \bar{y}(x) = \left| \frac{x+2-x+2}{2} \right| + 2 \cos \pi \left(\frac{5+x-2-x+3}{2} \right) + \\
 &+ \frac{4}{\pi} \arcsin \left(\left(\frac{12+x-3+x-9}{6} \right) - 2 \right) + \log_3 \left(\frac{x+9-x+9}{2} \right) - 2 = \\
 &= 2 + 2 \cos 3\pi + \frac{4}{\pi} \arcsin \frac{x-6}{3} + \log_3 9 - 2 = 2 - 2 + \frac{4}{\pi} \arcsin \frac{x-6}{3} + 2 - 2 = \frac{4}{\pi} \arcsin \frac{x-6}{3};
 \end{aligned}$$

if $9 \leq x \leq 10$, then

$$\begin{aligned}
 y(x) &= \bar{y}(x) = \left| \frac{x+2-x+2}{2} \right| + 2 \cos \pi \left(\frac{5+x-2-x+3}{2} \right) + \\
 &+ \frac{4}{\pi} \arcsin \left(\left(\frac{12+x-3-x+9}{6} \right) - 2 \right) + \log_3 \left(\frac{x+9-x+9}{2} \right) - 2 = \\
 &= 2 + 2 \cos 3\pi + \frac{4}{\pi} \arcsin 1 + \log_3 x - 2 = 2 - 2 + \frac{4}{\pi} \frac{\pi}{2} + \log_3 x - 2 = \\
 &= 2 - 2 + 2 + \log_3 x - 2 = \log_3 x.
 \end{aligned}$$

► **Answer:**

$$\begin{aligned}
 y(x) &= \left| \frac{x+2-|x-2|}{2} \right| + 2 \cos \pi \left(\frac{5+|x-2|-|x-3|}{2} \right) + \\
 &+ \frac{4}{\pi} \arcsin \left(\left(\frac{12+|x-3|-|x-9|}{6} \right) - 2 \right) + \log_3 \left(\frac{x+9+|x-9|}{2} \right) - 2.
 \end{aligned}$$

References

1. Alexander, D. & Koeberlein, G. (1999). Elementary Geometry for College Students. Boston: Houghton Mifflin Co.
2. Barnett, R.A. & Zeegler, M.R. (1996). Calculus for Business, Economics, Life Sciences, and Social. Sciences. Upper Saddle River: Prentice Hall.
3. Borowski, E.J. & Borwein, J.M. (1991). The Harper-Collins Dictionary. Mathematics. New York: Harper-Collins.
4. Fincy, R.L., Weir, M.D. & Giordano, F.R. (2001). Calculus. Boston: Addison Wesley.
5. Jonston, L.H. & Mathews, J.C. (2001). Calculus. Boston: Addison Wesley.
6. Larson, R.E., Hostetler, R.P. & Edwards, B.H. (1994). Calculus with Analytic Geometry. Lexington: D.C. Heath and Co.
7. Maltsev, A.I. (1980). Algorithms and Recursive Functions. Moscow: Nauka.
8. Mingus, T.T.Y. & Grassl, R.M. (1998). Algorithmic and recursive thinking. Current beliefs and their implications for the future. The teaching and learning of algorithms in school mathematics, 32-43. Yearbook, NCTM, Reston.
9. Pugachov, B.P. (1964). On some error in calculus books. Uspehi. Math. Nauks, 234.
10. Smith, D.A. & Moore, L.C. (1996). Calculus Modeling and Applications. Lexington: D.C. Heath and Co.
11. Thomas, G.B., Finney, R.L. & Weir, M.D. (2000). Calculus and Analytic Geometry, (Alternate Edition). New York: Addison Wesley.
12. Triola, M. (2004). Elementary Statistics. Boston: Pearson Education.

13. Vilenkin, N.Ya. & Bloch, A.Ya. (1978). Elementary functions in the school course of mathematics. Mathematics in School, 3, 53-57.
14. Wertheimer, M. (1959). Productive Thinking (Enlarged Ed.). New York: Harper & Row.

Анотація. Субботін І., Білоцький Н. Алгоритми і елементарні функції: два боки одного поняття.

Поняття елементарної функції є одним з фундаментальних понять у курсі математичного аналізу. Водночас, у багатьох підручниках не пропонується чітке означення елементарної функції. У статті за допомогою поняття лінійного алгоритму надається простий, строгий і доступний студентам підхід до визначення поняття елементарної функції.

Ключові слова: алгоритми, елементарна функція.

Аннотация. Субботин И., Билоцкий Н. Алгоритмы и элементарные функции: две стороны фундаментального понятия.

Понятие элементарная функции является одним из основополагающих в курсе математического анализа. Тем не менее, многие учебники анализа не дают студентам четкого определения элементарной функции или просто избегают его полностью. В настоящей работе с помощью понятия линейного алгоритма предлагается простой, строгий и доступный студентам подход к понятию элементарной функции.

Ключевые слова: алгоритмы, элементарная функция.

Abstract. Subbotin I., Bilotskii N. Algorithms and elementary functions: two sides of the same fundamental notion.

An elementary function is one of the foundational notions of calculus course. However, many calculus textbooks do not provide students with a clear definition of the elementary function or simply avoid it completely. The current paper offers a simple and rigorous approach of introducing the notion of an elementary function via linear algorithms.

Key words: Algorithms, Elementary Function.

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Воскоглой, М. Гр. Нечеткие числа в качестве инструмента оценки APOS/ACE методов обучения математики // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 1(7). – С. 29-37.

Voskoglou M. Gr. Fuzzy numbers as an assessment tool in the apos/ace instructional treatment for mathematics // Physics and Mathematics Education : scientific journal. – 2016. – Issue 1 (7). – P.29-37.

AMS Subject Classification: 97D40, 97D10, 97D60

M. Gr. Voskoglou

Graduate Technological Educational Institute of Western Greece, Greece

FUZZY NUMBERS AS AN ASSESSMENT TOOL IN THE APOS/ACE INSTRUCTIONAL TREATMENT FOR MATHEMATICS

Problem formulation. The APOS/ACE instructional treatment for learning and teaching mathematics was developed in the USA during the 1990's by a team of mathematicians and mathematics educators led by Ed Dubinsky ([1, 2], etc). The implementation of the ACE cycle and its effectiveness in helping students making mental constructions and learn mathematics has been reported in several research studies of the Dubinsky's team (e.g. [17-19], etc) and by other researchers too (e.g. [5, 12], etc).

The **Fuzzy Sets Theory**, due to its nature of characterizing the ambiguous cases of the evolution of a phenomenon with multiple values, offers rich resources for the assessment purposes (e.g. see the books [4,10], etc). In an earlier paper [13], we have used the **Center of Gravity (COG) defuzzification technique** [7] for comparing the performances of two student groups concerning the comprehension of the real numbers in general and the irrational numbers in particular. The first group was taught the subject in the traditional way (control group), while the APOS/ACE instructional treatment was applied for the second group (experimental group).

In the present paper we describe an analogous experiment for comparing two university student groups' performance in learning mathematics, where we have used as assessment tool a combination of **Fuzzy Numbers (FNs)** and the COG technique. The rest of the paper is formulated as follows: In Section 2 we give a brief account of the APOS/ACE theory, while in Section 3 we expose the basic concepts and properties of FNs and in particular of the **Triangular Fuzzy Numbers (TFNs)** [15], that we are going to use for our purposes. In Section 4 we present our classroom experiment, while our last Section 5 is dedicated to our conclusion and to a brief discussion about the perspectives of future research on the subject.

The APOS/ACE Theory. APOS is a theory based on Piaget's principle that an individual learns (e.g. mathematics) by applying certain mental mechanisms to build specific mental structures and uses these structures to deal with problems connected to the corresponding

situations [6]. Thus, according to the APOS analysis, an individual deals with a mathematical situation by using certain mental mechanisms to build cognitive structures that are applied to the situation. These mechanisms are called **interiorization** and **encapsulation** and the related structures are **Actions, Processes, Objects** and **Schemas**. The first letters of the last four words constitute the acronym APOS.

The theory postulates that a mathematical concept begins to be formed as one applies transformations on certain entities to obtain other entities. A transformation is first conceived as an action. For example, if an individual can think of a function only through an explicit expression and can do little more than substitute for the variable in the expression and manipulate it, he/she is considered to have an action understanding of functions.

As an individual repeats and reflects on an action, this action may be interiorized to a mental process. A process performs the same operation as the action, but wholly in the mind of the individual enabling her/him to imagine performing the transformation without having to execute each step explicitly. For example, an individual with a process understanding of a function thinks about it in terms of inputs, possibly unspecified, and transformations of those inputs to produce outputs.

When one becomes aware of a mental process as a totality and can construct transformations acting on this totality, then we say that the individual has encapsulated the process into a cognitive object. In case of functions encapsulation allows one to form sets of functions, to define operations on such sets, to equip them with a topology, etc.

Although a process is transformed into an object by encapsulation, this is often neither easy nor immediate. This happens because encapsulation entails a radical shift in the nature of one's conceptualization, since it signifies the ability to think of the same concept as a mathematical entity to which new, higher-level transformations can be applied. On the other hand, the mental process that led to a mental object through encapsulation remains still available and many mathematical situations require one to *de-encapsulate* an object back to the process that led to it. This cycle may be repeated one or more times. For example, in defining the sum $f + g$ of two functions possessing a common domain, say A , it is necessary to reconsider again f and g at a process level and thinking of all x in A to obtain a new process associating to each x in A the sum $f(x) + g(x)$. Then this new process must be encapsulated, in order to obtain the function $f + g$ at an object level.

A mathematical topic often involves many actions, processes and objects that need to be organized into a coherent framework that enables the individual to decide which mental processes to use in dealing with a mathematical situation. Such a framework is called a schema. In the case of functions, for example, it is the schema structure that is used to see a function in a given mathematical or real-world situation. However, one must notice that there are not any rubrics in general to assess explicitly the level of understanding (by students) of mathematics corresponding to each cognitive level (structure) of the APOS theory. This is in fact a matter depending on the instructor's experience and intuition.

The APOS theory has important consequences for education. Simply put, it says that the teaching of mathematics should consist of helping students use the mental structures they already have to develop an understanding of as much mathematics as those available structures can handle. For students to move further, teaching should help them to build new, more powerful structures for handling more and more advanced mathematics.

Dubinsky and his collaborators realized that for each mental construction that comes out of an APOS analysis, one can find a computer task of writing a program or code, such that, if a student engages in that task, he (she) is fairly likely to build the mental construction that leads to learning the mathematics. In other words, performing the task is an experience

that leads to one or more mental constructions. As a consequence of the above finding, the pedagogical approach based on APOS analysis, known as the **ACE teaching cycle**, is a repeated cycle of three components: **(A) activities on the computer**, **(C) classroom discussion** and **(E) exercises done outside the class**. The target of the activities on the computer is to help students in building the proper mental constructions for the better understanding and learning of the corresponding mathematical topic. The students discuss later in the classroom their experiences from the computer tasks performed in the laboratory, they repeat the same tasks without the help of computer and they reach, under their instructor's guidance and help, to the proper conclusions. Finally, the purpose of the exercises, which are given by the tutor as a home work, is to check and to embed better the new mathematical knowledge (for more details see [1, 2, 17], etc).

Fuzzy Numbers. The fuzzy sets theory was created in response of expressing mathematically real world situations in which definitions have not clear boundaries. For example, "the high mountains of a country", "the young people of a city", "the good players of a team", etc. The notion of a fuzzy set was introduced by Zadeh in 1965 [20] as follows:

1. Definition: A **fuzzy set** A on the universal set U (or a fuzzy subset of U) is a set of ordered pairs of the form $A = \{(x, m_A(x)) : x \in U\}$, defined in terms of a **membership function** $m_A : U \rightarrow [0,1]$ that assigns to each element of U a real value from the interval $[0,1]$.

The value $m_A(x)$ is called the **membership degree** of x in A . The greater is $m_A(x)$, the better x satisfies the characteristic property of A . The definition of the membership function is not unique depending on the user's subjective data, which is usually based on statistical or empirical observations. However, a necessary condition for a fuzzy set to give a reliable description of the corresponding real situation is that its membership function's definition is compatible to the laws of the common logic. Note that many authors, for reasons of simplicity, identify a fuzzy set with its membership function.

A crisp subset A of U can be considered as a fuzzy set in U with $m_A(x) = 1$, if $x \in A$ and $m_A(x) = 0$, if $x \notin A$. In this way most properties and operations of crisp sets can be extended to corresponding properties and operations of fuzzy sets. For general facts on fuzzy sets we refer to the book of Klir & Folger [4].

FNs play an important role in fuzzy mathematics, analogous to the role played by the ordinary numbers in classical mathematics. A FN is a special form of a fuzzy set on the set $\mathbf{R}$ of the real numbers defined as follows:

2. Definition: A **FN** is a fuzzy set A on the set $\mathbf{R}$ of real numbers with membership function $m_A : \mathbf{R} \rightarrow [0, 1]$, such that:

- A is **normal**, i.e. there exists x in $\mathbf{R}$ such that $m_A(x) = 1$,
- A is **convex**, i.e. all its α -cuts $A^\alpha = \{x \in U : m_A(x) \geq \alpha\}$, α in $[0, 1]$, are closed real intervals, and
- The membership function $y = m_A(x)$ is a **piecewise continuous function**.

3. Counter example: Figure 1 represents the graph of a fuzzy set on $\mathbf{R}$ which is not convex. In fact, it is easy to observe that $A^{0.4} = [5, 8.5] \cup [11, 13]$, i.e. $A^{0.4}$ is not a closed interval.

Since the x -cuts of a FN, say A , are closed real intervals, we can write $A^x = [A_l^x, A_r^x]$ for each x in $[0, 1]$, where A_l^x, A_r^x are real numbers depending on x . The following statement defines a *partial order* on the set of all FNs:

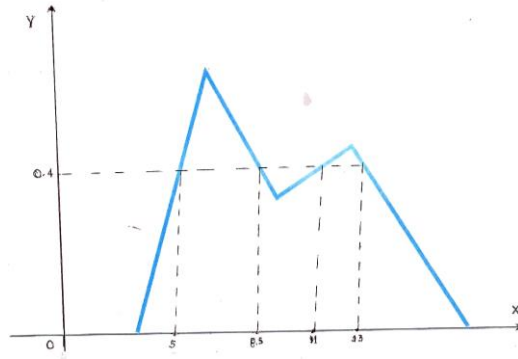


Fig. 1 . Example of a non convex fuzzy set on $\mathbf{R}$

4. Definition: Given the FNs A and B we write $A \leq B$ (or $\geq$) if, and only if, $A_i^x \leq B_i^x$ and $A_r^x \leq B_r^x$ (or $\geq$) for all x in $[0, 1]$. Two such FNs are called *comparable*, otherwise they are called *non comparable*.

5. Remark: One can define the four basic **arithmetic operations** on FNS in two, equivalent ways [3]: In practice, these two general methods of the fuzzy arithmetic, requiring laborious calculations, are rarely used in applications, where the utilization of simpler forms of FNs is preferred.

For general facts on FNs we refer to Chapter 3 of the book of Theodorou [8], which is written in Greek language, and also to the classical on the subject book of Kaufmann and Gupta [3].-

A TFN (a, b, c) , with a, b, c in $\mathbf{R}$ is the simplest form of a FN. It actually means that *the value of b lies in the interval $[a, c]$* . The membership function of (a, b, c) is zero outside the interval $[a, c]$, while its graph in $[a, c]$ consists of two straight line segments forming a triangle with the OX axis (Figure 2). Therefore the analytical definition of a TFN is given as follows:

6. Definition: Let a, b and c be real numbers with $a < b < c$. Then the **TFN** (a, b, c) is a FN with membership function:

$$y = m(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a}, & x \in [a, b] \\ \frac{c-x}{c-b}, & x \in [b, c] \\ 0, & x < a \text{ or } x > c \end{cases}$$

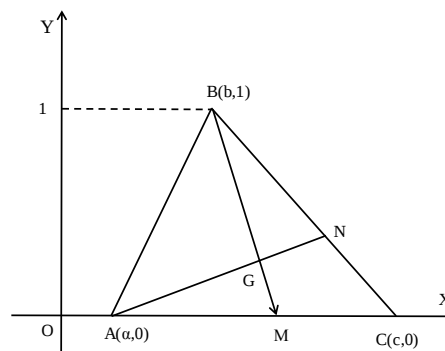


Fig. 2. Graph and COG of the TFN (a, b, c)

The following two Propositions refer to basic properties of TFNs that we are going to use later in this paper:

7. Proposition: The x -cuts A^x of a TFN $A = (a, b, c)$, $x \in [0, 1]$, are calculated by the formula $A^x = [A_l^x, A_r^x] = [a + x(b - a), c - x(c - b)]$.

Proof: Since $A^x = \{y \in \mathbf{R} : m(y \geq x)\}$, Definition 3.4 gives for the case of A_l^x that

$$\frac{y-a}{b-a} = x \Leftrightarrow y = a + x(b-a). \text{ Similarly for the case of } A_r^x \text{ we have that } \frac{c-y}{c-b} = x \Leftrightarrow y = c - x(c-b).$$

8. Proposition: The coordinates (X, Y) of the COG of the graph of the TFN (a, b, c) are calculated by the formulas $X = \frac{a+b+c}{3}$, $Y = \frac{1}{3}$.

Proof: The graph of the TFN (a, b, c) is the triangle ABC of Figure 2, with A $(a, 0)$, B $(b, 1)$ and C $(c, 0)$. Then, the COG, say G, of ABC is the intersection point of its medians AN and BM. The proof of the Proposition is easily obtained by calculating the equations of AN and BM and by solving the linear system of these two equations.-

9. Remark: The above proposition provides a **defuzzification** method of a TFN, i.e. its replacement by a crisp quantity (the coordinates of the COG of its graph).

10. Arithmetic Operations on TFNs: It can be shown [3] that the two general methods of defining arithmetic operations on FNs (see Remark 3.5) lead to the following simple rules for the **addition** and **subtraction** of TFNs:

Let $A = (a, b, c)$ and $B = (a_1, b_1, c_1)$ be two TFNs. Then

- The sum $A + B$ is the TFN $(a+a_1, b+b_1, c+c_1)$.
- The difference $A - B = A + (-B)$ is the TFN $(a-c_1, b-b_1, c-a_1)$, where $-B = (-c_1, -b_1, -a_1)$

is defined to be the **opposite** of B .

Obviously $A + (-A) = (a-c, 0, c-a) \neq O = (0, 0, 0)$, where the TFN O is defined by $O(x) = 1$, if $x = 0$ and $O(x) = 0$, if $x \neq 0$. Note that, the **product** and the **quotient** of two TFNs, although they are FNs, they are not always TFNs, unless if a, b, c, a_1, b_1, c_1 are in $\mathbf{R}^+$ ([25], Section 3.2).

One can also define the following two **scalar operations**:

- $k + A = (k+a, k+b, k+c)$, $k \in \mathbf{R}$
- $kA = (ka, kb, kc)$, if $k > 0$ and $kA = (kc, kb, ka)$, if $k < 0$.

We close this section by introducing the following definition, which will be used in Section 4 for assessing the student performance with the help of the TFNs:

11. Definition: Let A_i , $i = 1, 2, \dots, n$ be TFNs, where n is a non negative integer, $n \geq 2$. Then we define the **mean value** of the A_i 's to be the TFN

$$A = \frac{1}{n} (A_1 + A_2 + \dots + A_n).$$

The Classroom Experiment. The following experiment was recently performed in the city of Patras with two student groups from the School of Technological Applications (prospective engineers) of the Graduate Technological Educational Institute (T. E. I.) of Western Greece, attending the course "Higher Mathematics I" (Calculus and Linear Algebra) of their first term of studies and having the same instructor. The students of both groups had more or less the same mathematical background from secondary education and were chosen in such a way that the grades, which they had obtained in the mathematics exam for entrance in higher education, were of about the same level. Also, since they were in their first term of studies, they had attended no previous mathematical courses at the T. E. I. of Western Greece.

The teaching procedure involved four didactic hours (45 minutes each) per week for each group. For the experimental group half of these hours were spent in a computer laboratory and the rest in the classroom according to the motive of the APOS/ACE instruction. On the contrary, for the control group the lectures were performed in the traditional way on the board, followed by a number of exercises and problems with the students participating for their solutions.

At the end of the term the students of both groups participated in the same final exam and the scores obtained, in a climax from 0 to 100, were the following:

Experimental Group (G_1): 100(2 times), 99(3), 98(5), 95(8), 94(7), 93(1), 92 (6), 90(5), 89(3), 88(7), 85(13), 82(6), 80(14), 79(8), 78(6), 76(3), 75(3), 74(3), 73(1), 72(5), 70(4), 68(2), 63(2), 60(3), 59(5), 58(1), 57(2), 56(3), 55(4), 54(2), 53(1), 52(2), 51(2), 50(8), 48(7), 45(8), 42(1), 40(3), 35(1).

Control Group (G_2): 100(1), 99(2), 98(3), 97(4), 95(9), 92(4), 91(2), 90(3), 88(6), 85(26), 82(18), 80(29), 78(11), 75(32), 70(17), 64(12), 60(16), 58(19), 56(3), 55(6), 50(17), 45(9), 40(6).

The student performance was characterized by the fuzzy linguistic labels (grades) A, B, C, D and F corresponding to the above scores as follows: A (85-100) = excellent, B (84-75) = very good, C (74-60) = good, D (59-50) = fair and F (<50) = unsatisfactory.

Next, we assigned to each linguistic label (grade) a TFN (denoted, for simplicity, by the same letter) as follows: A = (85, 92.5, 100), B = (75, 79.5, 84), C = (60, 67, 74), D = (50, 54.5, 59) and F = (0, 24.5, 49). The middle entry of each of the above TFNs is equal to the mean value of the student scores attached to the corresponding linguist label (grade). In this way a TFN corresponds to each student assessing his (her) individual performance. The representation of the linguistic labels A, B, C, D and F by TFNs has the advantage of determining numerically the scores corresponding to each label. In fact, the scores assigned to the above labels in the present application are not standard, since they may differ from case to case in practice. For example, in a more rigorous assessment, one could take A(90-100), B (80-89), C(70-79), D (60-69), F(<60), etc.

We now form the following Table 1 depicting the students' performance in terms of the TFNs defined above:

Table 1

Students' performance in terms of the TFNs

TFN	G_1	G_2
A	60	60
B	40	90
C	20	45
D	30	45
F	20	15
Total	170	255

We observe that in Table 1 we have 170 TFNs representing the progress of the students of G_1 and 255 TFNs representing the progress of the students of G_2 . Therefore, it is logical to accept that the overall performance of each group is given by the corresponding mean value of the above TFNs (Definition 11). For simplifying our notation, let us denote the above mean values by the letter of the corresponding group. Then, making the necessary straightforward calculations, one finds that:

$$G_1 = \frac{1}{170} \cdot (60A+40B+20C+30D+20F) \approx (63.53, 71.74, 83.47) \text{ and}$$

$$G_2 = \frac{1}{255} \cdot (60A+90B+45C+45D+15F) \approx (65.88, 72.63, 79.53).$$

Observing the left entries (63.53 and 65.88 respectively) and the right entries (83.47 and 79.53 respectively) of the TFNs G_1 and G_2 one concludes that the overall performance of the two groups could be characterized from good (C) to very good (B). It is also of worth to clarify that the middle entries of G_1 and G_2 (71.74 and 72.63 respectively) give a **rough approximation** only of each group's overall performance. In fact, since the middle entries of the TFNs A, B, C, D and F were chosen to be equal to the means of the scores assigned to the corresponding linguistic grades, the middle entries of the TFNs G_1 and G_2 are simply equal to the mean values of these means and therefore they **do not measure the mean performances** of the two groups. In fact, calculating the means of the student scores in the classical way one finds the values 72.44 and 72.04 for G_1 and G_2 respectively, showing a slight superiority of the experimental group.

Next, applying Proposition 7 one finds that the x-cuts of the two TFNs are $G_1^x = [63.53+8.21x, 83.47-11.73x]$ and $G_2^x = [65.88+6.75x, 79.53-6.9x]$ respectively. But $63.53+8.21x \leq 65.88+6.75x \Leftrightarrow 1.46x \leq 2.35 \Leftrightarrow x \leq 1.61$, which is true, since x is in $[0, 1]$. On the contrary, $83.47-11.73x \leq 79.53-6.9x \Leftrightarrow 3.94 \leq 4.83x \Leftrightarrow 0.82 \leq x$, which is not true for all the values of x . Therefore, according to Definition 3.4, the TFNs G_1 and G_2 are not comparable, which means that in this stage one **can not decide which of the two groups demonstrated the better performance**.

A good way to overcome this difficulty is to defuzzify the TFNs G_1 and G_2 . In fact, by Proposition 8, the COGs of the graphs of the TFNs G_1 and G_2 have x-coordinates equal to $X = \frac{63.53+71.74+83.47}{3} \approx 72.91$ and $X' = \frac{65.88+72.63+79.53}{3} \approx 72.68$ respectively.

Observe now that these GOGs lie in a rectangle with sides of length 100 units on the X-axis (student scores from 0 to 100) and one unit on the Y-axis (normal fuzzy sets). Therefore, **the nearer the x-coordinate of the COG to 100, the better the corresponding group's performance**. Thus, since $X > X'$, the experimental group G_1 demonstrates a (slightly) better overall performance than the control group G_2 .

Conclusion. In the present paper we used the TFNs for comparing the difference of university students' performance when learning mathematics with the APOS/ACE instructional treatment (experimental group), as well as with the traditional way on the board (control group). In our case, in contrast to earlier experimental researches of the Dubinsky's team and of other researchers, no significant difference was found for the performance of the two groups. In fact, the slight superiority of the experimental group is not enough to obtain secure conclusions and therefore a further investigation seems to be needed on the subject.

Since two TFNs are not always comparable, the use of them as assessment tools was combined here with the COG defuzzification technique. The creditability of this new fuzzy assessment approach was validated by comparing its outcomes in our application with the corresponding mean values of the students' performance, i.e. the most standard assessment method of the traditional, bi-valued logic.

The combination of the TFNs with the COG technique seems to have the potential of a *general assessment method* that could be used in a great variety of other machine (e.g. for decision-making [14], case-based reasoning [9], computational thinking [11] etc) and human

(e.g. players' assessment [16], etc) activities. This is indeed the main target of our future research on the subject.

References

1. Asiala, M., et al., A framework for research and curriculum development in undergraduate mathematics education, *Research in Collegiate Mathematics Education II*, CBMS Issues in Mathematics Education, 6, 1-32, 1996.
2. Dubinsky, E. & McDonald, M. A., APOS: A constructivist theory of learning in undergraduate mathematics education research. In: D. Holton et al. (Eds.), *The Teaching and learning of Mathematics at University Level: An ICMI Study*, 273-280, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, Netherlands, 2001.
3. Kaufmann, A. & Gupta, M., *Introduction to Fuzzy Arithmetic*, Van Nostrand Reinhold Company, New York, 1991.
4. Klir, G. J. & Folger, T. A., *Fuzzy Sets, Uncertainty and Information*, Prentice-Hall, London, 1988.
5. Maharaj, A., An APOS analysis of natural science students' understanding of derivatives, *South African Journal of Education*, 33(1), 19 pages, 2013.
6. Piaget, J., *Genetic Epistemology*, Columbia University Press, New York and London, 1970.
7. Subbotin, I. Ya. Badkoobehi, H., Bilotckii, N. N., Application of fuzzy logic to learning assessment. *Didactics of Mathematics: Problems and Investigations*, 22, 38-41, 2004.
8. Theodorou, J., *Introduction to Fuzzy Logic*, Tzolas Publications, Thessaloniki, Greece, 2010 (in Greek language).
9. Voskoglou, M. Gr., Fuzzy Sets in Case-Based Reasoning, *Fuzzy Systems and Knowledge Discovery*, Vol. 6, 252-256, IEEE Computer Society, 2009.
10. Voskoglou, M. Gr., *Stochastic and fuzzy models in Mathematics Education*, Artificial Intelligence and Management, Lambert Academic Publishing, Saarbrücken, Germany, 2011.
11. Voskoglou, M. Gr., Problem solving, fuzzy logic and computational thinking, *Egyptian Computer Science Journal*, 37(1), 131-145, 2013.
12. Voskoglou, M. Gr., An application of the APOS/ACE approach in teaching the irrational numbers, *Journal of Mathematical Sciences and Mathematics Education*, 8(1), 30-47, 2013.
13. Voskoglou, M. Gr., Fuzzy Logic in the APOS/ACE Instructional Treatment of Mathematics, *American Journal of Educational Research*, 3(3), 330-339, 2015.
14. Voskoglou, M. Gr., Using the Triangular Fuzzy Numbers for the Verification of a Chosen Decision, *Academic Journal of Applied Mathematical Sciences*, 1(1), 1-8, 2015.
15. Voskoglou, M. Gr., Use of the Triangular Fuzzy Numbers for Student Assessment, *American Journal of Applied Mathematics and Statistics*, 3(4), 146-150, 2015.
16. Voskoglou, M. Gr. & Subbotin, I. Ya., Fuzzy Numbers: A Tool for the Assessment of Human Skills, *International Journal of Applications of Fuzzy Sets and Artificial Intelligence*, 6, 17-32, 2016.
17. Weller, K. et al., Students performance and attitudes in courses based on APOS theory and the ACE teaching cycle. In: A. Selden et al. (Eds.), *Research in collegiate mathematics education V* (pp. 97-181), Providence, RI: American Mathematical Society, 2003.
18. Weller, K. , Arnon, I & Dubinski, E. , Pre-service Teachers' Understanding of the Relation Between a Fraction or Integer and Its Decimal Expansion, *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 9(1), 5-28, 2009.

19. Weller, K., Arnon, I & Dubinski, E., Pre-service Teachers' Understanding of the Relation Between a Fraction or Integer and Its Decimal Expansion: Strength and Stability of Belief, Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education, 11(2), 129-159, 2011.
20. Zadeh, L. A., Fuzzy Sets, *Information and Control*, 8, 338-353, 1965.

Анотація. *Воскоглой М. Гр. Нечіткі числа як інструмент оцінки APOS/ACE методів навчання математики.*

У статті використовується комбінація методів трикутних нечітких чисел (TFNs) та центру тяжіння (COG) як техніки дефазифікації для оцінки знань і навичок студентів університету у процесі навчання математики у рамках APOS/ACE.

Ключові слова: *APOS/ACE методи навчання математики, трикутні нечіткі числа (TFNs), центр тяжіння (COG), техніка дефазифікації.*

Аннотация. *Воскоглой М. Гр. Нечеткие числа в качестве инструмента оценки APOS/ACE методов обучения математики.*

В статье используется комбинация методов треугольных нечетких чисел (TFNs) и центра тяжести (COG) как техники дефазификации для оценки навыков и знаний студентов университета в процессе обучения математике в рамках APOS/ACE.

Ключевые слова: *APOS/ACE методы обучения математики, треугольные нечеткие числа (TFNs), центр тяжести (COG) техника дефазификации.*

Abstract. *Voskoglou M. Gr. Fuzzy Numbers as an Assessment Tool in the APOS/ACE Instructional Treatment of Mathematics*

In the article a combination is used of of the Triangular Fuzzy Numbers (TFNs) and the Center of Gravity (COG) defuzzification technique to assess university student skills for learning mathematics with the APOS/ACE instructional treatment.

Key words: *APOS/ACE instructional treatment of mathematics, triangular fuzzy numbers (TFNs), center of gravity (COG) defuzzification technique.*

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
 Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
 ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
 Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Білоусова Л.І., Житеньова Н.В. Візуалізація навчального матеріалу з використанням технології скрайбінг у професійній діяльності вчителя // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 1(7). – С. 39-47.

Belousova L., Zhiteneva N. Visualization of learning material using technologies of scribing in teachers' professional activities // Physics and Mathematics Education : scientific journal. – 2016. – Issue 1 (7). – P.39-47.

УДК 378.4: 004

Л.І. Білоусова

*Харківський національний педагогічний університет
 імені Г.С. Сковороди, Україна*

Н.В. Житеньова

Київський університет імені Бориса Грінченка, Україна

ВІЗУАЛІЗАЦІЯ НАВЧАЛЬНОГО МАТЕРІАЛУ З ВИКОРИСТАННЯМ ТЕХНОЛОГІЇ СКРАЙБІНГ У ПРОФЕСІЙНІЙ ДІЯЛЬНОСТІ ВЧИТЕЛЯ

Вступ. В умовах динамічного розвитку цивілізації перед системою освіти постають нові завдання, зумовлені необхідністю адекватно реагувати на виклики часу, на кардинальні зміни вимог, що висуває до неї суспільство. Найбільші трансформації відчуває система загальної освіти, змушена подолати традиційно притаманні їй інертність і консерватизм і працювати в умовах інформатизації і відкритого доступу до мережі Інтернет, в умовах перманентного оновлення змісту, програм і засобів навчання, а головне – в умовах приходу до школи нового покоління дітей, які по-іншому сприймають інформацію, по-іншому її засвоюють, володіють іншими вміннями. Сучасний учитель має бути здатним ефективно використовувати високотехнологічний педагогічний інструментарій для проектування предметно-навчального середовища, створення комфортних умов для набуття кожним учнем тих нових предметних і ключових компетенцій, які визнані необхідними для життя, діяльності, здобуття подальшої освіти в суспільстві ХХІ століття. У цьому ракурсі гостро постає питання готовності педагога швидко опановувати новітні засоби подання навчальної інформації, творчо й ефективно використовувати їх у практиці навчання.

Постановка проблеми. Сучасна шкільна молодь народилася й зросла у світі, насиченому потужними й інтенсивними інформаційними потоками, що сформувало нові способи сприйняття інформації, оперування нею, мислення. У школяра основу «образу світу» складають не стільки поняття, скільки смислові образи, створювані за допомогою візуального мислення. Такі зміни безпосередньо відображаються на вимогах до сучасного педагога, призводять до переосмислення його ролі: «замість напівміфічної істоти, яка нібито «знає свій предмет», з'явиться фахівець, значно більш компетентний у питаннях психології, групової динаміки й організації сумісної

діяльності, який, не претендуючи ні на яке абсолютне знання, зможе організувати занурення учнів у колективне рішення проблем» [1]. Урахування психологічних особливостей учня зумовлює звернення до технологій візуалізації інформації, які забезпечують компактність, виразність, динамічність подання змісту навчального матеріалу, донесення його основного сенсу до учнів, а також надають платформу для залучення школярів до колективної творчої роботи, в процесі якої знаходять відтворення й практичне застосування набуті ними знання. Однією з новітніх технологій візуалізації, яка зараз активно поширюється в практиці шкільного навчання, є скрайбінг.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Скрайбінг є достатньо новою технологією, визначення дидактичних можливостей якої відбувається в процесі практики її застосування. На цей час існує багато спроб визначити способи ефективного використання скрайбінгу у навчальному процесі загальноосвітньої і вищої школи. Так, на думку вчителя англійської мови О.В. Мілейко, скрайб-презентації є дієвим способом мотивації учнів до оволодіння мовою та комунікативними навичками [4]. Учитель географії Т.В. Сорока [8] вважає доцільним використовувати скрайбінг під час вивчення нової теми, оскільки це, на думку авторки, стане чудовим стартом для набуття нових знань, умінь та навичок, зацікавить учнів яскравістю графічних образів, що пов'язані безпосередньо з новим навчальним матеріалом, сприятиме кращому запам'ятовуванню основних термінів і понять. Вчитель інформатики Ю.І. Тонких використовує скрайб-презентації на етапі узагальнення вивченої теми, але вбачає доречним їх застосування в якості домашнього завдання, мозкового штурму та рефлексії на уроці [9]. Викладачі Мелітопольського державного педагогічного університету В.В. Осадчий та К.П. Осадча вважають, що використання технології скрайбінгу є найбільш ефективним у процесі подання навчального матеріалу, оскільки це дозволяє унаочнити ключові елементи теоретичного матеріалу та допомагає встановити взаємозв'язки між основними поняттями [6]. Учитель німецької мови Л.М. Кошкина пропонує використовувати скрайб-презентації на початку вивчення теми для залучення уваги та посилення мотивації учнів, а також на етапі рефлексії для перевірки й контролю засвоєння вивченого матеріалу [3]. Перспективність і новизна скрайбінгу зумовлюють актуальність продовження досліджень, спрямованих на з'ясування напрямів і особливостей його освітніх застосувань.

Мета статті полягає у розкритті педагогічних і технологічних аспектів використання скрайбінгу.

Результати досліджень. Сьогодні поняття «скрайбінг» є порівняно новим, аналіз психолого-педагогічної літератури свідчить, що воно ще не увійшло в широкий науковий обіг. Термін «скрайбінг» походить від англійського «scribe» у значенні «drive a pen» – водити ручкою.

У Британському словнику визначень поняття «scribe» визначається у двох напрямках як іменник, і як дієслово. У якості іменника під поняттям «scribe» розуміють людину, яка є професійним переписувачем і робить копії рукописів до їх друку або громадський службовець чи письменник, що має офіційний статус. У якості дієслова (без об'єкта), опис, скрайбування, написання. У якості дієслова (з об'єктом), опис, записування, анотування.

У вільному словнику Фарлекса поняття «scribe» розкривається у декількох значеннях, як людина, яка копіює документи і робить рукописні копії до їх друку; клерк чи громадський переписувач. Також у даному словнику зазначене поняття розкривається з точки зору іудаїзму як визнаний вчений і вчитель єврейського закону або кваліфікована людина, яка пише певні документи відповідно до релігійних вимог.

З точки зору журналістики та видавництва це автор або журналіст який використовує гумор у своїх рукописах. Ще один напрям визначає поняття «scribe» як гострий інструмент, що вирізає лінії на поперхні.

В освіту скрайбінг прийшов із бізнес-застосувань, де під скрайбінгом розуміють ілюстрований супровід виступу доповідача. Загальноприйняте визначення розкриває скрайбінг як новітню технологію презентації, сутність якої полягає у синхронному супроводі усного повідомлення (повіді, промови, викладу навчального матеріалу тощо) малюнками фломастером на білій дошці (або на аркуші паперу). Скрайбінг передбачає специфічний вид такого супроводу – ілюстрування «на льоту», що надає йому особливої емоційності і можливості концентрувати увагу слухача на основних смислових об'єктах. Появу скрайбінгу пов'язують з британським художником Ендрю Парком, який запропонував цю технологію британській організації, що займається популяризацією наукових знань. Даний стиль візуалізації даних лектори-дизайнери використовували в своїх презентаціях, на яких були намальовані від руки схеми та ілюстрації. Як виявилось, такий спосіб подачі інформації став більш ефективним, продуктивним та найшвидшим для пояснення слухачам. З часом статичні схеми та малюнки ускладнювалися і почали перетворюватися на динамічні картини історії, які мають певний відео та аудіоряд. Скрайбінг використовує «ефект паралельного слідування», коли аудиторія паралельно чує і бачить приблизно одне й те ж, при цьому графічний ряд фіксується на ключових моментах аудіоряду [5].

Оскільки на цей час існує тільки загальне визначення даного поняття, а нами розглядається скрайбінг у ракурсі його застосування в освітньому процесі, наведемо наше розуміння даного поняття. *Ми розглядаємо скрайбінг* як технологію візуалізації, яка забезпечує відображення ключових моментів змісту навчального матеріалу (властивостей об'єкта навчання, його внутрішніх і зовнішніх зв'язків) шляхом використання простих графічних елементів (малюнків, піктограм, символів, слів, схем, діаграм), послідовно створюваних на екрані у відповідності до її усного викладу (або аудіоряду).

Для того, щоб більш детально розібратися в категорії «скрайбінг», слід розглянути поняття «скрайбер», «скрайб», «скрайб-презентація», «технології скрайбінгу», які зустрічаються на ряду зі скрайбінгом. Проаналізуємо характеристики цих понять більш докладно.

Колишній спічрайтер Білого дому Деніел Пінк у своїй книзі «Майбутнє за правою півкулею» чітко висловив пріоритети сучасного світу, стверджуючи, що зараз велика потреба в людях, яким притаманні такі якості та вміння, які не можна скопіювати, автоматизувати, віддати на аутсорсинг. Автор звертає увагу на те, що стати успішним і затребуваним фахівцем, побудувати кар'єру, в нову, що настала слідом за інформаційною епоху, треба змусити свій мозок працювати «навпаки». Д. Пінк вважає, що за останній час люди звикли занадто добре маніпулювати дрібними спеціалізованими знаннями, а в нову епоху це нікому не потрібно. «Затребуваними будуть тільки великі ідеї і «масштабні смисли», – міркує автор. [7]. Д. Пінк нарахував шість таких основних якостей: design (дизайн), story (історія), symphony (симфонія), empathy (емпатія), play and meaning (гра і сенс). Інтерпретуючи ці якості можна дослівно їх перекласти як: дизайн – уміння створювати з нуля, творче мислення; історія – здатність вигадувати сюжети і розповідати історії; симфонія – уміння залучати людей в процес; емпатія – уміння поставити себе на місце іншої людини; гра і зміст – здатність вкладати в будь-які ідеї глибокий сенс і емоційний інтелект. Сьогодні, дійсно, рейтинг професій, де потрібен творчий та емоційний інтелект, дизайн-мислення, візуальне

мислення, вміння надихати людей, набирають обертів. З'являються нові професії, такі як: гейм-штормер, дизайн-менеджер, Інтернет-коуч, дизайнер інтерфейсів, архітектор віртуальності, дизайнер віртуальних світів та інші. Однією з таких є професія скрайбера, яка досить активно розвивається в даний час. Спеціаліста, який вміє висловлювати сенс і ідеї, роблячи на ходу замальовки та малює скрайби, прийнято називати скрайбером, а презентацію, яку він створює – скрайб або скрайб-презентація. Професійний скрайбер не обов'язково повинен мати навички художника і вміти малювати (малюнки можуть бути схематичними і навіть примітивними), головною вимогою, яка пред'являється – це вміння виділяти в інформації головне, правильно і вдало замінювати слова та ідеї точними і простими образами. Скрайбер повинен вміло використовувати символи, замінюючи ними іменники та дієслова, вибирати зрозумілі всім образи, втілювати їх в простих малюнках, графіках і схемах, тобто використовувати всі шість якостей, про які говорить Д. Пінк.

1. Скрайбер повинен володіти навичками візуалізації, робити «видимими» ключові моменти презентації, перетворюючи їх в образи, наочно демонструючи найважливіші смислові зв'язки між поняттями, тезами виступу. Досвідчені скрайбери заздалегідь готують і збирають власну бібліотеку, в якій зберігаються готові наочні матеріали: графіки, рисунки, ілюстрації, а також відео - та аудіоряди. Такі хитрощі дозволяють значно заощадити час створення скрайбу, зробити його більш якісним, виразним, звести до мінімуму хвилювання перед виступом, допомагають відслідковувати хронометраж і не затягувати презентацію.

2. Крім цього скрайбер повинен володіти чудовими навичками спілкування з людьми, підтримувати інтерес до виступу, залучати до процесу, пояснювати необхідність і послідовність дій, як своїх, так і тих, що вироблятиме аудиторія і не на хвилину не забувати про аудиторію, заради якої і створюється дана презентація.

3. Скрайбер повинен вміти перетворювати свої ідеї в цілісний образ, виділяти головне в потоці інформації, щоб потім застосовувати в своїй діяльності використовуючи при цьому безліч видів діаграм, графіків, схем, а також малюнків. Необхідною умовою є облік того, що ці малюнки і схеми зрозумілі тільки тим, хто був безпосередньо присутній на презентації, і для того, щоб створена схема могла бути самостійно прочитана або відтворена, в подачі матеріалу необхідна максимальна простота, що виключає різночитання, і залізна логіка.

Скрайбером називають людину, яка в процесі своєї доповіді здійснює візуальну фасилітацію різноманітних процесів методом заміни багатослівних пояснень образами, смисловими якорями.

Використання скрайбінгу в навчанні зумовлене дидактичним потенціалом цієї технології, який полягає у створенні нових можливостей для реалізації на більш високому рівні таких принципів навчання як природовідповідність, наочність, доступність, усвідомленість, емоційність навчання. Скрайбінгу, як технології візуалізації, притаманна також можливість компактного подання навчального матеріалу, сприяння його продуктивному засвоєнню і запам'ятовуванню [2].

На відміну від технології слайдової презентації, яка певною мірою втратила свою новизну і перейшла в розряд традиційних, скрайбінг не несе такого відтінку догматичності, слідування певному шаблону, стилю, на відтворення змісту в тезисах, таблицях, діаграмах тощо. Слайд-презентація подає зміст повідомлення як послідовність смислових блоків, відтворюваних на слайдах. Кожний слайд відображає чітко вивірений й логічно завершений фрагмент повідомлення, який постає перед аудиторією в готовому вигляді. Слайд-презентація є самодостатнім документом, її

можна читати як лаконічне подання доповіді навіть тим, хто не був її слухачем. Скрайб-презентація, напрооти, не справляє враження відшліфованості й остаточної готовності. Попередня ґрунтовна робота з її проектування і створення лишається за кадром, а перед аудиторією скрайбінг постає як процес синхронного супроводу повідомлення у нібито не зовсім ретельно виконаних ілюстраціях і коротких текстах-примітках, часто в алегоріях і аналогіях. Скрайб-презентація, якщо вона не озвучена, не є такою самодостатньою. Присутньому на доповіді вона легко нагадає її зміст, ключові моменти, наголоси, в той час як для відсутнього залишиться певною загадкою, він має домислювати, розгадувати сенс малюнків, логіку викладу тощо.

Провідним ефектом скрайбінгу є захват уваги аудиторії специфічними графічними образами, що створюються тут і зараз, виразно акцентуючи на заздалегідь визначених ключових моментах матеріалу, що подається, – ідеях, особливостях, відмітних рисах тощо, тобто саме на тому основному, що потрібно сприйняти, усвідомити, запам'ятати. Варто підкреслити, що сучасні учні звикли до швидких темпів життя, вони непосидючі, їх увагу важко сконцентрувати на тривалий час. Скрайбінг застосовує той самий принцип, що й дудл (від англ. doodle, що означає «каракулі» або «недбалий малюнок») – малювання від руки, і саме це «живе малювання» заворожує, заінтриговує учня, змушує з інтересом очікувати, що ж буде далі, тим самим занурюючи його в навчальну проблему.

Скрайбінг виступає зручним інструментом не тільки для викладу навчального матеріалу. Новизна й привабливість цієї технології дає змогу на її основі організовувати самостійну роботу учнів, спрямовану на опрацювання ними вивченого матеріалу, відтворення власного ставлення до об'єкта навчання. Використання скрайбінгу дає змогу надати такій роботі привабливості для учнів, забезпечити її творчий характер, сприяти зацікавленню школярів у набутті нових предметних знань і технологічних умінь.

На сьогодні існує декілька різновидів технологій скрайбінгу (рис.1). Розглянемо більш детально кожний з них.

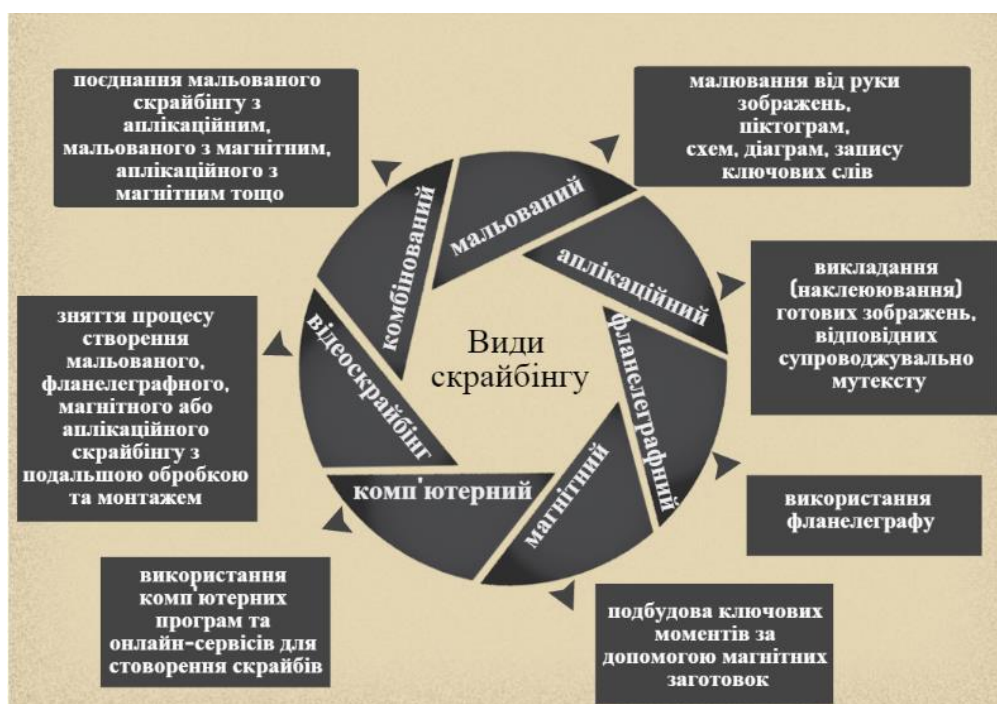


Рис. 1. Види скрайбінгу

Перший вид – *скрайбінг мальований*. Процес створення такого скрайбінгу полягає у малюванні від руки зображень, піктограм, схем, діаграм, запису ключових слів, що ілюструють розповідь вчителя паралельно з тим, як він озвучує питання, що розглядається.

Наступний вид – це *скрайбінг аплікаційний*. На аркуш паперу або будь-який інший фон в кадрі викладаються (наклеюються) готові зображення, відповідні супроводжувальному тексту.

Третій вид – це *скрайбінг магнітний*, який цілком аналогічний аплікаційному і має лише ту відмінність, що зображення складаються з магнітних заготовок і кріпляться на презентаційну магнітну дошку.

Ще одним видом є *скрайбінг фланелеграфний*, який передбачає використання фланелеграфу.

Кожен із зазначених видів скрайбінгу можна відзняти на відео та відтворити в будь-який момент.

На особливу увагу заслуговує *комп'ютерний скрайбінг*. На нашу думку, він є найбільш зручним у використанні, оскільки не вимагає від скрайбера матеріального забезпечення і вміння малювати. Для створення комп'ютерного скрайбінгу використовуються спеціальні комп'ютерні програми та онлайн-сервіси. Необхідні інструменти та матеріали: комп'ютер; мікрофон для запису озвучування (за необхідністю); комп'ютерні програми для запису аудіо, відеомоніторингу [6].

Найпростіший комп'ютерний скрайбінг можна створити навіть за допомогою програми Power Point. У такій анімованій презентації зображення на слайдах також з'являються поступово, у відповідності до розповіді доповідача або до озвучування, що дає змогу дотримуватися основного принципу скрайбінгу – «ефекту паралельного проходження».

Як окремий вид скрайбінгу ми виділяємо *відеоскрайбінг*. Для створення відеоскрайб-презентації можна відзняти процес створення мальованого, фланелеграфного, магнітного або аплікаційного скрайбінгу та зробити обробку та монтаж у спеціальних програмних засобах (Movie Maker, Pinnacle тощо). Відеоскрайбінг має свої плюси. Його можна використовувати для створення таких інформаційних продуктів як анонси, реклама, буктрейлери, віртуальні виставки тощо, для ефектного доповнення різних заходів. Одного разу знятий, відеоролик можна показувати необмежену кількість разів.

Ще один вид скрайбінгу, який ми вважаємо за доцільне виділити, – *скрайбінг комбінований*. Такий вид скрайбінгу може поєднувати мальований скрайбінг з аплікаційним, мальований з магнітним, аплікаційний з магнітним тощо. Комбінований скрайбінг може також включати відзняті фрагменти відео будь-якої скрайб-презентації або комп'ютерного скрайбінгу. Компоновка фрагментів може здійснюватися за допомогою відповідних програмних засобів – відеоредакторів тощо.

Підводячи підсумки проведеного розгляду, схарактеризуємо переваги і недоліки скрайбінгу. До **переваг** віднесемо: привабливість і оригінальність цієї технології; компактність і образність; сприяння підвищенню пізнавального інтересу учнів, засвоєнню й запам'ятовуванню навчального матеріалу. Як **недоліки**, з якими пов'язане застосування цієї технології, відзначимо: великі часові витрати на створення скрайбу (написання сценарію, озвучування, зйомка та монтаж відео тощо); вимогливість до підготовленості вчителя у *технологічному* плані (уміння використовувати відповідні програмні засоби), *технічному* (вміння працювати з такими приладами як відеокамера, мікрофон тощо), *художньо-естетичному* (попри те, що існує багато

методик створення потрібних образів з простих геометричних фігур, все ж таки результат має бути художньо привабливим і задовольняти принаймні загальним вимогам естетики).

Висновки та перспективи подальших досліджень. Доцільність використання візуалізації навчальної інформації зумовлена необхідністю врахування когнітивних особливостей сучасного покоління учнів, а також потребою ємного подання навчального матеріалу у вигляді, найбільш зручному для його сприйняття, розуміння, засвоєння, запам'ятовування. Показано, що використання сучасних технологій візуалізації в навчальному процесі створює передумови для підвищення якості й результативності навчання. Візуальна фасилітація в режимі реального часу дає змогу ефективно утримувати фокус уваги учнів на ключових моментах навчального матеріалу, відкриває нові перспективи для реалізації провідних дидактичних принципів у навчанні. Разом з тим, візуалізація є потужним дидактичним інструментом, застосування якого повинно бути стратегічно вмотивованим, педагогічно доцільним, методично підкріпленим. На наш погляд, перспективним напрямком подальших наукових досліджень є питання підготовки майбутнього вчителя до ефективного використання новітніх технологій візуалізації в педагогічній діяльності.

Список використаних джерел

1. Google Apps для образования: беседа с Борисом Ярмаховым и Людмилой Рождественской [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://newtonew.com/discussions/google-apps-for-education-book>
2. Белоусова Л.И., Житенева Н.В. Дидактические аспекты использования технологий визуализации в учебном процессе общеобразовательной школы [Електронний ресурс] / Л.И. Белоусова, Н.В. Житенева // Информационные технологии и средства обучения. – 2010. – Том 16. – № 2. – Режим доступу до журн. : <http://journal.iitta.gov.ua/index.php/itlt/article/view/1017>
3. Кошкина Л. М. Скрайб-презентация [Електронний ресурс] / Л.М. Кошкина // Учительський Журнал он-лайн. – 2015. – Режим доступу до журн. : <http://www.teacherjournal.ru/skrajb-prezentacziya.html?start=12>
4. Мілейко О.В. Формування комунікативних навичок школярів на уроках англійської мови за допомогою ІКТ [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://infourok.ru/maysterklas-formuvannya-komunikativnih-navichok-shkolyariv-na-urokah-angliyskoi-movi-za-dopomogoyu-ikt-544125.html>
5. Орешко М.А. Скрайбінг: рисуем презентацию по интересным книгам с подростками-читателями / Марина Анатольевна Орешко // Школьная библиотека: сегодня и завтра. – 2013. – № 2. – С. 49-53. – Библиогр.: С. 53
6. Осадчий В.В. Інформаційно-комунікаційні технології у процесі розвитку візуального мислення майбутніх учителів / В.В. Осадчий, К.П. Осадча // Науковий вісник Мелітопольського державного педагогічного університету. Сер. : Педагогіка. – 2014. – № 1. – С. 128 – 133.
7. Пинк Дэниел. Будущее за правым полушарием. Что делать, чем думать и как быть в век нового творческого мышления / Дэниел Пинк ; [пер. с англ. Е. В. Кулешова]. – М. : РИПОЛ классик : Открытый мир, 2009. – 320 с. : ил. – (Новый взгляд). – ISBN 978-5-9743-0170-4
8. Сорока Т.В. Скрайбінг як сучасна форма візуалізації навчального матеріалу [Електронний ресурс] / Т.В. Сорока // Географія. – 2015. – № 16 (284). – Режим

- доступу до журн. : http://journal.osnova.com.ua/article/51806-Скрайбінг_як_сучасна_форма_візуалізації_навчального_матеріалу
9. Тонких Ю.І. Безпечний Інтернет [Електронний ресурс] / Ю.І. Тонких // Учительський Журнал он-лайн. – 2015. – Режим доступу до журн. : <http://www.teacherjournal.com.ua/skrajb-prezentaczja/31611-bezpechnij-nternet.html>
10. Центральна бібліотека імені І.С.Тургенева ЦБС Комінтернівського району м. Харкова [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://biblioteka-turgeneva.edu.kh.ua/internet-kejs_bibliotekarya/profi-dajdzhest/id/3321/vn/Что-такое-скрайбинг
11. Визуализация: просто о сложном [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <https://edugalaxy.intel.ru/index.php?automodule=blog&blogid=8190&showentry=7574>

Анотація. Білоусова Л.І., Житеньова Н.В. Візуалізація навчального матеріалу з використанням технології скрайбінг у професійній діяльності вчителя.

Статтю присвячено теоретико-практичним аспектам використання технології скрайбінгу для візуалізації навчального матеріалу у професійній діяльності майбутнього вчителя. Розглянуто та проаналізовано види скрайбінгу, як технології, яка є продуктивною для швидкого і ефективного засвоєння інформації в умовах колосального зростання її обсягу і кількості. Розглянуто переваги застосування зазначеної технології в освітньому процесі, відображено необхідність формування особливих вмінь візуалізації навчальної інформації. Проведено аналіз якостей, які повинна мати сучасна людина, щоб стати успішним і затребуваним фахівцем, побудувати кар'єру, в нову, що настала слідом за інформаційною епоху. Показано, що подання навчальної інформації, реалізоване на базі сучасних технологій візуалізації, сприяє підвищенню пізнавальної активності учнів, виконує не лише ілюстративну функцію, але й набуває нових якостей, суттєво розширює сферу продуктивного застосування візуалізації у навчальному процесі, створюючи передумови для підвищення його ефективності й результативності.

Ключові слова: навчальний процес, технології візуалізації, скрайбінг, професійна діяльність учителя, інформаційно-комунікаційні технології, фасилітація.

Аннотация. Белоусова Л.И., Житенева Н.В. Визуализация учебного материала с использованием технологии скрайбинг в профессиональной деятельности учителя.

Статья посвящена теоретико-практическим аспектам использования технологии скрайбинга для визуализации учебного материала в профессиональной деятельности будущего учителя. Рассмотрены и проанализированы виды скрайбинга, как технологии, которая является продуктивной для быстрого и эффективного усвоения информации в условиях колоссального роста ее объема и количества. Рассмотрены преимущества применения указанной технологии в образовательном процессе, отражена необходимость формирования особых умений визуализации учебной информации. Проведен анализ качеств, которые должен иметь современный человек, чтобы стать успешным и востребованным специалистом, построить карьеру в новую, наступившую вслед за информационной эпоху. Показано, что представление учебной информации, реализованное на базе современных технологий визуализации, способствует повышению познавательной активности учащихся, выполняет не только иллюстративную функцию, а приобретает новые качества, существенно расширяет сферу производительного

применения визуализации в учебном процессе, создавая предпосылки для повышения его эффективности и результативности.

Ключевые слова: учебный процесс, технологии визуализации, скрайбинг, профессиональная деятельность учителя, информационно-коммуникационные технологии, фасилитация.

Abstract. Belousova L., Zhiteneva N. Visualization of learning material using technologies of scribing in teachers' professional activities.

The article is devoted to theoretical and practical aspects of the use of technology scribing for visualization of educational material in professional activity of future teacher. Reviewed and analyzed the types scribing, as a technology that is productive for rapid and efficient assimilation of information in a time of tremendous growth in volume and quantity. The main benefit of this technology in the educational process reflects the necessity of formation of special skills of visualization of educational information. The analysis of the qualities that must have a modern person to become a successful and sought-after expert, to build a career in a new, coming after the information age. It is shown that the presentation of educational information, implemented on the basis of modern imaging technology, enhances cognitive activity of students, not only performs an illustrative function, and acquires new qualities, significantly expands the scope of the productive use of visualization in the educational process, creating the preconditions for increasing its efficiency and effectiveness.

Key words: learning process, technologies of visualization, scribing, professional activity of teachers, ICT, facilitation.

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Горбачев В.И. Закономерности проектирования учебных математических теорий в методологии теоретического типа мышления // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 1(7). – С. 49-60.

Gorbachev V.I. Patterns of design of educational mathematical theories in methodology of theoretical type of thinking // Physics and Mathematics Education : scientific journal. – 2016. – Issue 1 (7). – P. 49-60.

УДК 371.24+371.212

В.И. Горбачев
Брянский государственный университет
имени акад. И. Г. Петровского, Россия
enibgu@mail.ru

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПРОЕКТИРОВАНИЯ УЧЕБНЫХ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ТЕОРИЙ В МЕТОДОЛОГИИ ТЕОРЕТИЧЕСКОГО ТИПА МЫШЛЕНИЯ

В историко-математическом плане развитие базовых математических теорий числа, функций, фигур, векторов, числовых предикатов, вероятностей происходит в последовательности закономерных этапов [1, 2]:

- выделения классов абстрактных объектов, их свойств в процессе отражения содержательных свойств реального мира, познавательной, преобразующей человеческой деятельности (содержательно-абстрактный);
- логико-содержательных поиска, доказательства, систематизации абстрактных свойств классов объектов, формирования предмета теории (логико-содержательный);
- системного структурирования в аксиоматическом подходе, во взаимной связи с моделями, другими теориями, в содержании внешнего анализа (методологический).

Методическая адаптация развитой теории, осуществляемая в системе дидактических принципов, закономерностей классической методики обучения, зачастую ограничивается лишь в неполной мере завершенными содержательно-абстрактным и логико-содержательным этапами [3, 4]. Такой «знаниевый» уровень представленности теории субъекту ограничен охватом системы абстрактных классов теории, адекватных свойств, способов исследования, решения, в содержании которых не достигаются критериальные признаки компетентности (представление, рефлексия, самооценка, экспертиза), как правило, формируется эмпирический (рассудочный) тип мышления (В.В. Давыдов [5, 6]).

Субъектное становление учебной математической теории как развивающей среды деятельности учения в системе компетентностных характеристик [10] приводит к закономерности изучения ее методологического этапа – в системно-структурном теоретико-модельном представлении, в методологии присущего этапу теоретического

(разумного) типа мышления с включением рефлексии, самооценки, экспертного оценивания в качестве действий деятельности представительства пространства объектов теории.

Теоретический тип мышления, как категория психолого-дидактической деятельности теории учения (Н.И. Чуприкова [7]), определяет методологию этапа системного структурирования каждой из учебных предметных и, в частности, математических теорий, по этой причине структурирует теоретико-развивающую компетенцию в качестве общепредметной (А.В. Хуторской, Л.Н. Хуторская [8, 9]).

В условиях лишь философского, психолого-педагогического обоснования процесса становления теоретического типа мышления закономерности теории необходимо «переложить и выразить в технологии развертывания учебного материала, в способах формирования понятий у школьников, в средствах организации их собственной мыслительной деятельности» [5, с. 91].

В общепредметном содержании теоретического типа мышления системное структурирование учебных математических теорий осуществляется в существенно иных по отношению к содержательно-абстрактному и логико-содержательному этапам организационно-методических условиях [5, 6, 11]:

- его методологическую основу составляет восхождение от абстрактного к конкретному – выделение в процедуре анализа исходной содержательной абстракции, установление внутренних закономерностей исходной формальной целостности в системном представлении понятий, способов деятельности, целостного представления теории;

- исследование математической теории происходит в форме учебной деятельности – направленной на понятийное выделение и конкретизацию общего метода решения всех задач класса объектов;

- технологической процедурой формирования учебной деятельности выступает учебная задача – задача проектирования на базе закономерностей теории общего способа решения в выделенном подклассе задач в учебных действиях принятия, анализа, моделирования, конкретизации, контроля и оценки;

- развитие субъекта учебной деятельности состоит в сформированности общего способа деятельности во внешнеречевой и внутренней формах, осуществлении обобщения и абстрагирования по внутренним признакам до уровня образования системы понятий в их взаимосвязи, становлении анализа, рефлексии в процедуре возвращения внутреннего плана деятельности.

Выделенные закономерности изучения адаптированных предметных теорий в учебной математической деятельности реализуются в специфически-математической форме их выраженности:

- каждая из теорий числа, функций, фигур, векторов, предикатов, вероятностей характеризуется структурным представлением пространства абстрактных объектов, генетически исходной содержательной абстракцией, процедурой восхождения в системе теоретических закономерностей пространства объектов, образом конкретного в сочетании представлений, теории пространства и базовых видов учебной деятельности;

- учебная деятельность, направленная на становление во внутреннем плане субъекта пространственных представлений (числового пространства, функционального пространства, геометрического пространства, векторного пространства, пространства числовых предикатов, вероятностного пространства) и теории пространства,

структурируется деятельностью представливания и теоретико-пространственной деятельностью, имеющими самостоятельный характер формирования;

- субъектные цели учебной математической деятельности исследования адаптированных математических теорий реализуются в спектрах учебных задач деятельности представливания, учебных задач теоретико-пространственной деятельности, учебных задач интегрального представления теории пространства;

- закономерным результатом учебной математической деятельности выступает «конкретное» – сплав целостных представлений пространства объектов, теоретического обоснования закономерностей пространства в свойствах объектов, операций, отношений на классах объектов, понятийной формы обобщенных способов деятельности в классах задач теории.

Выделяя в теории развивающего обучения в качестве ведущего принцип системной дифференциации и движения от общего к частному, Н.И. Чуприкова [7] в качестве единственной цели обучения выдвигает формирование сложных упорядоченных иерархически организованных структур репрезентации знаний, равнозначное, тождественное умственному психическому развитию. Содержание репрезентативных структур знания в каждой из адаптированных учебных математических теорий при этом определяется системной взаимосвязью деятельности представливания (И.С. Якиманская [12], Г.Д. Глейзер [14]) и теоретико-пространственной деятельности (А.Н. Колмогоров, И.М. Яглом [1]): «Поскольку в этих структурах должны быть представлены все элементы знаний, все их отношения, способы получения и изменения, все уровни их обобщения и абстракции, они в развитом виде должны вмещать в себя, содержать в себе и знания, и умения и навыки, и способности, и мыслительные операции, и общее мировоззрение» [7, с.19-20].

Взаимная связь деятельности представливания и теоретико-пространственной деятельности в исследовании учебных математических теорий выражается в закономерностях методологического плана.

Во-первых, общей закономерностью учебной математической деятельности выступает процесс интериоризации, первоначальной формой которой является выполнение учебных действий во внешне представленных объектах. «Овладение мыслительными действиями, - писал А.Н. Леонтьев, - лежащими в основе присвоения, «наследования» индивидом выработанных человечеством знаний, понятий необходимо требует перехода субъекта от развернутых вовне действий к действиям в вербальном плане и, наконец, постепенной интериоризации последних, в результате чего они приобретают характер свернутых умственных актов» [5, с.149].

Во-вторых, в методологии элементарной математики «развитие пространственных представлений должно при этом играть первенствующую роль» [13, с.18-19], т.е. деятельность представливания в рамках определенной теории выступает первостепенной, ведущей. Теоретико-пространственная деятельность, обладая собственной значимостью, обеспечивает целостность интегрального представления пространства объектов теории (понятийного в системе классов объектов, свойств и методов доказательства, классов задач и общих способов решения).

В-третьих, наряду с обоснованием базовых закономерностей свойств определенного математического пространства объектов, теоретико-пространственная деятельность направлена на формирование общенаучных представлений:

- о каждой конкретной теории объектов пространства в процедурах аксиоматизации, абстрактного доказательства, содержательного и логического структурирования, моделирования;

- о базовых компонентах (аксиома, определение, теорема, доказательство, задача, модель) всякой математической теории.

Деятельность представливания (способ формирования пространственных представлений по Г.Д. Глейзеру [14, с. 256] или процесс присвоения, выражающий существенные отношения индивида и общественного опыта по В.В. Давыдову [5, с. 47]), направленная на реализацию мировоззренческой, личностной, общекультурной целей общего математического образования, структурируется:

- репрезентативной деятельностью содержательного абстрагирования и идеализации, воссоздающей во внутреннем субъектном плане образы базовых объектов математического пространства;

- логико-понятийной деятельностью выделения классов идеальных математических объектов, их свойств, взаимных связей, структурного представления пространства;

- модельно-прикладной деятельностью прямого либо опосредованного исследования объектов, явлений, зависимостей реального мира понятийными средствами математического пространства;

- коммуникативной деятельностью становления понятийной, процессуальной математической речи, мышления в описании пространства объектов, его структурных, содержательных закономерностей;

- общекультурной деятельностью описания, оценки понятий, свойств классов объектов, теоретических закономерностей и фактов математического пространства в математической, общенаучной картинах мира.

Зарождаясь, выступая в качестве логико-понятийной среды деятельности представливания, теоретико-пространственная деятельность характеризует теоретическое мышление оперированием не представлениями, а собственно понятиями. Понятийная сущность мышления в содержании теоретико-пространственной деятельности выражена В.В. Давыдовым: «Понятие выступает здесь как такая форма мыслительной деятельности, посредством которой воспроизводятся идеализированный предмет и система его связей, отражающих в своем единстве всеобщность, сущность движения материального объекта. Понятие выступает и как форма отражения материального объекта и как средство его мысленного воспроизведения, построения, т. е. как особое мыслительное действие» [6, с. 63].

Становление общенаучного представления о внутреннем и внешнем содержании учебной математической теории пространства объектов осуществляется в условиях субъектной неразделенности деятельности представливания и теоретико-пространственной деятельности, точнее – в процессе наслоения, последующего развития понятийных образов на чувственно-абстрактные представления. На основе математико-мировоззренческих представлений пространства объектов теоретико-предикатная деятельность проектируется как учебная, в процедуре восхождения от абстрактного к конкретному, в системе имеющих специфическую форму выраженности в каждой из учебных теорий общих для них видов деятельности фундаментального плана:

- логико-содержательного анализа базовых классов пространства объектов, выделения исходной содержательной абстракции, понятийного, аксиоматического структурирования теории в процедуре восхождения;

- системного представления теории пространства в формулировках теорем о свойствах базовых классов объектов и способах их доказательства, в содержании специфических для теории классов задач с обобщенными способами исследования;

- проектирования, реализации последовательности учебных задач деятельности представительства и теоретико-пространственной деятельности, интегрирующих учебную математическую деятельность в содержании теории пространства;

- исследования модельных представлений пространства объектов, конкретных моделей теории, как на этапе построения теории, так и на этапе анализа ее приложений в математико-мировоззренческой деятельности;

- рефлексии учебной деятельности исследования теории пространства математических объектов в анализе базовых понятий и теорем, методов доказательства и общих способов исследования, моделей теории и ее приложений.

Становление, развитие общенаучных представлений о базовых компонентах всякой математической теории осуществляется в процедуре математико-мировоззренческого анализа общих закономерностей и специфических особенностей структур пространств каждой из теорий, фундаментальных понятий, базовых методов исследования (Таблица 1).

Таблица 1

Структурные компоненты теории	Содержательно-абстрактный этап	Логико-содержательный этап	Методологический этап
Пространство объектов теории	Базовые классы абстрактных объектов, свойств в учебной математической деятельности представительства: числа, геометрические фигуры, векторы, функции, уравнения. Формы представления: 1. «Вам хорошо известны натуральные числа: 1,2,3,4,... Если к натуральным числам присоединить число 0 и все целые отрицательные числа, то получится множество целых чисел. Если к множеству целых чисел присоединить все дробные числа, то получится множество рациональных чисел. Если множество рациональных чисел дополнить множеством иррациональных чисел, то вместе они составляют множество действительных чисел». 2. «Геометрической фигурой называется любое множество точек».	Понятийно-определенная система классов абстрактных объектов с единой системой операций, отношений, устанавливаемых в деятельности представительства - процедурах конструирования, доказательства, исследования свойств понятий, их взаимных связей. Формы представления: 1. «Геометрия – наука о свойствах фигур». 2. «Вы изучали алгебраические функции, т.е. функции, заданные аналитическими выражениями, в записи которых использовались алгебраические операции над числами и переменной (сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в степень, извлечение квадратного корня)». 3. «Мы дополнили список свойств функции, которые обычно включают в процедуру чтения графика, новым свойством – периодичностью функции - и выявили геометрическую особенность графика периодической функции».	Выделенные в деятельности представительства в качестве базовых пространство числовых систем, геометрическое пространство, трехмерное евклидово пространство, функциональное пространство, пространство числовых предикатов. Представленные в понятийной форме закономерные свойства и взаимные связи пространства объектов составляют предмет математической теории – аксиоматизируемой либо базирующейся на ранее изученных. В теоретико-пространственной деятельности осуществляется становление логико-содержательной, логико-символической форм представления, доказательства свойств классов объектов, целостного пространства, выделение методов доказательства, исследование моделей теории пространства.

Структурные компоненты теории	Содержательно-абстрактный этап	Логико-содержательный этап	Методологический этап
Аксиома пространства, теории	Утверждение, содержащееся в формулировках основных свойств простейших фигур..., не вызывающее сомнений. Математическое предложение, которое принимается без доказательства в рамках данной теории.	Утверждение о справедливости определенного свойства у бесконечного класса абстрактных объектов. Утверждение, выступающее содержательной основой установления истинности последующих утверждений теории.	Средство формирования образных, логико-содержательных представлений о начальном этапе систематизации, развития теории. Утверждение, к которому сводится процесс установления истинности других утверждений теории. Методологическое средство анализа теории в условиях ее сформированности.
Определение понятия теории	Дать определение чему-либо – значит объяснить, что это такое. Определение понятия – логическая операция, раскрывающая основное содержание понятия или значение термина.	Структурный элемент теории, формирующий ее язык, общее представление теории в процедурах классификации, систематизации. Содержательный элемент схемы «аксиомы – определения - теоремы» построения теории.	Определенная логическая структура, устанавливающая соответствие между классом абстрактных математических объектов и системой абстрактных свойств. Фундаментальное средство формирования интеллектуальных способов исследования теории (анализ, синтез, обобщение, систематизация).
Теорема в пространстве, теории	Утверждение, которое доказывается. Математическое предложение, истинность которого устанавливается с помощью доказательства в рамках данной теории.	Выраженное в системе понятий утверждение о справедливости определенного свойства у бесконечного класса абстрактных объектов пространства. Утверждение, истинность которого устанавливается на основе истинности предыдущих, истинность которого используется для установления истинности последующих утверждений.	Утверждение о взаимной связи класса абстрактных объектов и абстрактных свойств теории пространства, представленное в определенной логической структуре. Утверждение, предполагающее систему содержательных, интеллектуальных действий по установлению логико-содержательной структуры. Средство формирования общих представлений о содержании теории пространства в схеме «аксиомы – определения - теоремы», в схеме «классы объектов - теоремы».

Структурные компоненты теории	Содержательно-абстрактный этап	Логико-содержательный этап	Методологический этап
Доказательство в пространстве, теории	Математический способ установления свойств абстрактных математических объектов. Рассуждение, в котором устанавливается правильность утверждения о свойстве той или иной геометрической фигуры. Доказательство – совокупность логических приемов обоснования истинности какого-либо утверждения с помощью других и связанных с данным суждений.	Система содержательных, интуитивных, логических действий установления истинности конкретных утверждений теории. Последовательность предложений, являющихся либо аксиомами теории, либо истинными предложениями теории, либо построенных из аксиом и истинных предложений на базе содержательных правил построения умозаключений.	Целенаправленный процесс установления истинности предложений теории в системе логико-содержательных, конструктивных средств, обобщения последовательности умозаключений в форме метода доказательства. Процесс становления логически обоснованных рассуждений, построения выводов в содержании теории, развития логико-содержательной математической речи.
Задача в пространстве, теории	Задание по конструированию, вычислению, доказательству, исследованию определенного подкласса, отдельного объекта на базе общих закономерностей класса объектов, пространства объектов в целом.	Способ выделения, поиска свойств класса объектов пространства в процедурах обобщения и конкретизации для установления общего способа решения. Средство анализа приложений теорем, исследования связей понятий в теоретическом представлении пространства.	Базовое средство формирования субъектного представления о взаимной связи свойств пространства, его базовых классов объектов в процедурах систематизации, классификации понятий в интеграции деятельности представительства и теоретико-пространственной деятельности.
Модель теории	Способ наглядного представления теории.	Множество конкретных элементов, на котором: - заданы те же операции и отношения, что и в теории; - аксиомы и теоремы теории являются истинными предложениями.	Конкретное множество: - выступающее наглядной интерпретацией (представлением) теории; - позволяющее представить элементы, операции, отношения теории, установить их свойства; - позволяющее воссоздать абстрактную математическую теорию в содержании аксиоматического подхода, логических методов доказательства; - выступающее способом приложения теории.

Закономерности учебной математической деятельности во взаимной связи деятельности представительства и теоретико-пространственной деятельности в каждой из теорий числа, функций, фигур, векторов, предикатов, вероятностей уточняют, технологизируют концептуальные положения теоретического типа мышления, выступают основой становления представлений базовых адаптированных математических теорий.

Теория числовых систем. Пространство объектов теории составляют классы натуральных, целых, рациональных, действительных чисел, представленные в арифметических, геометрических, алгебраических моделях, их обобщенные образы в аксиоматизируемых абстрактных алгебраических теориях.

Теория каждой из числовых систем на теоретико-множественной основе в абстрактном алгебраическом подходе аксиоматизирует фундаментальные свойства числового пространства, в содержании как общематематических (аналитико-синтетического, от противного, конструктивного), так и пространственно-специфических (индукции, модельной представленности, предельного перехода) методов доказательства устанавливает свойства классов объектов, операций, отношений.

Исходной содержательной абстракцией выступает понятие числа – категория теории числовых систем, конкретизируемая в понятиях натуральных, целых, рациональных, действительных чисел, имеющая разные образы в арифметической, геометрической, алгебраической моделях.

Учебная математическая деятельность в пространстве числовых систем структурируется деятельностью представительства с формирующимся пространственно-числовым типом мышления и теоретико-числовой деятельностью, направленной на систематизацию модельных операторных представлений, понятийное исследование свойств классов объектов, теоретическое обоснование закономерностей расширения числовых систем.

Теория функций. Категория функционального пространства в широком спектре функциональных моделей (пространственно-векторной, пространственно-точечной, пространственно-метрической, векторно-координатной, вероятностной, логической) позволяет установить целостную модельно-теоретическую структуру функций, выделить общую систему понятий, специфическую систему функциональных свойств моделей.

Теория функционального пространства разделяется на общую теорию функций с понятиями-категориями композиции, комбинации, обращения, свойствами конечности-бесконечности, дискретности-непрерывности и теории функциональных моделей в числовом, геометрическом, евклидовом, вероятностном пространствах.

Абстрактное теоретико-множественное понятие функции в содержании характеристических свойств функциональности, определенности выступает исходной содержательной абстракцией, определяющей универсальный метод исследования зависимостей в различных предметных теориях, систематизацию функциональных моделей.

Учебная деятельность направлена на становление теоретико-функционального мышления в интеграции абстрактного аксиоматического описания теории функций и всего спектра модельных функциональных представлений, включая числовые.

Теория геометрических фигур. Геометрическое пространство в совокупности объектов (геометрических фигур) отражает закономерности формы, меры, ориентации, взаимного расположения объектов реального физического пространства, его

фундаментальные свойства (трехмерное евклидово, обладает арифметической моделью, инвариантное относительно преобразований движения, подобия, проектирования) проявляются в системе пространственных, метрических, конструктивных свойств классов геометрических фигур.

Исходной содержательной абстракцией в геометрическом пространстве выступает понятие геометрической фигуры, отражающее многообразие форм объектов физического пространства, формирующее в системе свойств классов геометрических фигур пространственные представления, пространственное геометрическое воображение.

Теория геометрических фигур (евклидова геометрия) в системах аксиом фиксирует пространственные, метрические, проективные свойства геометрического пространства, в теоремах о свойствах классов геометрических фигур, преобразований плоскости, пространства определяет закономерности становления пространственного мышления, в процедурах доказательства, решения задач формирует логический, символический компоненты геометрической деятельности. Деятельность представительства задается схемой «пространство физических моделей – пространство геометрических фигур – свойства геометрического пространства – свойства класса геометрических фигур», ее содержание характеризуется действиями обобщенного способа исследования геометрических фигур. Схема «абстрактное геометрическое пространство – свойства классов геометрических фигур – теория геометрического пространства» определяет состав обобщенных действий теоретико-геометрической деятельности построения евклидовой геометрии.

Теория евклидова пространства. Пространством объектов теории выступает геометрическое пространство, последовательно представленное как трехмерное векторное пространство с векторным методом исследования пространственных свойств геометрических фигур, как трехмерное евклидово пространство с векторно-координатным методом исследования пространственных и метрических свойств геометрических фигур, обладающее арифметической моделью с аналитическим методом исследования свойств геометрических фигур.

Теория евклидова пространства в операторно-векторном представлении задает иную, эквивалентную трактовку геометрического пространства, обосновывает аналитический метод исследования геометрических фигур.

Абстрактное понятие вектора в содержании становящегося структурного представления трехмерного евклидова пространства выступает исходной содержательной абстракцией, определяющей базовые понятия, свойства геометрического пространства, векторную форму аксиоматизации евклидовой геометрии.

Деятельность представительства направлена на векторное построение, исследование геометрического пространства в содержании аналитической формы пространственного мышления. Теоретико-геометрическая деятельность, опосредованная схемой «геометрическое пространство – трехмерное евклидово пространство – теория евклидова пространства», структурируется обобщенными действиями выделения первичных терминов, фиксации аксиом, доказательства базовых теорем евклидова пространства с позиции эквивалентности теорий.

Теория уравнений, неравенств, систем на числовых множествах. Пространство объектов теории составляют определенные стандартными классами функций классы уравнений, неравенств, систем (уравнений, неравенств) вместе с их расширениями на операторно-функциональной основе, образующие пространство предикатов на

числовых множествах с общей системой понятий-категорий, в содержании функционально-аналитического и функционально-графического методов исследования.

Теория уравнений, неравенств, систем, базирующаяся на математических теориях числовых систем, числовых элементарных функций, в целостном содержательно-теоретическом подходе направлена на формирование пространственно-предикатного типа мышления в процессе становления функционально-аналитического и функционально-графического методов исследования как в обобщенной понятийной форме, так и в совокупности конкретных модификаций для каждого из подклассов.

В исследовании пространства числовых предикатов понятие решения уравнения (число, упорядоченная пара, тройка чисел), выступающее базовым средством выделения функционально-определенных равносильных преобразований уравнений, неравенств как основы становления обобщенных способов их решения - генетически исходная содержательная абстракция.

Выделение, исследование широкого спектра разнотипных функционально-определенных классов числовых предикатов с системой характеристических свойств в обобщенно-алгоритмическом и конкретно-эвристическом видах деятельности составляет закономерность деятельности представительства формирующегося пространственно-предикатного типа мышления. Закономерностью теоретико-предикатной деятельности выступает процесс становления функционально-аналитического и функционально-графического методов исследования в обобщенно-теоретической деятельности.

Список использованной литературы

1. Колмогоров А.Н., Яглом И.М. О содержании школьного курса математики // Математика в школе. – 1965. – № 4. – С. 53-61.
2. Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / В.И. Игошин.-2-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2008. – 448 с.
3. Методика обучения геометрии: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений /В.А. Гусев, В.В. Орлов, В.А. Панчишина, Н.С. Подходова, И.М. Смирнова, О.В. Холодная, И.С. Якиманская. – М.: Издательский центр “Академия”, 2003.
4. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для ВУЗов. Под ред. Н.А. Стефановой, Н.С. Подходовой. – М.: Дрофа, 2005.
5. Давыдов В.В. Проблемы развивающего обучения: Опыт теоретического и экспериментального психологического исследования. – М.: Педагогика, 1986. – 240 с.
6. Давыдов В.В. Теория развивающего обучения. – М.: Интор, 1996. – 544 с.
7. Чуприкова Н.И. Умственное развитие и обучение (Психологические основы развивающего обучения). – М.: АО «Столетие», 1994. – 192 с.
8. Хуторской А.В. Определение общепредметного содержания и ключевых компетенций как характеристика нового подхода к конструированию образовательных стандартов // Компетенции в образовании: опыт проектирования. Сб. науч. тр./ Под ред. А.В. Хуторского. – М.: ИНЭК, 2007. – С. 18-20.
9. Хуторской А.В., Хуторская Л.Н. Компетентность как дидактическое понятие: содержание, структура и модели конструирования // Проектирование и организация самостоятельной работы студентов в контексте компетентностного

- подхода: Межвузовский сборник научных трудов. / Под ред. А.А. Орлова. – Тула: Изд-во Тул. гос. пед. ун-та, 2008. – Вып. 1. – С. 117-137.
10. Горбачев В. И. Предметные компетенции общеобразовательного курса математики и их классификация // Материалы международной конференции. – Брянск: РИО БГУ, 2014. – С. 34 -43.
 11. Горбачев В.И., Методология компетентностного подхода в учебной математической деятельности общего образования. Научные основы интеграции национальных образовательных стандартов общего и высшего математического образования (Россия-Беларусь-Украина): Международная коллективная монография / Антоненкова Ю.А. и др. ;под общ. ред. И. Е. Маловой. – Брянск: Изд-во ИП Огнева, 2014. – С. 32-50.
 12. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников. Научн. исслед. ин-т общей и пед. психологии акад. пед. наук СССР. – М.: Педагогика, 1980. – 240 с.
 13. Клейн Ф. Элементарная математика с точки зрения высшей: В 2-х томах. Т. 1. Арифметика, Алгебра, Анализ: Пер. с нем./ Под ред. В.Г. Болтянского. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 432 с.
 14. Глейзер Г.Д. Психолого-математические основы развития пространственных представлений при обучении геометрии // В кн.: Преподавание геометрии в 9-10 классах. – М.: Просвещение, 1980. – С. 253-269.

Анотація. *Горбачев В.І. Закономірності проектування навчальних математичних теорій в методології теоретичного типу мислення.*

У статті викладено загальний підхід до вивчення фундаментальних теорій загальноосвітнього курсу математики в сенсі теоретичного типу мислення по В.В. Давидову. Досліджується задача становлення загальнонаукових уявлень про базові компоненти навчальної математичної теорії. Закономірності теоретичного типу мислення конкретизуються в поданні базових просторів (числового, геометричного, евклидова, функціонального, предикатного), дослідженні теорії просторів. Виділена структура навчальної математичної діяльності в базових теоріях числових систем, функцій, векторів, геометричних фігур, числових предикатів.

Ключові слова: *загальна освіта, теоретичний тип мислення, навчальні математичні теорії, методика розвивального навчання математики*

Горбачев В.И. Закономерности проектирования учебных математических теорий в методологии теоретического типа мышления.

В статье изложен общий подход к изучению базовых теорий общеобразовательного курса математики в содержании теоретического типа мышления по В.В. Давыдову. Исследуется задача становления общенаучных представлений о базовых компонентах учебной математической теории. Закономерности теоретического типа мышления конкретизируются в представлении базовых пространств (числового, геометрического, евклидова, функционального, предикатного), исследовании теории пространств. Выделена структура учебной математической деятельности в базовых теориях числовых систем, функций, векторов, геометрических фигур, числовых предикатов.

Ключевые слова: *общее образование, теоретический тип мышления, учебные математические теории, методика развивающего обучения математике*

Abstract. *Gorbachev V.I. Patterns of design of educational mathematical theories in methodology of theoretical type of thinking.*

The article presents general approach to study core theories of general education mathematics course in content of theoretical type of thinking by V.V. Davydov. The article also analyzes the task of becoming a general scientific ideas about the basic components of educational mathematical theory. Patterns of theoretical type of thinking are specified in content of basic spaces (numeric, geometric, Euclidean, functional, predicate), study of the theory of spaces. Structure of educational mathematical activity is described in basic theories of numeric systems, functions, vectors, geometric shapes, numeric predicates.

Key words: *basic education, theoretical type of thinking, educational mathematical theories, methods of developmental teaching of mathematics.*

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Іванова К.Ю. До питання інтеграції математичної та методико-математичної підготовки майбутніх учителів початкових класів // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 1(7). – С. 61-68.

Ivanova K. On the issue of the integration of mathematical, methodical and mathematics training of prospective primary school teachers // Physics and Mathematics Education : scientific journal. – 2016. – Issue 1 (7). – P. 61-68.

УДК 378.147:373.3.011.3-051:51

К.Ю. Іванова

Черкаський національний університет імені Б. Хмельницького, Україна

ДО ПИТАННЯ ІНТЕГРАЦІЇ МАТЕМАТИЧНОЇ ТА МЕТОДИКО-МАТЕМАТИЧНОЇ ПІДГОТОВКИ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ПОЧАТКОВИХ КЛАСІВ

Постановка проблеми в загальному вигляді та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями. Сучасний світ, який характеризується комп'ютеризацією будь-якої галузі діяльності людини, формує нові взаємовідносини між людиною та знаннями. Ці взаємовідношення день за днем стають все складнішими і вимагають від особистості належного рівня інтелектуального розвитку: уміння розв'язувати складні проблеми, критично ставитися до обставин, порівнювати альтернативні думки, приймати зважені рішення.

Реформування освітньої галузі в Україні спрямоване на підвищення рівня інтелектуального розвитку особистості. У Державній національній програмі «Освіта» (Україна XXI століття) зазначено, що вища освіта спрямована на забезпечення фундаментальної наукової, загальнокультурної, практичної підготовки фахівців, які мають визначати темпи і рівень науково-технічного, економічного та соціально-культурного прогресу, на формування інтелектуального потенціалу нації та всебічний розвиток особистості як найвищої цінності суспільства [3].

Є.О. Лодатко відмічає, що на сучасному етапі розвитку вітчизняної педагогічної думки актуалізоване одне з нагальних завдань – примноження інтелектуальних здобутків, збереження математичних традицій соціуму та усвідомлення педагогами важливості плекання й популяризації вітчизняних культурно-математичних досягнень, активного протистояння тим негативним процесам у вітчизняному освітньому просторі, що призводять до руйнації шкільної математичної освіти та примітивізують математичну підготовку майбутніх учителів [5, с. 69].

Геометрія, як жодний інший шкільний предмет, сприяє інтелектуальному розвитку, формуванню якостей особистості, необхідних людині для повноцінного життя в сучасному суспільстві: ясність і точність думки, критичність мислення, інтуїція, логічне мислення, елементи алгоритмічної культури, просторова уява, здатність до подолання труднощів.

Формування просторового мислення молодших школярів як важливої складової інтелектуального розвитку людини та закладення основ систематичного курсу геометрії починається в початковій школі. Пропедевтичний курс геометрії в початковій школі формує в учнів уявлення та поняття про геометричні фігури на площині, їхні істотні ознаки і властивості; учить розпізнавати геометричні фігури в просторі та їхні елементи, співставляти образи геометричних фігур із навколишніми предметами. Від якості математичної та методико-математично підготовки вчителя початкових класів залежить, чи важко учням буде засвоювати геометричний матеріал у середній та старшій школі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій, у яких започатковано розв'язання проблеми і на які спирається автор, виділення невирішених раніше частин загальної проблеми, котрим присвячується означена стаття. У педагогічній літературі значну увагу приділено інтелектуальному розвитку молодшого школяра. Відмічено, що останнім часом рівень геометричної підготовки молодших школярів знизився. Але дослідження вченими таких питань, як навчання молодших школярів елементам геометрії, формування просторових уявлень, розвиток просторового мислення молодших школярів (А. М. Пишкало, М. М. Волчаста, Л. П. Петрич, О. В. Гармаш, Е. В. Маклаєва, О. М. Кострова, О. В. Знаменська, Г. Ю. Гаркавцева, Л. С. Секретарева, Г. В. Белошиста, О. А. Новікова, В. І. Сутягіна та ін.) та підготовка майбутніх учителів початкових класів до навчання математики молодших школярів (С. О. Скворцова, Г. Б. Шульга, Л. В. Ізотова, Е. В. Маклаєва, Н. В. Аммосова, О. В. Онопрієнко, Г. І. Непомняща та ін.) не вирішили цю проблему. Оскільки сформованість просторової уяви та розвиток просторового мислення молодших школярів залежить від учителя, який сам володіє розвинутою просторовою уявою, уміє проводити аналогію між геометричними тілами та просторовими відношеннями з повсякденним життям, постійно, навчаючи праці, образотворчому мистецтву, реалізує міжпредметні зв'язки. Забезпечити необхідну підготовку майбутнього вчителя початкових класів можливо лише в курсі математики.

Найважливішими проблемами математичної підготовки майбутнього вчителя початкових класів є помітне зниження зацікавленості до вивчення математики та зменшення годин, які виділяються на її вивчення. Розв'язанням цієї проблеми, на думку дослідників, виступає інтеграційне вивчення математики та методики початкового курсу математики, яке сприятиме більш глибокому усвідомленню матеріалу. Інтеграція (від лат. «повний, цілісний») трактується як створення нового цілого на основі виявлення однотипних елементів і частин із кількох раніше розрізнених одиниць (навчальних предметів, видів діяльності тощо). Інтеграція ж навчальних дисциплін трактується як процес взаємопроникнення наук, *не розчинення одне в одному, а об'єднання в єдине ціле раніше ізольованих частин*, унаслідок якого основні компоненти дисциплін синтезуються в цілісну систему, що дозволить усунути дублювання навчального матеріалу.

Метою статті є розкриття негативних впливів спільного вивчення дисциплін «Математика» та «Методика навчання освітньої галузі «Математика» на математичну підготовку майбутнього вчителя початкових класів.

Виклад основного матеріалу. Зважаючи на низький рівень знань молодших школярів із геометрії в початковому кусі математики, говорити про інтеграційну методико-математичну підготовку майбутніх учителів початкових класів наразі неможливо.

Вивчення математики на факультеті підготовки вчителів початкових класів відіграє фундаментальну роль як в плані формування певного рівня математичної культури, так і в плані формування наукового світогляду.

Але для сучасної професійної підготовки майбутнього вчителя початкової школи характерна тенденція зменшення годин, які відводяться на вивчення математики, яка пояснюється тим, що для ефективної роботи в школі майбутньому педагогу необхідна методико-математична підготовка. Це зумовлено відсутністю єдиного підходу до визначення місця математики в професійній підготовці вчителя початкових класів та її змісту, який відповідав би специфіці спеціальності 013 «Початкова освіта».

Думки вчених із питання інтеграції вивчення курсів математики та методики викладання освітньої галузі «Математика» майбутніми вчителями початкових класів розділилися надвоє. Л. О. Янкін, С. Є. Царьова, А.Л. Чекин О. О. Борзенкова, Н.А. Глузман, Л.В. Товарниченко, О.Г. Мордкович пропонують поєднати математичну та методико-математичну підготовку вважаючи, що таке вивчення математики (в інтегрованому курсі) йде більш осмислено та мотивовано. Із іншого боку А. М. Пишкало, Є. О. Лодатко, Л. П. Ануфрієва, О. В. Шереметьєва вважають, що слід не лише залишити самостійним курс математики, але й посилити зміст геометричної частини у вигляді самостійного курсу.

Питання інтеграційного вивчення курсів математики та методики її викладання хвилювало дослідників ще 30 років тому. Тоді цей процес інтеграції називався принципом бінарності, який увів О.Г. Мордкович. Дослідник зазначає, що однією з неодмінних умов професійно-педагогічної спрямованості математичної підготовки є організація побудови математичної дисципліни в педагогічному ВНЗ на основі об'єднання загальнонаукової та методичної лінії. Цей принцип забезпечує не лише досягнення широкого кругозору в математиці під час її вивчення студентами факультету підготовки вчителів початкових класів, певного рівня математичної культури, але і знайомство з методами викладу початкового курсу математики.

С. Є. Царьова вважає, що в інтегрованому курсі методичні підходи легко конструюються й обґрунтовуються як з позицій психології та педагогіки, так і з позицій сутності математичного знання, логіки змістовних зв'язків між математичними поняттями, що особливо важливо для вчителя початкової школи. В ізольованих курсах математики і методики створити умови для цього важче. Одна з причин цієї проблеми – тимчасова розірваність розгляду відповідних питань. Будь-яке питання математики обов'язково проектується на психологічні особливості студентів та учнів початкової школи, на педагогічні, методичні проблеми, питання і положення, а методичні питання – на математичні [9, с. 114].

О. О. Борзенкова, досліджуючи формування методико-математичної компетентності майбутнього вчителя початкових класів, вважає, що необхідність інтеграції методико-математичних дисциплін у професійній підготовці майбутнього вчителя початкових класів є однією з умов ефективності формування його професійної компетентності [2].

Притримується думки про необхідність інтегрованої методико-математичної підготовки Л.О. Янкін. Науковець вважає, що зацікавленість до предмета, усвідомлення його важливості та ролі в організації початкового навчання математики виникає, якщо студент бачить можливість (і необхідність) реалізації в методичній практиці досліджуваних теоретичних (математичних) знань. У зв'язку з цим при навчанні математики майбутніх учителів початкових класів необхідно висвітлювати питання практичного застосування теоретичних положень математики вищої школи в

методиці початкової математичної освіти. Тут мають місце спадкоємні зв'язки системи знань, отриманих у ВНЗ із тими знаннями, які складають базу для викладання математики в початкових класах. Для встановлення вказаної послідовності доцільно систематично зіставляти визначення понять курсу математики вищої школи з трактуванням відповідних шкільних формулювань [11].

Л.В.Товарниченко відмічає, що навчальна діяльність майбутнього вчителя початкових класів у процесі вивчення курсу математики спрямована не лише на засвоєння математичного змісту, а й на його подальше продуктивне використання у своїй професійній діяльності. Це, на думку дослідниці, зумовлено тим, що на відміну від учителя-предметника, професійна діяльність учителя початкових класів універсальна. Йому доводиться опановувати різними спеціальними навчальними предметами: математикою, російською мовою, природознавством та іншими. Авторка зауважує, що мова не йде про фундаментальну підготовку та дієві знання, межі, яких далеко виходять за рамки шкільного курсу, по відношенню до кожного з названих предметів. Скоріше йдеться про той необхідний мінімум знань, який забезпечить успішну роботу вчителя початкових класів. Тільки володіючи математичними знаннями вчитель зможе грамотно організувати їхнє вивчення, установити взаємозв'язок між ними, побачити перспективу вивчення того чи іншого питання, освітні та розвивальні функції тієї чи іншої математичної вправи. Дослідниця, визначаючи принципи організації навчальної діяльності студентів в курсі «Математика» на факультеті підготовки вчителів початкових класів, наголошує, що згідно з принципом гуманітаризації специфіка професійної діяльності майбутнього вчителя початкових класів (викладання кількох предметів) не дозволяє орієнтувати курс математики у ВНЗ на власне математичну освіту у вузькому сенсі слова. Це скоріше вузько професійна освіта, тобто не студент для математики, а математика для майбутньої професійної діяльності студента [8, с. 26, 33, 41–42].

Переважаюча частина досліджень, які виступають за інтеграцію математичного та методико-математичного курсів лише зменшують роль математичної підготовки майбутнього вчителя початкової школи, що суперечить вимогам сучасного суспільства до якісного розвитку інтелекту, просторової уяви та просторового мислення випускника початкової школи, яке повністю залежить від математичної освіти та культури вчителя.

Є.О.Лодатко доцільно зауважує, що курс «Методика викладання математики» вимагає від студента – майбутнього вчителя – насамперед ґрунтовних математичних знань на рівні вільного оперування ними, бачення змістово-логічних зв'язків між поняттями, твердженнями та процедурами (алгоритмами) [5, с. 132–133].

Математична підготовка майбутнього вчителя початкової школи являє собою систему знань і переконань, які визначають його погляди на роль математики в сучасному світі та її вплив на інтелектуальний розвиток молодших школярів, на сутність математичних методів пізнання дійсності й рівень математичної компетентності, необхідний у майбутній професійній діяльності. Завдання ж методико-математичної підготовки – не натаскування студентів на викладання освітньої галузі «Математика» в початковій школі, а підведення їх до глибокого розуміння того, що математична освіта є не лише частиною науки математики, а й феноменом загальнолюдської культури. Вона є відбиттям історії розвитку людської думки.

Спільне вивчення курсу математики з курсом методики її викладання в початкових класах не вирішує проблему невідповідності рівня як математичної, так і методико-математичної підготовки майбутніх учителів початкових класів вимогам сучасності. Це пояснюється, по перше, відмінністю цілей указаних підготовок та

специфікою загальної професійної підготовки, по-друге, ураховуючи низький рівень шкільної математичної освіти, студенти не лише не побачать професійної спрямованості вивчення математики, а й одночасне вивчення математичного та методико-математичного матеріалу призведе до ще більшої плутанини в знаннях, які вони отримуватимуть. Перш ніж навчати студента, «як навчати» молодших школярів початковому курсу математики, треба на високому рівні навчити його «чому навчати», і ці етапи не можна не поєднувати, не міняти місцями, не зменшувати вартості жодного з них.

Завданням удосконалення та модернізації математичної освіти має стати не інтеграція математичних та методичних курсів, а реалізація прикладної спрямованості змісту математики – реалізація міжпредметних зв'язків математики, інформатики, образотворчого мистецтва та праці.

Ми погоджуємося з думкою таких вчених, як А. М. Пишкало, Є. О. Лодатко, Л. П. Ануфрієва, О. В. Шереметьєва про те, що вивчення окремо курсу математики й посилення змісту геометричної частини необхідно майбутньому вчителю початкових класів для забезпечення на високому рівні математичної підготовки учнів.

А.М. Пишкало наголошує на важливості саме математичної підготовки майбутнього вчителя початкових класів перед методичною його підготовкою. Він зазначає, що справа не лише в тому, що в початкових класах закладаються основи таких важливих понять, як «число» та «величина», відбувається ознайомлення з елементами буквеної символіки й геометрії, розвиваються логічні вміння, але й в тому, що багато математичних понять молодші школярі використовують без строгих визначень, а в багатьох випадках й неявно. Це висуває особливі вимоги до математичної підготовки вчителя початкових класів [6, с. 3].

Є. О. Лодатко зауважує, що на тлі тематичного розмаїття розділів (навчальних модулів) курсу математики, ми маємо обмеженість ресурсу навчального часу для забезпечення якісної математичної підготовки при відверто низькому рівні математичних знань студентів першого-другого курсів, які мають намір отримати спеціальність вчителя початкових класів. Починаючи з третього курсу, студенти, як правило, перестають вивчати математику (і займатися нею) взагалі і до закінчення університету успішно забувають більшість із того, що їм доводилося свого часу чути і намагатися запам'ятовувати. Це, безсумнівно, створює серйозні перешкоди в методичній підготовці майбутніх учителів, бо курс методики викладання математики вимагає від майбутнього вчителя, насамперед, ґрунтовних математичних знань на рівні вільного оперування ними, бачення змістовно-логічних зв'язків між поняттями, твердженнями і процедурами (алгоритмами). Якщо ж студент цього не досяг, то в кращому випадку методика викладання математики для нього здасться збіркою «кулінарних рецептів», а не як структурована і систематизована галузь знань [4, с. 112].

Л.П. Ануфрієва відмічає, що геометричні знання переважної частини випускників факультету підготовки вчителів початкових класів не досягають необхідного рівня для успішного навчання елементів геометрії молодших школярів. Дослідниця зауважує, що цю задачу не вирішує ані курс математики, ані курс методики. Методична підготовка майбутнього вчителя до навчання геометрії молодших школярів ще не досягає необхідного теоретичного й ідейного рівня, бо немає наступності між його математичною та методичною підготовкою [1, с. 59–60].

Не можна не погодитись з І. Ф. Шаригінім, який вважає, що людина, яка отримала хорошу фундаментальну освіту, набагато швидше пристосовується до умов сучасного життя, зуміє знайти в ньому своє місце, ніж та, що поверхнево

познайомилася з численними сучасними предметами. Володіння ж геометричним методом дуже корисно сучасній людині, бо дозволяє їй швидко і наочно зрозуміти суть складного явища, дати йому якісну інтерпретацію [10].

Л.П. Стойлова відмічає, що «...успішне розв'язання задачі розвитку молодших школярів засобами навчального предмета «Математика» вимагає від учителя глибоких математичних знань та розуміння місця математики у вивченні навколишнього світу.... Для підготовки вчителя до розв'язання завдань розвитку молодших школярів у курсі методики повинен бути інтегрований матеріал математики, психології, педагогіки та інших дисциплін. Отже, зазначені дисципліни повинні бути засвоєні студентами до початку вивчення курсу методики. Проблему взаємозв'язку дисципліни «Математика» з курсом «Методика навчання математики у початкових класах» можна вирішувати, посиливши професійну спрямованість курсу математики. Що стосується курсу методики навчання математики, то при вивченні понять початкового курсу математики, їхніх властивостей, студенти неодмінно звертаються до підручника математики вищої школи» [7, с. 53, 55].

Звісно, не менш особливої уваги в професійній підготовці вчителя початкових класів надано методичній підготовці, адже вона зумовлює вирішення проблеми підвищення якості шкільної математичної освіти. Проте аналіз науково-методичної літератури показав, що дисертаційні дослідження, спрямовані на покращення методико-математичної підготовки майбутніх учителів початкових класів, не вирішили проблем, із якими стикаються здобувачі під час вивчення математики та під час роботи в школі.

Висновок. Проблема інтеграції математичної та методичної підготовки майбутніх учителів початкових класів є надзвичайно складною і неоднозначною. Другорядна роль математичної підготовки майбутнього вчителя початкової школи порушує цілісність його професійної підготовки у ВНЗ та є однією з важливих причин низького рівня математичної підготовки учнів.

Список використаних джерел

1. Ануфриева Л. П. Научно-методические основы геометрической подготовки учителей начальных классов в вузе: дис. ... кандидата пед. наук : 13.00.02 / Ануфриева Лидия Павловна. – М., 1999. – 232 с.
2. Борзенкова О.А. Формирование методико-математической компетентности будущего учителя начальных классов : диссертация ... кандидата педагогических наук : 13.00.08 Самара, 2007. – 255 с., Библиогр. : с. 206
3. Державна національна програма «Освіта» (Україна XXI ст.). – К. Райдуга, 1994.
4. Лодатко Е. А. Школьная геометрия в контексте математической культуры учителя начальных классов / Евгений Александрович Лодатко // Геометрия и геометрическое образование : сб. трудов Междунар. науч. конференции «Геометрия и геометрическое образование в современной средней и высшей школе» (к 70-летию В. А. Гусева). – 22–25 ноября 2012 г. – Тольятти : ТГУ, 2012. – С. 111–114.
5. Лодатко Е. О. Математична культура вчителя початкових класів [Текст] : монографія / Євген Олександрович Лодатко ; за заг. ред. проф. С. Т. Золотухіної. – Рівне–Слов'янськ : Підприємець Маторін Б. І., 2011. – 324 с.
6. Стойлова Л.П., Пышкало А.М. Основы начального курса математики : Учеб. Пособие для учащихся пед. уч-щ по спец. № 2001 «Преподавание в нач. классах общеобразоват. шк.» – М.: Просвещение, 1988. – 320 с.

7. Стойлова Л.П. Математическое образование учителя начальных классов в новых условиях [Текст] / Л. П. Стойлова // Начальная школа. – 2010. – № 3. – С. 53–60.
8. Товарниченко Л. В. Организация учебной деятельности студентов при изучении курса математики на факультете начальных классов как фактор профессиональной подготовки : дис. канд. пед. наук : 13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания (математика) / Товарниченко Людмила Викторовна. – Астрахань, 2002. – 136 с.
9. Царева С. Е. Проблемы подготовки учителей начальных классов к обучению математике в системе педагогического образования современной России. // Успехи современного естествознания. – 2010. – №12. – С. 113–114. Режим доступа : www.rae.ru/use/?section=content&op=show_article&article_id=7785709
10. Шарыгин И. Ф. Нужна ли школе 21-го века Геометрия? // Математическое просвещение. – 2004. – Т. 8. – С. 37–52.
11. Янкина Л.А. Интеграция математической и методической подготовки будущих учителей начальных классов – Режим доступа : http://www.rusnauka.com/3_ANRR_2009Pedagogica/39953.doc.htm

Анотація. Іванова К.Ю. До питання інтеграції математичної та методико-математичної підготовки майбутніх учителів початкових класів.

У статті досліджено питання інтеграційного вивчення дисциплін «Математика» та «Методика навчання математики в початкових класах» на факультеті підготовки вчителів початкових класів. Проаналізовано дослідження вчених щодо інтеграції математичної та методичної підготовки майбутніх учителів початкової школи. З'ясовано, що думки вчених розділились надвоє. Одна група вчених вважає, що спільне вивчення математики та методики навчання математики в початкових класах майбутніми вчителями початкових класів буде більш осмисленим і мотивованим. Інша група вважає, що при інтеграційному вивченні математичного та методичного курсів математичній підготовці майбутнього вчителя початкових класів надано другорядну роль, що є однією з важливих причин низького рівня математичної підготовки учнів.

Інтегроване вивчення курсу «Математика» з курсом методики її викладання в початкових класах не вирішує проблему невідповідності рівня як математичної, так і методико-математичної підготовки майбутніх учителів початкових класів вимогам сучасності, що пояснено відмінністю цілей указаних підготовок та специфікою математичної підготовки.

Ключові слова: математична підготовка, методична підготовка, інтеграція, вчитель початкових класів.

Аннотация. Иванова Е.Ю. К вопросу интеграции математической и методико-математической подготовки будущих учителей начальных классов.

В статье рассмотрен вопрос интеграционного изучения дисциплин «Математика» и «Методика обучения математике в начальных классах» на факультете подготовки учителей начальных классов. Проанализированы исследования ученых относительно интеграции математической и методической подготовки будущих учителей начальной школы. Выяснено, что точки зрения ученых разделились надвое. Одна группа ученых считает, что совместное изучение математики и методики обучения математике в начальных классах будущими учителями начальных классов будет более осмысленным и мотивированным. Другая

группа считает, что при интеграционном изучении математического и методического курсов математической подготовке будущего учителя начальных классов отводится второстепенная роль, что является одной из важных причин низкого уровня математической подготовки учащихся.

Интегрированное изучение курса «Математика» с курсом методики ее преподавания в начальных классах не решает проблему несоответствия уровня как математической, так и методико-математической подготовки будущих учителей начальных классов требованиям современности, что объясняется различием целей указанных подготовок и спецификой математической подготовки.

Ключевые слова: математическая подготовка, методическая подготовка, интеграция, учитель начальных классов.

Abstract. Ivanova K. On the issue of the integration of mathematical, methodical and mathematics training of prospective primary school teachers.

The article deals with the question of the integration studying subjects "Mathematics" and "Methods of teaching mathematics in primary school" at the Primary School Teachers Training Faculty. Scientists' researches on the integration of mathematical and methodical training of prospective primary school teachers are analyzed. It is found that the scientists' points of view are divided into two fields. One group of scientists believes that the integrative study of mathematics and methods of teaching mathematics in primary school by the prospective primary school teachers will be more meaningful and motivated. Another group states that mathematical training of the prospective primary school teachers with the integration study of the mathematical and methodical courses has a secondary role, which is one of the important reason of the low level of students' mathematical training.

The integrated study of the course "Mathematics" with the course of methods of its teaching in primary schools does not solve the problem of the non-compliance level of the mathematical, methodical and mathematics training of the prospective primary school teachers to the modern requirements. It is explained with the difference in the goals of noticed trainings and the specifics of mathematical training.

Key words: mathematical training, methodical training, integration, primary school teacher.

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Кліндухова В.М., Сушко О.С. Про деякі ймовірнісні конструктивні задачі у курсі вищої математики студентів-судноводіїв // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 1(7). – С. 69-79.

Klindukhova V., Sushko A. On some probabilistic constructive tasks in the course of higher mathematics of students skippers // Physics and Mathematics Education : scientific journal. – 2016. – Issue 1 (7). – P. 69-79.

УДК 519.6:629.5.072.8

В.М. Кліндухова

*Київська державна академія водного транспорту
імені гетьмана П. Конашевича-Сагайдачного, Україна*

О.С. Сушко

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, Україна

ПРО ДЕЯКІ ЙМОВІРНІСНІ КОНСТРУКТИВНІ ЗАДАЧІ У КУРСІ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ СТУДЕНТІВ-СУДНОВОДІЇВ

Формування вмінь конструктивної діяльності у студентів вищих морських навчальних закладів є однією із принципових вимог освітньо-кваліфікаційних характеристик та освітньо-професійних програм сучасних спеціалістів. Математична підготовка майбутніх фахівців морської галузі повинна вибудовуватись з урахуванням відповідних змін акцентів як заради якісного формування професійної компетентності студентів, так і заради зниження рівня формалізму навчального матеріалу.

Проблеми удосконалення математичної підготовки студентів різного професійного спрямування розглядалися багатьма науковцями. Необхідність застосування компетентнісного підходу в організації математичної підготовки студентів доводили у своїх роботах Г.Бокарьова, В.Клочко, В.Петрук, С.Раков, В.Шавальова та інші. Загальні питання теорії і практики формування математичної компетентності студентів розроблялися у роботах таких науковців як Б.Гнеденко, Ю.Колягін, Л.Кудрявцев, Н.Ходирева, М.Худякова та інших. Вдосконаленню професійної підготовки плавскладу для морського та річкового транспорту приділена увага у роботах таких фахівців як В.Давидов, Л.Герганов, Ю.Якусевич та інші. Окремі питання удосконалення математичної підготовки майбутніх фахівців морської та річкової галузі розроблялися Ю.Величком, О.Грігор'євою, Т.Джежуль, О.Доброштан, О.Гудиревою, а також авторами статті. Однак цілісної, науково обґрунтованої та експериментально перевіреної методичної системи навчання математики студентів морських вищих навчальних закладів, яка б відповідала і вимогам сучасного суспільства щодо якості вищої освіти і особливостям навчання майбутніх фахівців морської галузі, на сьогодні так і не розроблено. Мета даної статті: зробити певні кроки у цьому напрямку, зокрема навести декілька конкретних задач конструктивного

характеру, які можуть стати цікавими не лише викладачам вищих морських навчальних закладів. Питання щодо доповнення традиційного навчального матеріалу задачами конструктивного характеру анонсувалися нами під час науково-практичних конференцій [4], [5]. Оприлюднені пропозиції теоретичного характеру отримали позитивний відгук колег, що і сприяло нашим подальшим практичним пошукам у цьому напрямі.

Конструктивні вміння розглядаються сучасними дослідниками як складне психологічно-педагогічне утворення, яке включає в себе комплекс інтелектуальних, практичних та контролюючо-оцінювальних компонентів. Вважається, що конструктивна діяльність включає в себе групи аналітичних, діагностичних, прогностичних дій, що спрямовані на пошук розв'язання задачі. Формування конструктивних умінь відбувається під час навчання засобами засвоєння спеціальних знань, а також під час розв'язування конструктивних задач. Розв'язки конструктивних задач часто бувають неоднозначними. Розв'язком конструктивної задачі вважається будь-який сконструйований об'єкт, який задовольняє усім заданим умовам задачі. Мета студента, який розв'язує конструктивну задачу: знайти один із можливих розв'язків, з'ясувати яким чином і при яких умовах можуть бути отримані інші розв'язки (якщо вони є) або показати, що об'єкт із заданими властивостями існувати не може [7], [10].

Коли говорять про конструктивні задачі (у контексті навчання математики), то в основному мають на увазі геометричні задачі. Однак сучасними методистами цей термін тлумачиться більш широко. Зокрема, у дослідженнях С.В.Музиченко під конструктивною задачею розуміють вимогу побудувати вказаними (явно чи неявно) засобами в межах деякої теорії за заданими математичними об'єктами «новий» (щойно створений) математичний об'єкт. Зрозуміло, що новизна побудованого об'єкта носить суб'єктивний характер. У своїх роботах С.В.Музиченко наводить приклади конструктивних задач, а також виділяє наступні їх види [6]:

- на побудову аналітичних об'єктів (виразів, рівностей, нерівностей, тощо);
- на побудову графічних об'єктів (графіків, діаграм, тощо);
- на побудову табличних об'єктів (таблиць відповідностей, логічних таблиць, статистичних таблиць, тощо);
- на побудову текстових об'єктів (текстових задач, опис функцій, тощо)
- інші.

Таке тлумачення дозволяє розглядати конструктивні задачі не лише в геометрії, а і в інших розділах математики, виділяти групи задач, що носять конструктивний характер. Так, в залежності від того до якого математичного розділу відносять шуканий об'єкт, говорять і про відповідну групу конструктивних задач. За такою ознакою можна виділити і ймовірнісні конструктивні задачі, про які і йде мова у даній статті.

Провідна роль ймовірнісно-статистичних методів в дисциплінах циклів природничої, професійної та практичної підготовки студентів напряму підготовки «Морський та річковий транспорт» не потребує доведень і широко висвітлена в спеціальній літературі. Розвиток сучасних технічних засобів судноводіння супроводжується збільшенням обсягів навігаційної інформації. Як наслідок, зростає необхідність обробки та аналізу цієї інформації з метою поліпшення надійності та забезпечення безпеки судноводіння [1], [2], [3]. Особлива увага при цьому приділяється вивченню та врахуванню похибок навігаційних елементів. Вони є випадковими величинами і підпорядковуються, як правило, нормальному або рівномірному розподілу. Тому якісне засвоєння студентами навчального матеріалу, пов'язаного з

неперервними випадковими величинами та їх системами, є важливою, цікавою та непростою задачею.

Акцент саме на конструктивній діяльності студентів є, по-перше, однією із спроб розв'язання цієї задачі, по-друге, вдало вписується у відповідний навчальний матеріал. До відповідних практичних «пошуків» нас спонукають не лише вищенаведені об'єктивні передумови, а й численні питання студентів: яким чином отримують функції розподілу неперервних випадкових величин, які є вихідною умовою майже всіх задач? До подібних питань їх підштовхує власний нещодавній навчальний досвід. Зокрема, під час вивчення дискретних випадкових величин задачі на побудову законів розподілу мали місце достатньо часто:

- задачі на побудову функції розподілу за заданим рядом розподілу ймовірностей;
- задачі на побудову рядів розподілу ймовірностей за текстовим описом стохастичного експерименту, що відбувається;
- задачі на побудову рядів розподілу ймовірностей за відомостями про числові характеристики.

Саме тому під час вивчення неперервних випадкових величин студенти цікавляться технікою побудови (конструювання) інтегральних та диференціальних функції розподілу ймовірностей. Варто зауважити, що задачі конструктивного характеру присутні у відомих посібниках. В основному вони орієнтовані на побудову канонічних розподілів, або на побудову $F(x)$ за $f(x)$ і навпаки. У окремих посібниках автори приділяють чималу увагу конструктивній діяльності студентів під час вивчення навчального матеріалу, пов'язаного із неперервними випадковими величинами, їх системами та функціями [8]. Однак, на нашу думку, не зайвим буде доповнити цей традиційний набір задач. Наведемо приклади задач, математичними об'єктами побудови яких є закони розподілу неперервних випадкових величин.

Задача 1 (Конструювання інтегральної функції розподілу неперервної випадкової величини). Випадкова величина X – абсцисса точки, кинutoї в трикутник з вершинами $(0;0)$, $(6;0)$, $(0;4)$. Побудувати рівняння інтегральної функції розподілу випадкової величини X .

Коментарі до розв'язування задачі: Побудуємо рисунок, який відповідає умові задачі (рис.1). Часто студенти приймають його за графік функції розподілу $F(x)$ або функції щільності розподілу $f(x)$. У таких випадках важливо не лише вказати студентам на хибність їх припущень, а «довести» їм цей факт. Наприклад, використовуючи властивості функцій $F(x)$ та $f(x)$, якій протирічать наші побудови:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1, \text{ натомість для заданої функції } y = g(x): \int_{-\infty}^{+\infty} g(x)dx = 12;$$

$$F(x) - \text{є неспадною функцією, натомість задана функція } y = g(x) - \text{спадає.}$$

Для розв'язування задачі використаємо означення функції розподілу ймовірностей (рис. 2.), а також геометричне означення ймовірності (рис. 3.):

$$F(x) = P(X < x) = \frac{S_{OBEF}}{S_{ABO}} = \frac{S_{OBEF}}{12},$$

$$S_{OBEF} = \frac{EF + BO}{2} \cdot OF = \frac{EF + 4}{2} \cdot OF.$$

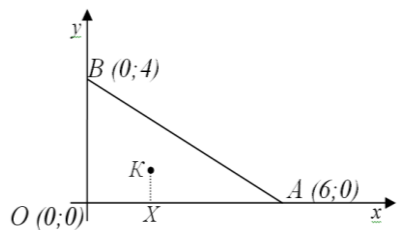


Рис. 1

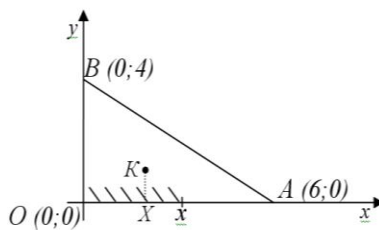


Рис. 2

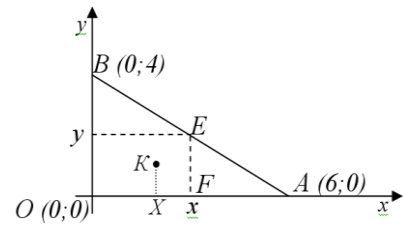


Рис. 3

Позначимо $OF = x$; $EF = y$. Виразимо залежність y від x , побудувавши рівняння прямої AB за двома точками $B(0,4)$ та $A(6,0)$:

$$\frac{x}{6} = \frac{y-4}{-4}, \text{ тоді } y = 4 - \frac{2}{3}x.$$

Знайдемо площу трапеції:

$$S_{OBEF} = \frac{EF + 4}{2} \cdot OF = \frac{y + 4}{2} \cdot x = \frac{4 - \frac{2}{3}x + 4}{2} \cdot x = 4x - \frac{1}{3}x^2.$$

Побудуємо рівняння інтегральну функцію розподілу ймовірностей.

$$F(x) = \frac{S_{OBEF}}{12} = \frac{4x - \frac{1}{3}x^2}{12} = \frac{1}{3}x - \frac{1}{36}x^2.$$

$$\text{Відповідь: } F(x) = \begin{cases} 0, & \text{при } x \leq 0 \\ \frac{1}{3}x - \frac{1}{36}x^2, & \text{при } 0 < x \leq 6 \\ 1, & \text{при } x > 6 \end{cases}$$

Задача 2. (Конструювання диференціальної функції розподілу неперервної випадкової величини). Щільність розподілу випадкової величини X зображено на рисунку 4. Знайдіть параметр a та функцію щільності розподілу.

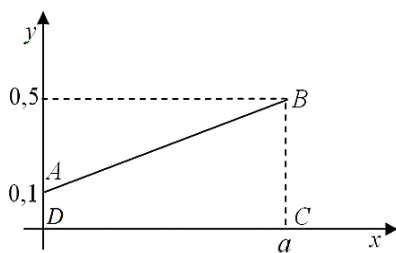


Рис. 4

Коментарі до розв'язування задачі: Наведемо декілька можливих підходів до розв'язання задачі:

- *перший підхід* використовують у своїх міркуваннях більшість студентів: спочатку знаходиться функція, що описує щільність розподілу на проміжку $[0; a]$, а вже потім параметр a ;

- *другий підхід* студенти майже ніколи не пропонують, але на наш погляд, викладачам варто запропонувати його студентам: спочатку знаходиться параметр a , а вже потім функція, що описує щільність розподілу на проміжку $[0; a]$.

Наведемо коротко розв'язання задачі.

Перший підхід. Виконавши візуальний аналіз рисунка, побудуємо аналітичну модель щільності розподілу випадкової величини X :

$$f(x) = \begin{cases} kx + b, & x \in [0; a] \\ 0, & x \notin [0; a] \end{cases}$$

Рівняння прямої, яка описує щільність розподілу можна отримати різними способами або використовуючи рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом або використовуючи рівняння прямої за двома точками $(0; 0,1)$; $(a; 0,5)$:

$$y = \frac{0,4x}{a} + 0,1 \Rightarrow f(x) = \begin{cases} \frac{2}{5a}x + 0,1, x \in [0; a] \\ 0, x \notin [0; a] \end{cases}$$

Користуючись умовою нормування, обчислимо параметр a :

$$\int_0^a \left(\frac{2}{5a}x + 0,1 \right) dx = 1 \Rightarrow a = \frac{10}{3}, \text{ тоді } f(x) = \begin{cases} \frac{3}{25}x + 0,1, x \in \left[0; \frac{10}{3} \right] \\ 0, x \notin \left[0; \frac{10}{3} \right] \end{cases}$$

Другий підхід. За геометричним змістом умови нормування площа трапеції $ABCD$ має дорівнювати 1, тобто:

$$S_{ABCD} = \frac{AD + BC}{2} \cdot DC = 1$$

$$S_{ABCD} = \frac{0,1 + 0,5}{2} \cdot a = 1$$

$$a = \frac{10}{3}$$

Знаючи a побудуємо рівняння прямої, яка описує щільність розподілу, або використовуючи рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом, або використовуючи рівняння прямої за двома точками $(0; 0,1); \left(\frac{10}{3}; 0,5 \right)$:

$$y = 0,12x + 0,1, \text{ тоді } f(x) = \begin{cases} 0,12x + 0,1, x \in \left[0; \frac{10}{3} \right] \\ 0, x \notin \left[0; \frac{10}{3} \right] \end{cases}$$

$$\text{Відповідь: } f(x) = \begin{cases} 0,12x + 0,1, x \in \left[0; \frac{10}{3} \right] \\ 0, x \notin \left[0; \frac{10}{3} \right] \end{cases}$$

Задача 3 (Конструювання диференціальної функції розподілу системи незалежних неперервних випадкових величин). Металевий стержень довжиною l кидають на площину, на якій на відстані L один від одного проведено паралельні лінії. Визначити ймовірність перетину стержнем однієї з ліній, якщо $l < L$ (аналог задачі Бюффона).

Коментарі до розв'язування задачі: Побудуємо рисунок, який відповідає умові задачі (рис. 5).

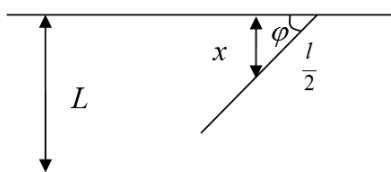


Рис. 5

Введемо систему випадкових величин (X, φ) , де X — відстань від середини стержня до найближчої лінії, а φ — гострий кут між стержнем і лінією (рис. 5). Очевидно, що X може з однаковою ймовірністю приймати значення від 0 до $\frac{L}{2}$, тобто щільність рівномірного розподілу неперервної X випадкової величини матиме вигляд:

$$f_1(X) = \begin{cases} 0, & \text{при } X \notin \left[0; \frac{L}{2}\right], \\ \frac{1}{\frac{L}{2} - 0}, & \text{при } X \in \left[0; \frac{L}{2}\right] \end{cases} = \begin{cases} 0, & \text{при } X \notin \left[0; \frac{L}{2}\right], \\ \frac{2}{L}, & \text{при } X \in \left[0; \frac{L}{2}\right]. \end{cases}$$

Аналогічно, φ може з однаковою ймовірністю приймати значення від 0 до $\frac{\pi}{2}$, тобто щільність рівномірного розподілу неперервної φ випадкової величини матиме вигляд:

$$f_2(\varphi) = \begin{cases} 0, & \text{при } \varphi \notin \left[0; \frac{\pi}{2}\right], \\ \frac{1}{\frac{\pi}{2} - 0}, & \text{при } \varphi \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right] \end{cases} = \begin{cases} 0, & \text{при } \varphi \notin \left[0; \frac{\pi}{2}\right], \\ \frac{2}{\pi}, & \text{при } \varphi \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]. \end{cases}$$

X і φ – незалежні неперервні випадкові величини, тому для них справедливою є рівність:

$$f(X, \varphi) = f_1(X) \cdot f_2(\varphi) = \frac{2}{L} \cdot \frac{2}{\pi} = \frac{4}{L\pi}, \text{ при } 0 \leq X \leq \frac{L}{2}, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}.$$

Важливо звернути особливу увагу студентів на те, що якщо випадкові величини залежні, то для знаходження закону розподілу системи випадкових величин недостатньо знати закони розподілу кожної з них [8].

Перетин стержнем однією із ліній відбувається при заданому φ , якщо $0 \leq X \leq \frac{l}{2} \sin \varphi$ (рис. 5). Звідси

$$P(A) = P((X, \varphi) \in D) = \iint_D f(X, \varphi) dx d\varphi, D = \left\{ (x; \varphi) : 0 \leq X \leq \frac{l}{2} \sin \varphi; 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2} \right\}$$

$$P(A) = \iint_D \frac{4}{L\pi} dx d\varphi = \frac{4}{L\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\varphi \int_0^{\frac{l \sin \varphi}{2}} dx = \frac{4}{L\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \Big|_0^{\frac{l \sin \varphi}{2}} d\varphi = \frac{4}{L\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{l \sin \varphi}{2} d\varphi = \frac{2l}{L\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin \varphi d\varphi = \frac{2l}{L\pi}.$$

Відповідь: $P(A) = \frac{2l}{L\pi}$

Задача 4 (Конструювання інтегральної та диференціальної функцій розподілу функції двох випадкових аргументів). Положення випадкової точки з координатами (X, Y) рівноймовірно всередині квадрата, сторона якого 1, а центр співпадає з початком координат. Визначити інтегральну та диференціальну функції розподілу ймовірностей випадкової величини $Z = XY$.

Коментарі до розв'язування задачі: Розглянемо такі два випадки:

а) $0 < z < \frac{1}{4}$ та б) $-\frac{1}{4} < z < 0$.

Для обраних двох випадків побудуємо на площині гіперболи [10]. На рис. 6а,б у заштрихованій області виконується умова $Z < z$.

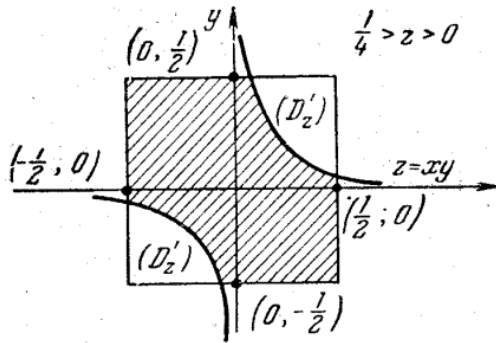


Рис. 6а

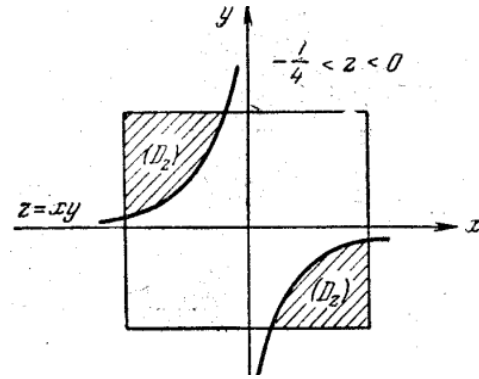


Рис. 6б

Побудуємо функцію розподілу випадкової величини Z :

$$\text{при } z \leq -\frac{1}{4} \quad F(z) = P(Z < z) = 0,$$

$$\text{при } -\frac{1}{4} < z \leq 0 \quad F(z) = 2 \cdot S_{D_z} = 2 \iint_{D_z} dx dy, \quad (\text{де } S_{D_z} - \text{площа області } D_z).$$

Область D_z визначена нерівностями (рис. 6б):

$$-\frac{1}{2} \leq x \leq x^*, \quad \text{де } x^* = \frac{z}{y}$$

$$y^* \leq y \leq \frac{1}{2}, \quad \text{де } y^* = \frac{z}{x} = \frac{z}{-\frac{1}{2}} = -2z, \quad \text{таким чином}$$

$$\begin{aligned} F(z) &= 2 \int_{-2z}^{\frac{1}{2}} dy \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{z}{y}} dx = 2 \left[\int_{-2z}^{\frac{1}{2}} \left(x \left| \frac{z}{y} \right| \right) dy \right] = 2 \left[\int_{-2z}^{\frac{1}{2}} \left(\frac{z}{y} + \frac{1}{2} \right) dy \right] = 2 \left[\left(z \ln|y| + \frac{1}{2} y \right) \right]_{-2z}^{\frac{1}{2}} = \\ &= 2 \left[\left(z \ln \left| \frac{1}{2} \right| + \frac{1}{4} \right) - (z \ln|-2z| - z) \right] = \frac{1}{2} + 2z - 2z \ln|-4z| = \frac{1}{2} + 2z - 2z \ln(-4z) \end{aligned}$$

$$\text{при } 0 < z \leq \frac{1}{4}$$

$$F(z) = P(Z < z) = 1 - P(Z > z) = 1 - 2 \cdot S_{D'_z} = 1 - 2 \iint_{D'_z} dx dy, \quad (\text{де } S_{D'_z} - \text{площа області } D'_z).$$

Область D'_z визначена нерівностями (рис. 6а):

$$x^* \leq x \leq \frac{1}{2}, \quad \text{де } x^* = \frac{z}{y}$$

$$y^* \leq y \leq \frac{1}{2}, \quad \text{де } y^* = \frac{z}{x} = \frac{z}{\frac{1}{2}} = 2z, \quad \text{таким чином}$$

$$\begin{aligned} F(z) &= 1 - 2 \int_{2z}^{\frac{1}{2}} dy \int_{\frac{z}{y}}^{\frac{1}{2}} dx = 1 - 2 \left[\int_{2z}^{\frac{1}{2}} \left(x \left| \frac{1}{y} \right| \right) dy \right] = 1 - 2 \left[\int_{2z}^{\frac{1}{2}} \left(\frac{1}{2} - \frac{z}{y} \right) dy \right] = 1 - 2 \left[\left(\frac{1}{2} y - z \ln|y| \right) \right]_{2z}^{\frac{1}{2}} = \\ &= 1 - 2 \left[\left(\frac{1}{4} - z \ln \left| \frac{1}{2} \right| \right) - (z - z \ln|2z|) \right] = 1 - 2 \left[\frac{1}{4} + z \ln 2 - z + z \ln|2z| \right] = 1 - 2 \left[\frac{1}{4} - z + z \ln|4z| \right] = \\ &= 1 - \frac{1}{2} + 2z - 2z \ln|4z| = \frac{1}{2} + 2z - 2z \ln(4z) \end{aligned}$$

при $z > \frac{1}{4}$ $F(z) = P(Z < z) = 1$.

Таким чином інтегральна функція розподілу випадкової величини Z матиме вигляд:

$$F(z) = \begin{cases} 0, & \text{при } z \leq -\frac{1}{4}, \\ \frac{1}{2} + 2z - 2z \ln(-4z), & \text{при } -\frac{1}{4} < z \leq 0, \\ \frac{1}{2} + 2z - 2z \ln 4z, & \text{при } 0 < z \leq \frac{1}{4}, \\ 1, & \text{при } z > \frac{1}{4} \end{cases}$$

Диференціюючи отримані вирази по змінній z отримаємо диференціальну функцію розподілу випадкової величини Z :

$$f(z) = \frac{d}{dz} F(z) = \begin{cases} 0, & \text{при } z \leq -\frac{1}{4}, \\ -2 \ln(-4z), & \text{при } -\frac{1}{4} < z \leq 0, \\ -2z \ln 4z, & \text{при } 0 < z < \frac{1}{4}, \\ 0, & \text{при } z \geq \frac{1}{4} \end{cases}$$

Відповідь:

$$F(z) = \begin{cases} 0, & \text{при } z \leq -\frac{1}{4}, \\ \frac{1}{2} + 2z - 2z \ln(-4z), & \text{при } -\frac{1}{4} < z \leq 0, \\ \frac{1}{2} + 2z - 2z \ln 4z, & \text{при } 0 < z \leq \frac{1}{4}, \\ 1, & \text{при } z > \frac{1}{4} \end{cases} \quad f(z) = \frac{d}{dz} F(z) = \begin{cases} 0, & \text{при } z \leq -\frac{1}{4}, \\ -2 \ln(-4z), & \text{при } -\frac{1}{4} < z \leq 0, \\ -2z \ln 4z, & \text{при } 0 < z < \frac{1}{4}, \\ 0, & \text{при } z \geq \frac{1}{4} \end{cases}$$

Конструктивні задачі є вдалою моделлю навчання студентів прийомом продуктивної розумової діяльності. Вони не заміщають, а лише доповнюють традиційну систему задач. Конструктивні задачі можуть бути запропоновані в межах будь-якої теми. Їх доцільне «вплітання» в навчальну діяльність впливає на розвиток творчих здібностей студентів. Розв'язування конструктивних задач сприяє формуванню у студентів більш цілісних та повних уявлень про математичні об'єкти, які вони вибудовують, а також попереджають виникнення помилкових суджень. Конструювання дозволяє зменшити певну ступінь формалізму у математичних знаннях студентів. Під час розв'язування конструктивних задач у студентів формуються навички самоконтролю, «відшліфовується» інформаційна та графічна культура, відбувається розуміння та сприйняття теоретичного матеріалу на якісно новому рівні. Активізується пізнавальна діяльність студентів, розвивається образне мислення, математична інтуїція, математична пам'ять. Формуються уміння встановлювати причинно наслідкові зв'язки, висувати гіпотези та перевіряти їх, робити узагальнення. Як свідчить практика, змінюється і емоційний стан студентів. Вони опиняються в ролі автора-створювача деякої конструкції у вигляді математичного об'єкта. І якщо виявляється, що кінцевий результат їх діяльності вибудовано правильно, то студенти сприймають це як особистий успіх. У свою чергу психологія успіху позитивно впливає на упевненість в своїх силах, на

відчуття відповідальності як під час вивчення математичних дисциплін, так і під час формування професійної готовності майбутніх фахівців морської та річкової галузі.

Список використаних джерел

1. Галузевий стандарт вищої освіти України. Освітньо-професійна програма підготовки бакалавра. Галузь знань 0701 «Транспорт і транспортна інфраструктура». Напрямок підготовки 6.070104 «Морський та річковий транспорт». – К., 2012. – 24 с.
2. Груздев Н.М. Математическая обработка и анализ навигационной информации. – М.: Воениздат, 1979. – 222 с.
3. Дмитриев С.П. Информационная надежность, контроль и диагностика навигационных систем / Дмитриев С.П., Колесов Н.В., Осипов А.В. – СПб: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2004. – 208 с.
4. Кліндухова В.М. Роль ймовірнісних конструктивних задач у математичній підготовці студентів морської галузі // Всеукраїнська науково-практична конференція «Особистісно орієнтоване навчання математики: сьогодення і перспективи». – 16-20 жовтня 2013. – Полтава. – 2013. – С. 191-192.
5. Кліндухова В.Н., Ляшко О.В., Вялая Ю.Э. Вероятностные конструктивные задачи в математической подготовке студентов-судоводителей // Сборник научных работ, представленных на международную научную конференцию «67-е Герценовские чтения: Проблемы теории и практики обучения математики». – Санкт-Петербург, 2014. – С.102-106.
6. Музиченко С.В. Конструктивні задачі як засіб розвитку творчого мислення у процесі навчання алгебри: дис... канд. пед. наук: 13.00.02 / Національний педагогічний ун-т ім.М.П.Драгоманова. – К., 2005.
7. Музиченко С.В. Конструктивні задачі як засіб діагностики високого рівня математичних знань // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний збірник наукових робіт. – Вип. 17. – Донецьк: ТЕАН, 2002. – С.32-39.
8. Практикум з теорії ймовірностей та математичної статистики: Навч. посіб. для студ. вищ. навч. закл. / Р.К.Чорней, О.Ю.Дюженкова, О.Б.Жильцов та ін.; За ред. Р.К.Чорнея. – К.: МАУП, 2003. – 328 с.
9. Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций / Под ред. А.А. Свешникова. – М., 1970. – 618 с.
10. Торбіна Т.В., Циганкова К.Р. Конструктивізм та особистісно-орієнтований підхід у процесі професійної підготовки майбутніх фахівців // Наукові праці Вищого навчального закладу «Донецький національний технічний університет». – Серія: «Педагогіка, психологія і соціологія». – Донецьк, 2011. – № 10. – С. 108-112.

Анотація. Кліндухова В.М., Сушко О.С. Про деякі ймовірнісні конструктивні задачі у курсі вищої математики студентів-судноводіїв.

Стаття присвячена проблемі вдосконалення математичної підготовки студентів напряму підготовки «морський та річковий транспорт». В роботі обґрунтовано необхідність та можливість використання ймовірнісно-статистичних методів під час навчання вищої математики студентами-судноводіями. Зокрема, на прикладі декількох конкретних задач конструктивного характеру, які можуть стати цікавими не лише викладачам вищих морських навчальних закладів, розроблено та запропоновано методичні рекомендації щодо їх впровадження в навчальний процес. Проаналізовано різні тлумачення поняття «конструктивна задача», основні вимоги до побудови конструктивних задач,

теоретично обґрунтовано доцільність їх використання при вивченні вищої математики студентами зазначеного напрямку підготовки.

За основу взято приклади задач, математичними об'єктами побудови яких є закони розподілу неперервних випадкових величин, а саме: задачі на конструювання диференціальної та інтегральної функцій розподілу неперервної випадкової величини і диференціальної та інтегральної функцій розподілу системи неперервних випадкових величин.

Впровадження результатів дослідження засвідчило, що застосування конструктивного підходу при розв'язанні задач ймовірно-статистичного характеру та розроблених відповідних методичних рекомендацій щодо навчання вищої математики студентів напрямку підготовки «морський та річковий транспорт», забезпечує прикладну спрямованість навчання, формування професійних компетентностей.

Ключові слова: вища математика, конструктивна задача, компетентність, ймовірно-статистичні методи.

Аннотация. Клиндухова В.Н., Сушко А.С. О некоторых вероятностных конструктивных задачах в курсе высшей математики студентов-судоводителей.

Статья посвящена проблеме усовершенствования математической подготовки студентов направления подготовки «морской и речной транспорт». В работе обоснованы необходимость и возможность использования вероятностно-статистических методов во время обучения высшей математики студентами-судоводителями. В частности, на примере нескольких конкретных задач конструктивного характера, которые могут стать интересными не только преподавателям высших морских учебных заведений, разработаны и предложены методические рекомендации по их внедрению в учебный процесс. Проанализированы различные толкования понятия «конструктивная задача», основные требования к построению конструктивных задач, теоретически обоснована целесообразность их использования при изучении высшей математики студентами указанного направления подготовки.

За основу взяты примеры задач, математическими объектами построения которых являются законы распределения непрерывных случайных величин, а именно: задачи на конструирование дифференциальной и интегральной функций распределения непрерывной случайной величины и дифференциальной и интегральной функций распределения системы непрерывных случайных величин.

Внедрение результатов исследования показали, что применение конструктивного подхода при решении задач вероятностно-статистического характера и разработанных соответствующих методических рекомендаций по обучению высшей математике студентов направления подготовки «морской и речной транспорт», обеспечивает прикладную направленность обучения, формирование профессиональных компетентностей.

Ключевые слова: высшая математика, конструктивная задача, компетентность, вероятностно-статистические методы.

Abstract. Klindukhova V., Sushko A. On some probabilistic constructive tasks in the course of higher mathematics of students skippers.

The article is devoted to the problem of improvement of students mathematical preparation of the specialty "Maritime". In the work of the necessity and the possibility of

using probabilistic and statistical methods while learning of mathematics students-skipppers. In particular, on the example of several specific problems of constructive character, which may be of interest not only to teachers of the higher marine education institutions, has developed and proposed guidelines for their implementation in the educational process. Analyzed different interpretations of the concept of "constructive challenge", the basic requirements for building design problems, theoretically proved the feasibility of their use in the study of higher mathematics of students of the specified areas of training.

Mathematical objects, based on examples of problems, are constructed the distribution laws of continuous random variables, namely: the objectives for the design of differential and integral distribution functions of continuous random variables and differential and integral distribution functions of continuous random variables.

The implementation of the results of the study showed that the use of a constructive approach in solving problems of probability and statistic nature and developed relevant methodological recommendations for teaching of higher mathematics of students of the specialty "Maritime", provides a practical orientation of training, the formation of professional competencies.

Key words: *higher mathematics, constructive challenge, competence, probability and statistic methods.*

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
 Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
 ISSN 2413-1571 (print)

Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
 Видається з 2013.



<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Ковалевская Э.И., Кветко О.М., Рыкова О.В. Модульный метод преподавания математики в аграрном техническом университете // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 1(7). – С. 81-86.

Kovalevskaya E.I., Kvetko O.M., Rykova O.V. Modular teaching of mathematics in the agrarian technical university // Physics and Mathematics Education : scientific journal. – 2016. – Issue 1 (7). – P. 81-86.

УДК 51(072) (06)

Э.И. Ковалевская , О.М. Кветко , О.В. Рыкова
Белорусский Государственный Аграрный Технический Университет,
Республика Беларусь

МОДУЛЬНЫЙ МЕТОД ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В АГРАРНОМ ТЕХНИЧЕСКОМ УНИВЕРСИТЕТЕ

Постановка проблемы. Для любой страны, стремящейся войти в число мировых лидеров за счет увеличения своего национального капитала, один из приоритетных вопросов – развитие системы образования. В печатных белорусских изданиях, по радио и телевидению, по другим источникам СМИ пишут и говорят, что основой развития Беларуси является ориентация на создание высокообразованного и высококвалифицированного общества, в котором труд принимает все более интеллектуальные формы. Поэтому от системы образования ждут решения качественно новых задач. Недавно в газете «СБ. Беларусь сегодня», 19.01.2016, и на ее сайте www.sb.by была опубликована большая статья Министра образования, профессора Михаила Журавкова «Еще раз о системе образования». В ней выделены четыре момента: 1) О стратегии развития белорусского образования, 2) Об общем среднем образовании, 3) О высшем и профессионально-техническом образовании, 4) О воспитании и идеологии. Эта статья ориентирует нас на сохранение достоинств белорусской системы образования, на дальнейшее ее развитие и усовершенствование. Наш опыт показывает, что модульное обучение — перспективная система обучения.

Анализ актуальных исследований. Многочисленные печатные издания (см., например, [1] или материалы международной научно-практической конференции «Повышение квалификации и переподготовка: проблемы и перспективы развития». Минск. 12.10.2015 г.; БГПУ им. М. Танка. ИПК и П), международные выставки и проекты (например, 14-я международная специализированная выставка «Образование и карьера»: 11-13.02.2016, Минск; 7-й международный выставочный проект «Образовательная среда и учебные технологии»: 11-13.02.2016, Минск), обсуждения в INTERNET указывают на то, что современные тенденции в развитии высшего профессионального образования смещают акцент с личности преподавателя на личность обучаемого, на максимальное раскрытие потенциала и реализацию всех

способностей студента. Ключевым принципом обучения становится ориентация на конечный результат, значимый в профессиональной деятельности [2, с. 175]. Одним из методов достижения этой цели является модульное обучение.

Цель статьи. В нашей статье мы хотим поделиться своим опытом использования модульного метода. Он является главным в методике преподавания курса «Математика» в БГАТУ.

Изложение основного материала. Модульное обучение отличается от других методик точной постановкой целей на каждом этапе обучения, структурное распределение материала в соответствии с ними, строгая последовательность всех элементов дидактической системы, организация самостоятельной работы в соответствии с индивидуальными особенностями обучаемых [3]. При этом происходит постоянное общение (письменное, устное или через компьютер) между преподавателем и студентом.

В современных социально-экономических условиях знания и квалификация становятся главным капиталом молодого специалиста. Поэтому исчезают проблемы дисциплины и мотивации студентов к обучению — они сами хотят учиться. На первое место ставится самостоятельная работа обучающегося, самоорганизация его учебной деятельности. Учебно-воспитательный процесс коренным образом преобразуется: позиция «учитель как бы впереди ученика» должна поменяться на позицию «ученик как бы впереди учителя» (кроме, конечно, начальных этапов обучения). Преподаватель-лектор должен направлять студента вводными и обзорными лекциями, а затем «пропускать его вперед» для самостоятельной работы и время от времени консультировать, подправлять его самостоятельное движение от незнания к знанию. [3].

Модульное обучение в разных вариантах широко используется многими учебными заведениями. За последние 20-25 лет его идеи получили широкое распространение в Беларуси, России, Англии, США и других странах. Термин «модуль» пришел в педагогику из информатики, где им обозначают конструкцию, применяемую к различным информационным системам и структурам и обеспечивающую их гибкость, перестроение. Термин «модуль» — интернациональный. Имеется несколько производных от него: модульный метод, модульная подготовка, модульное расписание, модульный подход. Модульный подход обычно трактуется как оформление учебного материала и процедур в виде законченных единиц с учетом атрибутивных характеристик. В своём первоначальном виде модульное обучение зародилось в конце 60-х гг. XX в. и быстро распространилось в англоязычных странах. Сущность его состояла в том, что обучающийся почти самостоятельно или полностью самостоятельно мог работать с предложенной ему индивидуальной учебной программой, включающей в себя целевой план занятий, банк информации и методическое руководство по достижению поставленных дидактических целей. Функции педагога варьируются от информационно-контролирующей до консультативно-координирующей. Модульное обучение применяется пока исключительно в высших учебных заведениях.

На кафедре «Высшая математика» БГАТУ уже длительное время (более 30 лет) успешно применяется модульная система обучения. В настоящее время в ней учитываются современные тенденции развития высшего профессионального образования [1].

Учебный процесс в вузе, как и в системе образования в целом, не может успешно осуществляться без научно обоснованного методического обеспечения,

важнейшим воплощением которого является учебно-методический комплекс по дисциплине. Профессор, доктор физ.-мат. наук Рябушко А. П., доцент, кандидат физ.-мат. наук Юреть И. Е. были главными инициаторами внедрения модульной системы в нашем университете. Результатом их деятельности явился учебник [4] в четырёх частях, который выдержал уже три издания. Этот учебник адресован студентам инженерно-технических специальностей вузов. Сравнительно недавно издательство БГАТУ выпустило другие книги [5-6], написанные сотрудниками нашей кафедры. Они ориентированы на студентов инженерно-технических специальностей сельскохозяйственных вузов. Учебно-методический комплекс по дисциплине «Математика» включает: 1) рабочую учебную программу дисциплины; 2) методические рекомендации для преподавателя; 3) методические указания для студентов; 4) материалы к промежуточной и итоговой аттестации студентов.

Кратко напомним суть системы. Сущность модульного обучения состоит в том, что содержание обучения структурируется в автономные организационно-методические блоки — модули, содержание и объём которых могут варьировать в зависимости от дидактических целей, профильной и уровневой дифференциации обучающихся, желаний обучающихся по выбору индивидуальной траектории движения по учебному курсу. Необходимым элементом модульного обучения обычно выступает рейтинговая система оценки знаний, предполагающая балльную оценку успеваемости обучающихся по результатам изучения каждого модуля. Модуль — целостный набор подлежащих освоению умений, знаний, отношений и опыта. Сами модули формируются как структурная единица учебного плана по специальности; как организационно-методическая междисциплинарная структура, в виде набора разделов из разных дисциплин, объединяемых по тематическому признаку базой; или как организационно-методическая структурная единица в рамках учебной дисциплины. Отличие модульной системы от других дидактических: 1) содержание обучения должно быть представлено в законченных самостоятельных информационных блоках; 2) модули позволяют перевести обучение на субъект — субъектную основу; 3) обучающийся большую часть времени работает самостоятельно и учится планированию, самоконтролю и оценке (адекватной самооценке) своих действий и деятельности в целом [7].

Наличие модулей позволяет преподавателю индивидуализировать работу с конкретным обучаемым способом консультирования. Итак, весь учебный материал разделён на модули (главы). В каждом из них даны необходимые теоретические сведения, разобраны решения типичных задач, приведены материалы для практических занятий и самостоятельных работ. В конце каждой главы приведены «Контрольный тест» и «Индивидуальные домашние задания» (ИДЗ), всего 30 вариантов, а также решение типового варианта.

В настоящее время в нашей деятельности мы учитываем разный уровень подготовки студентов, обучающихся в университете, и то, что в последние десять лет в БГАТУ значительно увеличился поток студентов из других стран (Китай, Нигерия, Таджикистан, Туркмения). Это выражается в том, что на практических занятиях мы предлагаем студентам задания разных уровней: первого, второго и третьего. Далее подбираем темы рефератов и докладов, углубляющих или расширяющих их знания. Например, темы для доклада на научной студенческой конференции, выходящие за рамки учебного плана. Такие конференции обычно проводятся в конце учебного года, в мае. Выступление студентов с презентацией доклада — хорошая практика общения с аудиторией и умения чётко отвечать на вопросы.

Отметим, что некоторые наши студенты показывают хорошие результаты на республиканских научных студенческих конференциях и республиканских олимпиадах по математике. Так, студент К. Агроэнергетического факультета занимал три года подряд (с 2010 по 2012 гг.) призовые места на такой конференции. Студентка К. Иванян факультета Технического сервиса по итогам решения задач на олимпиаде попала в первую тридцатку участников (2012-2013 гг.).

Теперь обсудим особенности преподавания дисциплины «Математика» студентам заочной формы обучения. Здесь мы не можем в полной мере использовать модульную систему в силу того, что учебная сессия очень короткая: 7 – 10 дней. Мы используем ее только частично. Именно: 1) предлагаем студентам подготовить к сессии рефераты по важным темам изучаемого курса математики и их приложениям в технике и науке; 2) на лекциях в течение 10 – 15 минут студенты выполняют небольшие тесты (3 – 4 вопроса с четырьмя ответами, из которых только один правильный (см. например, Приложение 1 данной статьи или [5] Часть 2, стр. 164: Контрольный Тест, или [6] , стр. 39); 3) на каждом практическом занятии проводим самостоятельные работы, дающие студентам возможность усвоить учебный материал, решая несложные задачи (см., например, [5] Часть 1, стр. 88: Контрольный Тест, или [6] Часть 2, стр. 105-106); 4) письменная экзаменационная работа содержит как простые задания, так и усложненные, что позволяет преподавателю дифференцированно оценить усвоенный студентом учебный материал.

Из опыта нашей педагогической работы мы уяснили, что некоторые темы, предлагаемые теперешней программой по математике, студенты-заочники усваивают с большим трудом. Например, степенные ряды и двойные интегралы. Может быть, для студентов-заочников нашего университета и университетов аграрного профиля следовало бы оставить лишь общие понятия об этих темах и их применении. Но обязательно добавить больше часов на практический аспект применения теории вероятностей и математической статистики. Также следовало бы более объемно излагать информатику и другие компьютерные дисциплины.

Считаем, что пришло время пересмотреть программы курса по математике и информатике для студентов инженерных специальностей и поместить в них разделы, соответствующие современным знаниям.

Выводы. Модульная система обучения дисциплине «Математика» в БГАТУ оправдала себя хорошими показателями как в оценках на экзаменах, так и на различных научных студенческих мероприятиях. Используя свой педагогический опыт и профессиональные достижения, коллектив нашей кафедры в настоящее время работает над четвёртой частью книги [6].

Приложение 1.

1⁰. Если $F(x) = x^5$ является первообразной некоторой функции $f(x)$, то какая из предложенных функций также является первообразной $f(x)$?

а) $\Phi(x) = x^6$; **б)** $\Phi(x) = x^5 - 10$;

в) $\Phi(x) = x^4$; **г)** $\Phi(x) = \frac{x^5}{5}$.

2. В каком случае свойство интеграла применяется неверно

а) $\int (x+5)dx = \int xdx + \int 5dx$; **б)** $\int (x+5)^2 dx = 2\int (x+5)dx$;

в) $\int (x-5)dx = \int xdx - 5\int dx$; **г)** $\int (x-5)^2 dx = \int x^2 dx - 10\int xdx + 25\int dx$.

3°. Интеграл $\int \cos 3x dx$ равен

а) $\sin 3x + C$; б) $\frac{1}{3} \sin 3x + C$;

в) $-\frac{1}{3} \sin 3x + C$; г) $-\sin 3x$.

4. Дробь $\frac{x^2}{x^2 - 8}$ называется

а) правильной; б) неправильной;

в) приведенной; г) неприведенной.

Список использованной литературы

1. Методология и философия преподавания математики и информатики: к 50-летию основания кафедры общей математики и информатики. Материалы Междунар. науч.-практ. конф., Минск: 24-25 апр. 2015 г. / редкол.: В. А. Еровенко (отв. ред) [и др.]. – Минск: Изд. Центр БГУ, 2015. – 352 с.
2. Береснева Е. В. Использование модульной технологии в преподавании дисциплины «Теория и методика обучения химии» в вузе. / Береснева Е. В. // Известия Российского государственного педагогического университета им. А. И. Герцена. – 2011. – № 138. – С. 174–186.
3. Мамирова Н. Т. Приоритет блочно-модульного обучения в системе повышения квалификации преподавателей профессионального образования / Н. Т. Мамирова, К. Т. Уматалиева // Молодой ученый. – 2012. – №11. – С. 452-455.
4. Рябушко А. П. Индивидуальные задания по высшей математике: учеб. пособие. В 4 ч. / А. П. Рябушко, В. В. Бархатов, В. В. Державец, И.Е. Юреть. – 3-е изд., испр. – Минск: Высш. шк., 2007. – 304 с. (Часть 1), – 396 с. (Часть 2), – 367 с. (Часть 3), – 336 с. (Часть 4).
5. Морозова И. М. Высшая математика. В 2 ч.: учебно-методический комплекс. / И. М. Морозова, О. М. Кветко и др. - Минск: БГАТУ, 2009. – 145 с. (Часть 1), – 248 с. (Часть 2).
6. Тиунчик А. А. Математика в 4-х частях: учебно-методический комплекс. / А. А. Тиунчик, О. В. Рыкова и др. - Минск: БГАТУ, 2011. – 188 с. (Часть 2), – 2014. – 236 с. (Часть 3).
7. Сельдяев, В. И. Модульное построение обучения как фактор повышения качества обучения на факультете физики. / Сельдяев В. И., Карулина Е. А. // Известия Российского государственного педагогического университета им. А. И. Герцена. – 2010. – № 122. – С. 188–198.

Анотація. Ковалевська Е. І., Кветко О. М., Рыкова О. В. Модульний метод викладання математики в технічному аграрному університеті.

Автори статті аналізують модульну систему викладання математики, відмінність її від інших методик і актуальність в сучасних соціально-економічних умовах. Викладено сутність модульного навчання, її спрямованість на самостійну роботу студента, а також необхідність запровадження рейтингової системи оцінки знань, передбачає бальну оцінку успішності студентів за результатами вивчення кожного модуля. Викладено основні моменти модульного методу навчання студентів очної та заочної форм навчання, що застосовується на кафедрі «Вища

математика» БГАТУ. Описана структура навчально-методичного комплексу на прикладі підручників і навчально-методичної літератури, що використовуються в даному вузі, а також наведені деякі результати і тести.

Ключові слова: математика, модульний метод навчання, тести.

Аннотация. Ковалевская Э. И., Кветко О. М., Рыкова О. В. Модульный метод преподавания математики в аграрном техническом университете.

Авторы статьи анализируют модульную систему преподавания математики, отличие её от других методик и актуальность в современных социально-экономических условиях. Изложена сущность модульного обучения, её направленность на самостоятельную работу студента, а также необходимость введения рейтинговой системы оценки знаний, предполагающей балльную оценку успеваемости обучающихся по результатам изучения каждого модуля. Изложены основные моменты модульного метода обучения студентов очной и заочной форм обучения, применяемого на кафедре «Высшая математика» БГАТУ. Описана структура учебно-методического комплекса на примере учебников и учебно-методической литературы, используемых в данном вузе, а также приведены некоторые результаты и тесты.

Ключевые слова: математика, модульный метод обучения, тесты.

Abstract. Kovalevskaya E. I., Kvetko O. M., Rykova O. V. Modular teaching of mathematics in the agrarian technical university.

We analyse the modular teaching of mathematics, its distinction from the other strategies and its topicality in the contemporary social and economic conditions. We formulate the main points of teaching, its trends to a student self-dependent study. Also we make it clear that it is need to introduce a rating system of evaluating of a student progress in studying of every modulo. We describe the basic moments of the modular teaching of mathematics, which we apply in a department "Higher Mathematics" of Belarus State Agrarian Technical University. Also we make the information on our results and teaching tests.

Key words: mathematics, modular teaching, testing.

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Купцов М.І., Яблочников С.Л. Аспекти застосування методу перетворюючої матриці // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 1(7). – С. 87-95.

Kuptsov M.I., Yablochnikov S.L. Aspects of the method transforming matrix // Physics and Mathematics Education : scientific journal. – 2016. – Issue 1 (7). – P. 87-95.

УДК 517.9

М.І. Купцов

Академія права та управління ФСВП, Росія

С.Л. Яблочников

Вінницький соціально-економічний інститут, Україна

АСПЕКТИ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ ПЕРЕТВОРЮЮЧОЇ МАТРИЦІ

Актуальність теми дослідження. Математичне моделювання, що передбачає, зокрема, формування систем диференціальних рівнянь, є досить важливим етапом вирішення багатьох природничо-наукових та інженерних завдань. Тому, дослідженню диференціальних рівнянь, котрі відображають механізми різноманітних фізичних, технічних, технологічних, соціально-економічних та інших процесів і явищ, й, зокрема, пошуку інтегральних різноманіть, присвячена велика кількість наукових публікацій та дисертаційних досліджень українських, російських та закордонних вчених. Однак, різноманіття окремих систем диференціальних рівнянь обумовлює наявність проблем стосовно розробки загальних ефективних методів дослідження інтегральних многовидів (особливо у критичних випадках), що, в свою чергу, й визначає актуальність дослідження, яке реалізоване авторами.

Аналіз публікацій за темою дослідження. До найбільш продуктивних методів здійснення дослідження інтегральних різноманіть слід віднести методи малого параметру [1], точкових відображень [2], усереднення [3], а також метод так званих інтегральних многовидів, запропонований у свій час М.М. Боголюбовим [4] й згодом розвинутий у наукових працях Ю.А. Мітропольського і А.М. Самойленко [5–7]. Зокрема, зазначений нами вище метод інтегральних різноманіть дозволив успішно вирішити задачу знаходження інваріантних множин стосовно досить широкого класу систем звичайних диференціальних рівнянь, котрі цілком можуть бути зведені до системи рівнянь наступного вигляду:

$$\begin{cases} \dot{x} = \bar{X}(\varepsilon, x, \varphi, t), \\ \dot{\varphi} = \Phi(\varepsilon, x, \varphi, t), \end{cases} \quad (1)$$

де $x \in R^n, \varphi \in R^m, \bar{X}(0,0,\varphi,t) \equiv 0$, при цьому $\bar{X}(\varepsilon,0,\varphi,t)$ тотожно у нуль не перетворюється.

Термін («многовиди») в публікаціях українських дослідників, на нашу думку, з'явився в наслідок здійснення «прямого» й не зовсім коректного перекладу терміну «многообразие», котрий є уживаним у науковій літературі, що надрукована російською мовою. В українській мові відсутнє слово «много», замість нього зазвичай уживають слова «багато», «множина», «розмаїття». Тому, ми пропонуємо ввести новий варіант україномовного трактування даного поняття – «різноманіття». Далі за текстом будемо застосовувати обидва терміни паралельно.

Як правило (див., наприклад, [4 – 6]), метод інтегральних різноманіть (російською – «метод интегральных многообразий») застосовується щодо вирішення системи (1) ще й при додатковому припущенні стосовно експоненційної дихотомії лінійної підсистеми

$$\dot{x} = A(t) \cdot x. \quad (2)$$

У випадку неавтономності матриці лінійного наближення це означає відсутність у неї нульових та суто уявних власних чисел.

Метод інтегральних різноманіть цілком може бути розповсюджений й на випадок, коли $\bar{X}(\varepsilon,0,0,t) \equiv 0$ [8, 9] або ж на певні спеціальні системи [10], котрі задовольняють вимогам експоненційної дихотомії рівняння (2). Однак, цілком уникнути виконання умов $\bar{X}(\varepsilon,0,\varphi,t) \equiv 0$ та одночасної відсутності експоненційної дихотомії вдається лише за допомогою знаходження рішення допоміжного векторного (біфуркаційного) рівняння [11, 12].

У прикладних дослідженнях інваріантна поверхня, котра має значно меншу розмірність, дозволяє певним чином спростити моделі, що розглядаються, а також дослідити їх характерні властивості, а також набуті додаткової інформації стосовно стану досліджуваних систем. Саме тому метод інтегральних многовидів є потужним інструментом не тільки здійснення аналізу нелінійних коливань [6, 11, 13] та задач динаміки [14 – 16] (в тому числі й тих, в яких з'ясовуються властивості траєкторій руху космічних апаратів [17, 18]), але й вирішення проблем в межах теорії управління [19 – 21], механіки рідини [22], електродинаміки [23] та процесів самоорганізації наноструктур [24, 25].

Мета даної публікації – розв'язок задачі існування ненульових інтегральних многовидів в околі стану рівноваги ($x=0$) системи (1) при умовах $\bar{X}(\varepsilon,0,\varphi,t) \equiv 0$, незмінності матриці $A(t)$ рівняння (2) та наявності у неї власних чисел з нульовою дійсною частиною.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо систему звичайних диференціальних рівнянь (1) з урахуванням наступних умов:

- 1) $\bar{X}(\varepsilon,x,\varphi,t) \equiv X(\varepsilon,x,\varphi,t) \cdot x$, де $X(\varepsilon,x,\varphi,t)$ – $n \times n$ –матриця;
- 2) праві частини системи, ω –періодичні стосовно компонентів вектора φ та T –періодичні стосовно незалежної змінної $t \in R$, неперервні в області $R^{m+1} \times X \times E$ й забезпечують існування єдиного і нелокального продовження розв'язків, де $X = \{x: \|x\| \leq \delta_1\}$, $E = \{\varepsilon: \|\varepsilon - \hat{\varepsilon}\| \leq \delta_2\}$, $\|\cdot\|$ – евклідова норма, δ_i – константи, $\varepsilon \in R^{n+m}$, $\hat{\varepsilon}$ – сталий вектор;
- 3) лінійна підсистема

$$\dot{x} = X(0,0,\varphi,t) \cdot x \quad (3)$$

не залежить від t , φ та має ненульові kT –періодичні рішення, $k \in N$.

Формулюється задача знаходження достатніх умов існування ненульових інтегральних різноманіть в околі стану рівноваги ($x=0$) системи (1) при попередніх умовах 1) – 3).

Нехай $F(\varphi, t) \in \Omega_1, \varepsilon(\varphi) \in \Omega_2$ – ω -періодичні стосовно компонентів вектора φ обмежені вектор-функції, котрі задовольняють умовам Ліпшиця, які мають, відповідно, розмірність n та l ($0 < l \leq n+m, F(\varphi, t)$ kT -періодична по t).

Припустимо для p -мірної вектор-функції $\|y(\tau)\| = \left[\sum_{i=1}^p \sup_{\omega} |y_i(\tau)| \right]^{1/2}$. Якщо для множин Ω_i ввести вказану норму, то вони стають опуклими компактами [26, с. 15].

Для вирішення диференційного рівняння

$$\dot{\varphi} = \Phi(\varepsilon(\varphi_0), F(\varphi_0, t), \varphi, t), \quad (4)$$

котре задовольняє початковим даним $\varphi(0) = \varphi_0$, застосуємо позначення φ_t^F . Нехай, окрім того, $Y_\varepsilon^F(\varphi_0, t)$ – матрицант рівняння

$$\dot{x} = X(\varepsilon(\varphi_0), F(\varphi_0, t), \varphi_t^F, t) \cdot x. \quad (5)$$

Тут і далі $n+m-l$ значень компонентів вектора ε зафіксовано, а замість l значень в рівнянні системи (1) підставлено елементи функції $\varepsilon(\varphi_0) \in \Omega_2$, а $F(\varphi_0, t) \in \Omega_1$.

Визначення. Невідокремлену функціональну $n \times n$ -матрицю $Q_\varepsilon^F(\varphi_0)$ зі сталим визначником, неперервну за усіма її змінними та ω -періодичну за компонентами вектора φ_0 , надалі будемо іменувати перетворюючою матрицею системи (5) при виконанні умови, що у такої матриці

$$(Y_\varepsilon^F(\varphi_0, kT) - I_n) \cdot Q_\varepsilon^F(\varphi_0) \quad (6)$$

існує, принаймні, один ненульовий стовпчик $q_\varepsilon^F(\varphi_0)$. Тут I_n – одинична $n \times n$ -матриця.

Далі розглянемо наступну систему рівнянь (7)

$$\begin{cases} q_\varepsilon^F(\varphi_0) = 0, \\ \int_0^{kT} \Phi(\varepsilon(\varphi_0), F(\varphi_0, t), \varphi_t^F, t) dt = 0. \end{cases} \quad (7)$$

Теорема. Нехай є виконаними умови 1) – 3). Тоді, якщо перетворюючу матрицю системи (5) вдається побудувати так, що

4) для вирішення системи (7) достатньо знайти рішення певної, відмінної від (7) системи рівнянь

$$S_\varepsilon^F(\varphi_0) = 0; \quad (8)$$

5) для кожної функції $F(\varphi_0, t) \in \Omega_1$ рівняння (8) має лише одне рішення $\varepsilon^F(\varphi_0)$ з множини Ω_2 ;

$$6) \|Y_\varepsilon^F(\varphi_0, t) \cdot Q_\varepsilon^F(\varphi_0)\| \leq r_0,$$

$$\|Y_\varepsilon^F(\varphi_0^*, t) \cdot Q_\varepsilon^F(\varphi_0^*) - Y_\varepsilon^F(\varphi_0, t) \cdot Q_\varepsilon^F(\varphi_0)\| \leq r_1 \|\varphi_0^* - \varphi_0\|, \text{ при } t \in [0; kT],$$

то для будь-якого вектора $\varphi_0 \in R^m$ можливо вказати таке значення параметру ε , що система (1) буде мати ненульове інтегральне різноманіття як загодно малої околиці стану рівноваги $x=0$.

Доказ. З умов 4), 5) теореми слідує, що при $\varepsilon = \varepsilon^F(\varphi_0)$ система (7) перетворюється у тотожність. Це, в свою чергу, означає, що рівняння (5) має kT -періодичне рішення

$$x^F(\varphi_0, t) = Y_\varepsilon^F(\varphi_0, t) \cdot Q_\varepsilon^F(\varphi_0) \cdot C, \quad (9)$$

де усі елементи постійного n -вектора C дорівнюють нулю, окрім елементу, який відповідає номеру стовпчика $q_\varepsilon^F(\varphi_0)$, котрий дорівнює c – довільній константі. В свою чергу, неособливість перетворюючої матриці забезпечує нетривіальність $x^F(\varphi_0, t)$.

Згідно умов 6), $x^F(\varphi_0, t)$ задовольняє умовам Ліпшиця зі сталою $r_1 \cdot c$ за змінною φ_0 та обмежена числом $r_0 \cdot c$. Тому, за рахунок зменшення c завжди можливо досягти виконання $x^F(\varphi_0, t) \in \Omega_1$.

Таким чином, ми сформуваємо оператор, котрий визначається рівняннями (8) та (9), до якого, у зв'язку із єдністю значення $\varepsilon^F(\varphi_0)$ для кожної функції $F(\varphi_0, t) \in \Omega_1$, можливо застосувати теорему [27, С. 26]. Тому, у цього оператора існує нерухома точка $\Psi(\varphi_0, t) = Y_\varepsilon^\Psi(\varphi_0, t) \cdot Q_\varepsilon^\Psi(\varphi_0) \cdot C$, при $\varepsilon = \varepsilon^\Psi(\varphi_0)$, що визначає ненульове інтегральне різноманіття системи (1).

Дійсно, для того, щоб упевнитись в цьому, достатньо здійснити диференціювання $\Psi(\varphi_0, t)$ та врахувати той факт, що функція φ_t^Ψ задовольняє рівнянню (4), а тому, й системі (1).

Теорема доведена.

В якості ілюстрації практичного застосування наведеної нами вище теореми розглянемо наступний приклад.

Приклад. Нехай до системи трьох скалярних диференціальних рівнянь (10)

$$\begin{cases} \dot{\rho}_1 = \alpha_2(\varepsilon) \cdot \rho_1 + (\alpha_1(\varepsilon) - 1) \cdot \rho_2 + \\ + (2 + \sin t) \cdot \rho_1^2 + \rho_2^2 \cdot \cos \varphi, \\ \dot{\rho}_2 = (1 - \alpha_1(\varepsilon)) \cdot \rho_1 + \alpha_2(\varepsilon) \cdot \rho_2 + \\ + \rho_1^2 + \rho_2^2 + \rho_1 \cdot \rho_2 \cdot \cos \varphi, \\ \dot{\varphi} = \alpha_3(\varepsilon) + \\ + (\rho_1 + \rho_2)^2 \cdot \cos t \cdot (2 + \sin \varphi), \end{cases} \quad (10)$$

входить лише одна векторна величина $\varepsilon \in R^3$ і $\alpha_i(\varepsilon) = \alpha_{i1} \cdot \varepsilon_1 + \alpha_{i2} \cdot \varepsilon_2 + \alpha_{i3} \cdot \varepsilon_3 + o_i(\|\varepsilon\|)$, а незмінна 3×3 -матриця $A = (\alpha_{ij})$ неособлива. Будемо також вважати, що для тотожностей $o_i(\|\varepsilon\|)$ виконуються умови Ліпшиця з такими константами γ_i , для яких $\gamma_i \rightarrow 0$ при $\delta_2 \rightarrow 0$ (див. 2)).

Тоді для системи (10) є справедливими твердження 1) – 3). Дійсно, система (3) в даному випадку набуває вигляду

$$\begin{cases} \dot{\rho}_1 = -\rho_2, \\ \dot{\rho}_2 = \rho_1, \end{cases}$$

та, відповідно, має 2π -періодичне рішення $\rho_1 = \cos t$, $\rho_2 = \sin t$. Виконання умов 1) і 2) очевидно.

Системи, подібні рівнянням (10), досліджувались у публікаціях [5, с. 479] і [26, с. 71]. Однак, системі (10) притаманна низка особливостей, котрі не дозволяють довести існування у неї ненульового інтегрального різноманіття тими самими методами, котрі застосовуються для зазначених у [5] та [26] систем. Продемонструємо, що сформульована нами вище теорема дозволяє це зробити.

З цією метою зазначимо, що рівняння (4) та (5) для системи (10) будуть відповідно мати вигляд (11) та (12)

$$\begin{cases} \dot{\varphi} = \alpha_3(\varepsilon(\varphi_0)) + \\ + (F_1(\varphi_0, t) + F_2(\varphi_0, t))^2 \cdot \cos t \cdot (2 + \sin \varphi), \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \dot{\rho}_1 = (\alpha_2(\varepsilon(\varphi_0)) + (2 + \sin t) \cdot F_1(\varphi_0, t)) \cdot \rho_1 + \\ + (\alpha_1(\varepsilon(\varphi_0)) - 1 + F_2(\varphi_0, t) \cdot \cos \varphi_t^F) \cdot \rho_2, \\ \dot{\rho}_2 = (1 - \alpha_1(\varepsilon(\varphi_0)) + F_1(\varphi_0, t)) \cdot \rho_1 + \\ + (\alpha_2(\varepsilon(\varphi_0)) + F_2(\varphi_0, t) + F_1(\varphi_0, t) \cdot \cos \varphi_t^F) \cdot \rho_2, \end{cases} \quad (12)$$

при цьому $F(\varphi_0, t) = (F_1(\varphi_0, t), F_2(\varphi_0, t))^T$, $\varepsilon(\varphi_0) = (\varepsilon_1(\varphi_0), \varepsilon_2(\varphi_0), \varepsilon_3(\varphi_0))^T$ – 2π -періодична за φ_0 , а $F(\varphi_0, t)$ ще й за t .

Крім того, в силу властивостей правих частин системи (10), розв'язок за φ_t^F рівняння (11) обмежено, задовольняє умові Ліпшиця за усіма своїми змінними при $t \in [0, 2\pi]$ та 2π -періодичне за початковими даними φ_0 . А тоді й матрицанту $Y_\varepsilon^F(\varphi_0, t)$ рівняння (12) притаманні такі ж самі властивості (див., наприклад, [26, с. 29]).

Можна довести (див., наприклад, [26, с. 34]), що для матрицанта рівняння (12) справедливо представлення

$$Y_\varepsilon^F(\varphi_0, t) = \bar{Y}_\varepsilon^F(\varphi_0, t) + \tilde{Y}_\varepsilon^F(\varphi_0, t),$$

в якому $\bar{Y}_\varepsilon^F(\varphi_0, t)$ є матрицантом системи двох скалярних рівнянь

$$\begin{cases} \dot{\rho}_1 = \alpha_2(\varepsilon(\varphi_0)) \cdot \rho_1 + (\alpha_1(\varepsilon(\varphi_0)) - 1) \cdot \rho_2, \\ \dot{\rho}_2 = (1 - \alpha_1(\varepsilon(\varphi_0))) \cdot \rho_1 + \alpha_2(\varepsilon(\varphi_0)) \cdot \rho_2, \end{cases}$$

а $\tilde{Y}_\varepsilon^F(\varphi_0, t)$ обмежено, задовольняє умовам Ліпшиця за усіма змінними при $t \in [0, 2\pi]$ з сталими, які можна перетворити на досить малі за рахунок зменшення числа δ_1 з умови 2).

Тому,

$$\bar{Y}_\varepsilon^F(\varphi_0, t) = e^{\alpha_2(\varepsilon(\varphi_0))t} \cdot \begin{pmatrix} y_1(\varphi_0, t) & y_2(\varphi_0, t) \\ -y_2(\varphi_0, t) & y_1(\varphi_0, t) \end{pmatrix},$$

де $y_1(\varphi_0, t) = \cos[(1 - \alpha_1(\varepsilon(\varphi_0))) \cdot t]$,

$y_2(\varphi_0, t) = \sin[(1 - \alpha_1(\varepsilon(\varphi_0))) \cdot t]$.

І тоді $y_1(\varphi_0, 2\pi) = \cos(\alpha_1(\varepsilon(\varphi_0)) \cdot 2\pi)$,

$y_2(\varphi_0, t) = -\sin(\alpha_1(\varepsilon(\varphi_0)) \cdot 2\pi)$.

З представлення у вигляді ряду Тейлора для $e^{\alpha_2(\varepsilon(\varphi_0))2\pi}$, $\cos(\alpha_1(\varepsilon(\varphi_0)) \cdot 2\pi)$, $\sin(\alpha_1(\varepsilon(\varphi_0)) \cdot 2\pi)$, отримуємо, що другий стовпчик матриці $(Y_\varepsilon^F(\varphi_0, 2\pi) - I_2)$ можливо записати таким чином:

$$\begin{pmatrix} \alpha_{11} \cdot \varepsilon_1 + \alpha_{12} \cdot \varepsilon_2 + \alpha_{13} \cdot \varepsilon_3 + \tilde{y}_1^F(\varepsilon(\varphi_0), \varphi_0) \\ \alpha_{21} \cdot \varepsilon_1 + \alpha_{22} \cdot \varepsilon_2 + \alpha_{23} \cdot \varepsilon_3 + \tilde{y}_2^F(\varepsilon(\varphi_0), \varphi_0) \end{pmatrix}, \quad (13)$$

де у $\tilde{y}_i^F(\varepsilon(\varphi_0), \varphi_0)$ зібрані елементи другого стовпчика матриці $\tilde{Y}_\varepsilon^F(\varphi_0, 2\pi)$ та доданки, котрі мають по ε порядок малості більший, ніж перший.

Якщо тепер прийняти $Q_\varepsilon^F(\varphi_0) \equiv I_2$, то з цього випливає, що виконується умова б) попередньої теореми та другий стовпчик $q_\varepsilon^F(\varphi_0)$ матриці (6) є вектором (13). Тому, у прикладі, що розглядається, для системи (7) (а разом і з нею й для рівняння (8)) можливо представлення

$$A \cdot \varepsilon(\varphi_0) + \tilde{y}_\varepsilon^F(\varphi_0) = 0, \quad (14)$$

$$\text{в якому } \tilde{y}_\varepsilon^F(\varphi_0) = \begin{pmatrix} \tilde{y}_1^F(\varepsilon(\varphi_0), \varphi_0) \\ \tilde{y}_2^F(\varepsilon(\varphi_0), \varphi_0) \\ \tilde{y}_3^F(\varepsilon(\varphi_0), \varphi_0) \end{pmatrix}, \quad \tilde{y}_3^F(\varepsilon(\varphi_0), \varphi_0) = o_3(\|\varepsilon(\varphi_0)\|) \cdot 2\pi + \\ + \int_0^{2\pi} [(F_1(\varphi_0, t) + F_2(\varphi_0, t))^2 \cdot \cos t \cdot (2 + \sin \varphi_t^F)] dt.$$

Оскільки $\det A \neq 0$, то (14) цілком розв'язується відносно $\varepsilon(\varphi_0)$:

$$\varepsilon(\varphi_0) = -A^{-1} \cdot \tilde{y}_\varepsilon^F(\varphi_0). \quad (15)$$

Шляхом зменшення чисел δ_1 та δ_2 легко впевнитись, що оператор, котрий задає рівняння (15), є стискаючим й для кожної функції $F(\varphi_0, t) \in \Omega_1$ переводить простір Ω_2 у Ω_2 . Цим фактом у повній мірі доведено виконання умов 4) та 5) попередньої теореми, тому, існування локального ненульового інтегрального різноманіття (многовиду) системи (10).

Розглянутий нами приклад не тільки ілюструє метод перетворюючої матриці, котра сформульована нами у наведеній вище теоремі, але й наочно демонструє те, що є сенс його використовувати у випадках, коли класичний метод інтегральних різноманіть (многовидів) застосувати з певних причин не має можливості. Так, система (10) має нульовий многовид $\rho_1 = 0$, $\rho_2 = 0$ при будь-яких значеннях параметру ε , а це не дозволяє скористатися методом інтегральних різноманіть. Крім того, з наведеного нами прикладу зрозуміло, що доведений нами вище принцип існування інваріантних множин систем звичайних диференціальних рівнянь є більш ефективним для аналізу широкого класу систем виду (1), ніж низка теорем, котрі були у свій час розглянуті у публікаціях [26, 28 – 30] (див., зокрема, [26, с. 71]).

Список використаних джерел

1. Гребенников Е. А. Конструктивные методы анализа нелинейных систем / Е. А. Гребенников, Ю. А. Рябов. – М.: Наука, 1979. – 432 с.
2. Неймарк Ю. И. Метод точечных отображений в теории нелинейных колебаний. М.: Либроком, 2010. – 472 с.
3. Митропольский Ю. А. Метод усреднения в исследованиях резонансных систем / Ю. А. Митропольский, Е. А. Гребенников. – М.: Наука, 1992. – 220 с.
4. Боголюбов Н. Н. О некоторых статистических методах в математической физике. Львов: Изд-во АН УССР, 1945. – 139 с.
5. Митропольский Ю. А. Интегральные многообразия в нелинейной механике / Ю. А. Митропольский, О. Б. Лыкова. – М.: Наука, 1973. – 512 с.
6. Самойленко А. М. Элементы математической теории многочастотных колебаний. Инвариантные торы. М.: Наука, 1987. – 301 с.
7. Самойленко А. М. Про існування нескінченновимірних інваріантних торів нелінійних зв'язаних систем диференціально-різницевого рівняння / А. М. Самойленко, Ю. В. Теплінський, К. В. Пасюк // Нелінійні коливання, 2010. – Т. 13, – №2. – С. 253–271.
8. Соболев В.А. Интегральные многообразия и принцип сведения / В.А. Соболев, Д.М. Щепакін // Вестник Самарского государственного ун-та, 2011. – № 5 (86). – С. 81 – 92.
9. Курбаншоев С.З. Построение оптимальных интегральных многообразий для нелинейных дифференциальных уравнений / С.З. Курбаншоев, М.А. Нусайриев //

- Доклады Академии наук Республики Таджикистан, 2014. – Т. 57. – № 11–12. – С. 807–812.
10. Щетинина Е.В. Интегральные многообразия быстро-медленных систем и затягивание потери устойчивости / Е.В. Щетинина // Вестник Самарского государственного университета, 2010. – №6 (80). – С. 93–105.
 11. Бибииков Ю.Н. Многочастотные нелинейные колебания и их бифуркации / Ю.Н. Бибииков. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1991. – 142 с.
 12. Волков Д. Ю. Бифуркация инвариантных торов из состояния равновесия при наличии нулевых характеристических чисел / Д. Ю. Волков // Вестник Ленинградского университета, 1988. – Серия 1. – №2. – С. 102 – 103.
 13. Кононенко Л.И. Влияние формы интегрального многообразия на возникновение релаксационных колебаний / Л.И. Кононенко // Сибирский журнал индустриальной математики, 2006. – Т. IX. – №2. – С. 75 – 80.
 14. Гашененко И.Н. Бифуркации интегральных многообразий в задаче о движении тяжелого гиристора / И.Н. Гашененко // Нелинейная динамика, 2005. – Т.1. – № 1. – С. 33–52.
 15. Макеев Н.Н. Интегральные многообразия уравнений динамики сложных механических систем: автореферат диссертации на соискание ученой степени доктора физико-математических наук. СПб: Изд-во СПбГУ, 1992. – 28 с.
 16. Макеев Н.Н. Приведённая система геометрической динамики твёрдого тела / Н.Н. Макеев // Вестник Пермского университета. Серия: Математика. Механика. Информатика, 2013. – №2 (21). – С. 51 – 58.
 17. Заболотнов Ю.М. Применение метода интегральных многообразий для построения резонансных кривых в задаче входа КА в атмосферу / Ю.М. Заболотнов, В.В. Любимов // Космические исследования. 2003. – Т. 41. – № 5. –С. 481–487.
 18. Купцов М. И. Применение теории периодических решений к нахождению орбит спутников / М. И. Купцов // Компьютерные методы небесной механики – 95: Тез. докл. всерос. конф. с междунар. участием «Компьютерные методы небесной механики – 95». СПб: Изд-во ИТА РАН, 1995. – С. 141 – 142.
 19. Соболев В.А. Метод интегральных многообразий в задачах оптимального управления сингулярно возмущенными системами / В.А. Соболев, М.С. Осинцев // XII Всероссийское совещание по проблемам управления ВСПУ-2014. М.: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2014. – С. 769 – 779.
 20. Гурман В.И. Преобразования управляемых систем для исследования импульсных режимов / В.И. Гурман // Автоматика и телемеханика, 2009. – №4. – С. 89 – 97.
 21. Мухарлямов Р.Г. Управление динамикой манипулятора с программными связями / Р.Г. Мухарлямов, Н.В. Абрамов // Проблемы механики и управления: Нелинейные динамические системы, 2011. – №43. – С. 90 – 102.
 22. Остапенко В.В. О разрывных решениях уравнений мелкой воды на вращающейся притягивающей сфере / В.В. Остапенко, А.А. Черевко, А.П. Чупахин // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа, 2011. – №2. – С. 33 – 51.
 23. Дякин В.В. Об одном подходе к решению магнитостатической задачи для тел с инородными включениями в неоднородном внешнем поле / В.В. Дякин, В.Я. Раевский, О.В. Умергалина // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2009. – Т.49. – №1. – С. 178 – 188.
 24. Метлицкая А. В. Моделирование процессов самоорганизации наноструктур при ионном распылении поверхности полупроводников: автореферат диссертации на

- соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Ярославль: ЯГУ, 2014. – 30 с.
25. Куликов А.Н. Формирование волнообразных наноструктур на поверхности плоских подложек при ионной бомбардировке / А.Н. Куликов, Д.А. Куликов // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2012. – Т. 52. – №5. – С. 930.
26. Купцов М. И. Существование интегральных многообразий и периодических решений системы обыкновенных дифференциальных уравнений: диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. Рязань: РГПУ, 1996. – 133 с.
27. Терёхин М. Т. Периодические решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений / М. Т. Терёхин // Учеб. пособие к спецкурсу. – Рязань: РГПИ, 1992. – 88 с.
28. Купцов М. И. Существование интегрального многообразия системы дифференциальных уравнений / М. И. Купцов // Дифференциальные уравнения, 1998. – Т.34. – №6. – С. 855.
29. Kuptsov M.I. Local integral manifold of a system of differential equations // Differential equations. 1998. vol. 34, no. 7, pp. 1005–1007.
30. Купцов М. И. Локальное интегральное многообразие систем дифференциальных уравнений, зависящих от параметра / М. И. Купцов // Дифференциальные уравнения, 1999. – Т.35. – №11. – С. 1579 – 1580.

Анотація. Купцов М.І., Яблочников С.Л. Аспекти застосування методу перетворюючої матриці.

В статті розглядається вирішення задачі стосовно пошуку нетривіальних інтегральних многовидів нелінійної системи звичайних диференціальних рівнянь, що має кінцеву розмірність, права частина якої є періодичною вектор-функцією незалежної змінної та містить параметри. Передбачається, що у дослідженій системі в наявності нульова інтегральний многовид при усіх значеннях параметру, а відповідна лінійна підсистема має t -параметричну множину періодичних розв'язків. Знайдені нові достатні умови існування в околі стану рівноваги системи ненульового інтегрального різноманіття меншого ступеня розмірності ніж того, що має вихідний фазовий простір. Під час знаходження достатніх умов формуються оператори, котрі дозволяють звести розв'язок даної задачі до пошуку їх нерухомих точок.

Ключові слова: метод інтегральних многовидів, метод перетворюючої матриці, система звичайних інтегральних рівнянь, операторне рівняння, зменшення розмірності фазового простору.

Аннотация. Купцов М.И., Яблочников С.Л. Аспекты использования метода преобразующей матрицы.

Рассматривается задача нахождения нетривиальных интегральных многообразий нелинейной конечномерной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, правая часть которой является периодической вектор-функцией по независимой переменной и содержит параметры. Предполагается, что у изучаемой системы имеется нулевое интегральное многообразие при всех значениях параметра, а соответствующая линейная подсистема имеет t -параметрическое семейство периодических решений. Найдены

новые достаточные условия существования в окрестности состояния равновесия системы ненулевого периодического интегрального многообразия меньшего числа измерений, чем исходное фазовое пространство. При выводе достаточных условий строятся операторы, позволяющие свести решение указанной задачи к поиску их неподвижных точек.

Ключевые слова: метод интегральных многообразий, метод преобразующей матрицы, система обыкновенных дифференциальных уравнений, операторное уравнение, уменьшение размерности фазового пространства.

Abstract. Kuptsov M.I., Yablochnikov S.L. Aspects of the method transforming matrix.

We consider the problem of finding nontrivial integral manifolds for nonlinear nite-dimensional system of ordinary differential equations, the right side is a periodic vector-function on the independent variable and contains the parameters. It is assumed that the system under study has zero integral manifold for all values of the parameter, and the corresponding linear subsystem has the m-parametric family of periodic solutions. Found new sufficient conditions of existence in a neighborhood of the equilibrium systems of non-zero periodic integral manifolds of fewer dimensions than the original phase space. In the derivation of sufficient conditions are based operators, which allow to bring a solution to this problem to the search of fixed points.

Key words: method of integral manifolds, the method of transforming the matrix system of ordinary differential equations, operator equation, the reduction of dimensionality of the phase space.

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Мовчан С.М. Інтегрований підхід у проектному навчанні алгебри учнів основної школи // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 1(7). – С. 97-104.

Movchan S. Integrated approach in project teaching algebra secondary school pupils // Physics and Mathematics Education : scientific journal. – 2016. – Issue 1 (7). – P. 97-104.

УДК 373.51

С.М. Мовчан

Національний педагогічний університет імені М.П. Драгоманова, Україна

ІНТЕГРОВАНІЙ ПІДХІД У ПРОЕКТНОМУ НАВЧАННІ АЛГЕБРИ УЧНІВ ОСНОВНОЇ ШКОЛИ

Постановка проблеми. У сучасній шкільній освіті все більш актуальною є проблема взаємопроникнення (інтеграції) окремих дисциплін одна в одну. Це дозволяє переорієнтувати шкільну освіту з предметного принципу засвоєння основ наук у принцип формування системного цілісного мислення учнів на основі узагальнення знань, умінь та практичних навичок, необхідного їм у майбутньому для розв'язування значної кількості особистих та суспільних проблем.

Інтегрований підхід у навчанні не тільки сприяє формуванню і об'єднанню знань з різних освітніх галузей навколо певного поняття чи теми, а й дозволяє учням цілісно сприймати навколишній світ. Доцільність інтегрованого поєднання інформації з різних навчальних дисциплін у єдине ціле пояснюється не тільки можливістю оптимізувати навчально-виховний процес, а й забезпечити різнобічне вивчення навчального матеріалу, вищий рівень його осмислення.

Принципова відмінність цілісного інтегрованого підходу до навчання від «предметоцентризованого» (сутність якого характеризується наявністю автономно-відокремленого й самостійного існування предметних дисциплін) полягає у відмінності цільового призначення, тобто за умов предметної системи домінуючою складовою мети навчання є вивчення основ окремих наук [1].

Сьогодні більшість учителів-предметників вважають, що саме належним чином відпрацьовані математичні вміння та вчасно набуті навички на міжпредметній основі дозволяють учням одержати ґрунтовні знання з предметів природничо-математичного циклу.

Таким чином, очевидно є необхідність своєчасного виявлення та взаємоузгодження змістових елементів математики та інших шкільних предметів, однак оскільки такий інтегрований підхід вимагає внесення певних змін до навчальних планів і програм, то ефективно реалізувати його в рамках традиційного навчання досить складно. В зв'язку з цим об'єктивно виникає потреба у залученні до навчально-виховного процесу сучасної школи нових методів та педагогічних технологій, які

сприяли б становленню інтеграції у навчанні, як ефективного засобу комплексного розв'язання навчально-виховних завдань.

Однією з таких педагогічних технологій є проектна технологія навчання, в основу якої покладена ідея навчання засобами самостійної, активної, творчої діяльності учнів з урахуванням їх особистих інтересів, здібностей, нахилів.

Аналіз актуальних досліджень. Аналізуючи науково-методичну літературу, можна зробити висновок про те, що дослідження проблем інтеграції знань науковці та педагоги проводили у наступних напрямках:

- інтегрування змісту різних навчальних предметів (О.Савченко [2]);
- інтегрування навчального матеріалу з різних предметів з метою вивчення важливих наскрізних тем (Н.Присяжнюк [3]);
- інтегрування несхожих між собою видів діяльності, що підпорядковані одній темі (Н.Присяжнюк, О.Савченко та інші);
- інтегрування навчального матеріалу з метою поглибленого та професійно орієнтованого викладання циклу споріднених предметів (С.Трубачева [4]);
- інтегрування як засіб подолання вузькопредметної автономії навчальних дисциплін – предметоцентризму (Ю.Хайрулліна [5]);
- інтегрування навчальних предметів з метою створення нових програм і підручників, орієнтованих на інтегрований підхід (І.Бех [6]) тощо.

Проте, незважаючи на численну кількість досліджень щодо проблеми інтегрованого підходу у навчанні, питання системної інтеграції знань у проектному навчанні, зокрема алгебри, є на сьогодні мало розглянутим. Варто зазначити, що інтегроване і проектне навчання об'єднують багато однакових змістових компонентів таких як:

- включення елементів самоосвіти і самоконтролю учнів в навчальний процес;
- продумане поєднання індивідуальних і групових форм роботи;
- обов'язкове врахування вікових і психологічних особливостей учнів;
- інтенсифікація навчання, формування дослідницьких здібностей;
- пошук оптимальних способів розв'язання навчальних проблем тощо [7].

З огляду на те, що сучасна математична освіта потребує збереження традицій високого рівня фундаментальності математичних знань і одночасно збагачення її ідеями дослідницьких підходів у навчанні, на нашу думку, поєднання інтегрованого і проектного навчання алгебри є доцільним та ефективним. У зв'язку з цим вважаємо наукові дослідження щодо особливостей інтегрованого підходу у проектному навчанні алгебри наразі актуальними.

Метою статті є висвітлення можливості і доцільності застосування інтегрованого підходу у проектному навчанні алгебри учнів основної школи в процесі виконання міжпредметних проектів.

Виклад основного матеріалу. У концепції сучасної шкільної освіти інтеграція розглядається не як сума, механічне об'єднання окремих питань з різних шкільних предметів, а як органічне взаємопроникнення, яке дає якісно новий результат, нове системне і цілісне бачення. У шкільному навчанні інтеграція – це природний взаємозв'язок навчальних предметів (розділів і тем різних навчальних предметів) із послідовним, глибоким і багатогранним розкриттям процесів та явищ, що вивчаються. Основою інтеграції є реалізація в навчальному процесі міжпредметних зв'язків, що сприяють систематизації й поглибленню знань учнів, формуванню в них навичок самостійної пізнавальної діяльності, перенесенню знань, одержаних на попередніх

ступенях навчання, на більш високі рівні освіти. Це особливо важливо для навчання математики, методи якої використовуються в багатьох галузях знань і людської діяльності [8].

Встановлення міжпредметних зв'язків математики з іншими навчальними предметами сприяє формуванню в учнів мотивації до навчання, здатності абстрактно мислити, всебічно розглядати різні важливі поняття і явища, усвідомлювати значимість математики як фундаментальної науки тощо.

При цьому доцільно акцентувати увагу не тільки на використанні математичного апарату у навчанні фізики, хімії, біології, географії, інформатики, трудового навчання, економіки тощо, а й на поширенні елементів знань, умінь і практичних навичок учнів з цих предметів до демонстрації прикладного застосування математичних законів та методів. В зв'язку з цим, наприклад, вивчаючи тему «Елементи прикладної математики» у розділі математичне моделювання, учителям математики доцільно було б звертати увагу на такі задачі:

1. Модуль рівнодійної двох сил, напрямлених під прямим кутом, дорівнює 25 Н. Якщо модуль однієї сили збільшити на 8 Н, а другої – зменшити на 4 Н, то модуль їх рівнодійної не зміниться. Знайти модулі цих сил.

2. При послідовному з'єднанні трьох провідників одного виду і одного провідника другого виду опір в електричному колі становитиме 18 Ом. Якщо паралельно сполучити по одному провіднику першого і другого видів, то при напрузі 24 В сила струму в електричному полі становитиме 10 А. Знайти опір провідника кожного виду.

3. Цистерна наповнена концентрованою сірчаною кислотою, що містить 2 т води. Після того, як цю кислоту змішали з 4 т води, концентрація її знизилася на 15 %. Скільки кислоти було в цистерні спочатку [9] ?

4. Під час дослідження головного мозку встановлено, що відстань між двома досліджуваними структурами становить 6000 мм, а у формуванні цього шляху беруть участь три нейрони. Визначте повний час проходження імпульсу мієлінізованими нервовими волокнами цього шляху.

Розв'язування цих задач переконує учнів в існуванні тісного зв'язку математики з різними шкільними предметами, а також мотивує їх до дослідження цього зв'язку в подальшому навчанні.

Актуальність проблеми інтеграції математики та інших дисциплін викликана ще й тим, що сьогодні досить часто можна почути нарікання учителів предметів природничо-математичного циклу, що причиною низької якості знань учнів з їх предметів є те, що учні «не знають математики», а з іншого боку, як зазначають учителі математики, учні демонструють неналежну обізнаність щодо розв'язування найпростіших задач фізичного, хімічного, економічного змісту на різного роду математичних випробуваннях (ЗНО, ДПА, моніторингах).

Пояснити наявність зазначених проблем можна не лише суб'єктивними факторами, а й певним рядом об'єктивних причин. Зменшення кількості годин, які відводяться для вивчення математики в школі не дозволяє вчителям у змісті навчання цього предмету адекватно враховувати потреби усіх природничих дисциплін, інформатики, економіки тощо, а тому, на жаль, реалізація прикладного спрямування одержаних знань на традиційних уроках математики здійснюється згідно «залишкового» принципу (якщо на це вистачить часу).

Серед інших причин слід вказати також на неузгодженість програм сучасного шкільного курсу математики з програмами зазначених дисциплін. Так, для уроків

фізики та хімії у 7 класі бракує знань учнів стосовно стандартного вигляду числа, з яким на уроках алгебри учні знайомляться тільки у 8 класі, наслідком чого є незручні (громіздкі) форми записів розв'язання задач та відповідей до них; вивчення векторів в курсі геометрії 9 класу унеможливорює розв'язання задач з фізики у 8 класі на застосування правила паралелограма додавання векторів (під час знаходження рівнодійної сил); розглядаючи заломлення світла у 7 класі вчителям фізики доводиться обходити властивість показника заломлення, так як учні ще не вивчали поняття синуса кута на уроках математики.

Звісно, вчителі фізики, хімії та інших предметів оглядово розглядають ті математичні поняття, які необхідні їм для роботи з учнями, чи на рівні домовленості разом з учителями математики організовують вибіркоче випереджальне вивчення деяких тем. Проте, оскільки в більшості випадків таке розв'язання існуючих проблем не має системного підходу, то, як правило, воно не дає стабільного позитивного результату. Очевидно, що в сучасній школі затребуваною є така модель навчання, яка стимулювала і посилювала б позитивну мотивацію до навчання, формувала б здатність до самоосвіти і самоорганізації, враховувала б запити й інтереси учнів, розв'язувала б ті навчальні проблеми, з якими зустрічаються учні та вчителі на традиційних уроках. Побудова таких моделей навчання можлива в умовах застосування інноваційних методів і педагогічних технологій навчання.

Серед них особливої уваги заслуговує проектна технологія навчання, суть та ідея якої полягають в організації самостійної, пошукової, дослідницької роботи учнів. Застосування проектних технологій у навчанні, зокрема алгебри, сприяє формуванню інтегрованої здатності цілісно поєднувати знання, уміння, навички, досвід для самостійного пізнання навколишнього світу. Завдяки дослідницькій проектній діяльності учні глибше, повніше осмислюють поняття, закони, теорії, події, явища, вчать узагальнювати, систематизувати, логічно упорядковувати інформацію, робити висновки та обґрунтовувати їх правильність [10].

Реалізація проектної технології відбувається в процесі розробки, виконання та захисту учнями навчальних проектів. Робота над проектом передбачає вияв спостережливості, працьовитості, наполегливості, здатності самоконтролю та самооцінки учнів, вміння зосередитися, винаходити несподівані навіть для себе ситуації, варіанти розв'язання тощо.

У навчанні алгебри учнів основної школи доцільними (за предметно-змістовною спрямованістю) є як монопроекти (виконуються в рамках вивчення алгебри, хоча можуть частково застосовувати знання з інших дисциплін), так і міжпредметні проекти (передбачають інтеграцію алгебри з кількома предметами). Саме виконання міжпредметних проектів сприяє:

- поглибленню знань та розширенню діапазону їх практичного застосування;
- формуванню узагальнення знань з різних предметів;
- формуванню здатності шукати необхідні та істотні опорні міжпредметні знання;
- формування здатності міжпредметного перенесення знань;
- формуванню в учнів цілісної системи про закони пізнання навколишнього світу тощо.

Міжпредметне проектування важливе вже на етапі передпрофільного навчання алгебри, оскільки в цей період актуалізується питання майбутнього професійного вибору учнів. Учні відчують потребу в усвідомленні ролі знань у житті і навчанні: оцінюють знання не як самоціль, а як засіб реалізації своїх життєвих і професійних планів. Виконання міжпредметного проекту, що вимагає інтеграції знань, отриманих з

різних освітніх галузей, може стати навіть в деякій мірі професійним іспитом для учня. Зазвичай міжпредметні проекти виконуються в позаурочний час, бо потребують консультації не тільки учителів-предметників, а й науковців (оскільки мають елементи випереджального навчання), проте, на нашу думку, доцільно розглядати і такі проекти, окремі компоненти яких можна було б вносити в структуру уроків. В таблиці 1 наведені приклади можливих тем таких міжпредметних проектів, які підпорядковані навчальній програмі з алгебри основної школи.

Таблиця 1

Тема міжпредметних проектів

№ з/п	Тема проекту	Клас	Тема програми з алгебри	Інтеграція предметів	Форма презентації результатів проекту
1.	Застосування пропорції до розв'язування задач з фізики	7	Повторення, систематизація і поглиблення навчального матеріалу з курсу 6 класу	Алгебра, фізика	Доповіді, математичне змагання
2.	Лінійна функція в описі прямолінійного рівномірного руху	7	Функції	Алгебра, фізика	Виготовлення дидактичних матеріалів
3.	Степень з цілим показником і його застосування у фізиці, хімії, біології	8	Раціональні числа	Алгебра, фізика, хімія, біологія	Доповіді, комп'ютерні презентації
4.	Математичне моделювання в біології, екології, економіці	9	Елементи прикладної математики	Алгебра, біологія, екологія, економіка	Доповіді на учнівських конференціях
5.	Застосування математичних закономірностей у задачах з фізики та хімії	9	Повторення, систематизація і поглиблення навчального матеріалу з курсу 9 класу	Алгебра, фізика, хімія	Доповіді на учнівських конференціях
6.	Вибрані питання теорії наближень та їх застосування	9	Елементи прикладної математики	Алгебра, фізика	Доповіді, математичне змагання
7.	Розв'язування прикладних задач з теорії ймовірностей	9	Елементи прикладної математики	Алгебра, геометрія, фізика, економіка, хімія, інформатика	Доповіді, математичне змагання
8.	Квадратична функція у задачах з фізики та природознавства	9	Функції	Алгебра, фізика, інформатика, природознавство	Виготовлення дидактичних матеріалів
9.	Розв'язування текстових задач хімічного змісту за допомогою систем лінійних алгебраїчних рівнянь	9	Елементи прикладної математики	Алгебра, хімія, інформатика	Доповіді, математичне змагання

Використання вчителем математики наведених тем міжпредметних проектів (табл. 1) надасть можливість учням під час виконання зазначених проектів не тільки поглибити знання з алгебри, але й розширити свій кругозір, повторити раніше вивчений матеріал з інших предметів, вивчити новий матеріал з таких предметів як фізика, інформатика, хімія, біологія, екологія, економіка тощо.

Висновки. Таким чином, з метою узгодженого вивчення багатопланових математичних об'єктів, формування в учнів цілісного уявлення про те чи інше поняття, уникнення неоднозначності трактування одних і тих самих явищ проектне навчання алгебри учнів основної школи доцільно проводити з використанням інтегрованого підходу. Це дозволить об'єднати знання з окремих предметів в єдину цілісну систему. На нашу думку, проектне навчання алгебри учнів основної школи є ефективним способом інтеграції знань з багатьох шкільних дисциплін. Перспективи подальших досліджень полягають у дослідженні ефективності використання інтегрованого підходу у проектному навчанні алгебри учнів основної школи.

Список використаних джерел

1. Чернецька Т.І. Сучасний урок: теорія і практика моделювання : [навч. посібник] / Т.І. Чернецька. – К.: ТОВ «Праймдрук», 2011. – 352с.
2. Савченко О.Я. Теоретичні засади якості шкільної освіти / О.Я. Савченко // Шлях освіти. – 2005. – №3. – С. 28–32.
3. Присяжнюк Н.І. Інтегровані уроки / Н.І.Присяжнюк // Початкова школа. – 1996. – № 8. – С. 27–31.
4. Трубачева С.Є. Інтеграція змісту шкільної освіти в умовах профільного навчання / С.Є.Трубачева // Наукові записки. – Вінниця, 2004. – №11. – С. 175–177. – (Серія: Педагогіка і психологія).
5. Хайрулліна Ю.О. Інтеграція мистецтв у процесі художньо-естетичного розвитку учнів загально-освітніх шкіл / Ю.О.Хайрулліна // Вісник Житомирського державного університету імені Івана Франка. – 2005. – С.254–256. – (вип.21).
6. Бех І.Д. Принципи сучасної освіти / І.Д.Бех // Педагогіка і психологія. – 2005. – №4. – С. 5–27.
7. Пінчук Г.Г. Інтеграція навчального процесу як чинник розвитку пізнавальної активності учнів: Електронний варіант / Г.Г.Пінчук, О.В.Титар. – Режим доступу: <http://osvita.ua/school/lessons>.
8. Глобін О.І. Міжпредметні зв'язки в умовах профільного навчання математики: методичний посібник для вчителів/ Глобін О.І. – К.: Педагогічна думка, 2012. – 88 с.
9. Мерзляк А.Г. Алгебра : Підручн. для 9 кл. з поглибл. вивченням математики / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х. : Гімназія, 2012. – 384 с.
10. Мацько Н.Д. Метод проектів у профільному навчанні математики: методичний посібник/ Мацько Н.Д. – К.: Педагогічна думка, 2012. – 128 с.

Анотація. *Мовчан С.М. Інтегрований підхід у проектному навчанні алгебри учнів основної школи.*

У науковій статті описується доцільність використання інтегрованого підходу у проектному навчанні алгебри учнів основної школи, оскільки такий підхід у навчанні не тільки сприяє формуванню і об'єднанню знань з різних освітніх галузей навколо певного поняття чи теми, а й дозволяє учням цілісно сприймати навколишній світ.

Доцільність інтегрованого поєднання інформації з різних навчальних дисциплін у єдине ціле пояснюється не тільки можливістю оптимізувати навчально-виховний процес, а й забезпечити різнобічне вивчення навчального матеріалу, вищий рівень його осмислення. У статті акцентовано увагу не тільки на використанні математичного апарату у навчанні фізики, хімії, біології, географії, інформатики, трудового навчання, економіки тощо, а й на поширенні елементів знань, умінь і практичних навичок учнів з цих предметів до демонстрації прикладного застосування математичних законів та методів, при цьому наведено приклади задач з теми «Елементи прикладної математики» та приклади можливих тем міжпредметних проектів, які підпорядковані навчальній програмі з алгебри основної школи.

Ключові слова: проект, проектне навчання, інтеграція, інтеграційний підхід, алгебра, основна школа.

Аннотация. Мовчан С.Н. Интегрированный подход в проектном обучении алгебре учеников основной школы.

В научной статье описывается целесообразность использования интегрированного подхода в проектном обучении алгебре учащихся основной школы, поскольку такой подход в обучении не только способствует формированию и объединению знаний из различных образовательных областей вокруг определенного понятия или темы, но и позволяет ученикам целостно воспринимать окружающий мир. Целесообразность интегрированного сочетания информации из различных учебных дисциплин в единое целое объясняется не только возможностью оптимизировать учебно-воспитательный процесс, но и обеспечить разностороннее изучение учебного материала, высокий уровень его осмысления. В статье акцентировано внимание не только на использовании математического аппарата в обучении физики, химии, биологии, географии, информатики, трудового обучения, экономики и т.д., но и на распространении элементов знаний, умений и практических навыков учащихся по этим предметам в демонстрации прикладного применения математических законов и методов, при этом приведены примеры задач по теме «Элементы прикладной математики» и примеры возможных тем межпредметных проектов, которые подчинены учебной программе по алгебре основной школы.

Ключевые слова: проект, проектное обучение, интеграция, интеграционный подход, алгебра, основная школа.

Abstract. Movchan S. Integrated approach in project teaching algebra secondary school pupils.

In the scientific article describes the feasibility of using an integrated approach in project teaching algebra secondary school pupils, as this approach in education not only promotes and combining knowledge from different educational areas around certain topics or concepts, but also allows students holistically perceive the world. The feasibility of an integrated combination of information from different disciplines in a single unit due not only to optimize the educational process, but also provide versatile study of educational material, a higher level of understanding. In the article attention is focused not only on the use of mathematical tools to study physics, chemistry, biology, geography, science, labor studies, economics, etc., but also in distributing the elements of knowledge and practical skills of students in these subjects to demonstrate the application the application of mathematical

laws and methods, with examples of problems with the theme "Elements of Applied mathematics" and examples of possible topics of interdisciplinary projects, which are subject curriculum from primary school algebra.

Key words: *design, project training, integration, integration approach, algebra, elementary school.*

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Одінцова О.О. Особливості створення математичних моделей задач, що вивчаються в лінійному програмуванні // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 1(7). – С. 105-113.

Odintsova O. The features of mathematical models' construction of linear programming problems // Physics and Mathematics Education : scientific journal. – 2016. – Issue 1 (7). – P. 105-113.

УДК 378.147.31,34:517.977.5

О.О. Одінцова

Сумський державний педагогічний університет ім. А.С. Макаренка, Україна

ОСОБЛИВОСТІ СТВОРЕННЯ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ ЗАДАЧ, ЩО ВИВЧАЮТЬСЯ В ЛІНІЙНОМУ ПРОГРАМУВАННІ

Постановка проблеми. Серед сучасних математичних методів наукового дослідження найбільшого поширення набув метод математичного моделювання. Він також використовується як метод навчального пізнання у вищій і в загальноосвітній школі. Так, сучасна програма з математики як для основної, так і для старшої школи підкреслює надзвичайну важливість навчання учнів елементів математичного моделювання для формування в них системи дієвих знань і вмінь, зокрема однією із цілей навчання математики в школі є: «...формування усвідомлення учнями математичних знань як важливої складової загальної культури людини, необхідної умови її повноцінного життя в сучасному світі на основі ознайомлення школярів з ідеями та методами математики як універсальної мови науки і техніки, ефективного засобу моделювання і дослідження процесів та явищ навколишньої дійсності» [1]. Ще важливішим, ніж для учнів, є опанування навичками математичного моделювання студентами педагогічних ВНЗ.

Базою для формування таких навичок математичного моделювання та прийомів діяльності, що входять до складу математичного моделювання, є завдання прикладного характеру. У шкільній математиці реалізація прикладної спрямованості навчання сприймається як одна з цілей навчання, але, на жаль, не підкріплена достатньо ні на змістовому, ні на методичному рівнях. Проте реалізація прикладної спрямованості навчання математики полягає саме в такій організації навчального процесу, що забезпечує учнів володінням математичним моделюванням як прийомом діяльності разом з іншими прийомами діяльності. Однією з причин такого становища є слабе володіння вчителями прийомами та методами математичного моделювання. Отже, варто сформувати навички такого роду діяльності ще під час навчання майбутніх педагогів. Але через брак часу на вивчення математичних дисциплін у педагогічних університетах викладачі досить часто виключають питання, пов'язані із побудовою

математичних моделей та розгляду прикладних задач, що підводять під поняття, із змісту відповідного курсу.

Аналіз актуальних досліджень. У сучасній науці моделювання розглядають як один із методів пізнання реального світу, для якого чітко прослідковується зв'язок з такими загальнонауковими методами як метод подібності та метод аналогії. Тому методологія математичного моделювання бурхливо розвивається, вона охоплюючи все нові і нові сфери – від розробки технічних схем до аналізу економічних та соціальних процесів.

Фундаторами сучасної методології математичного моделювання були В.М.Глушков (1923-1982), Б. В. Гнеденко (1912-1995), А. М. Колмогоров (1903-1987), О.А. Самарський (1919-2008), А.М. Тихонов (1931-2003), В. С.Королюк (р.н.1925), А.Ф. Турбін (р.н. 1940) та інші. Названі вчені, розробляючи методи математичного моделювання та використовуючи їх в різних галузях науки і техніки, прийшли ще в 70-х – 90-х роках ХХ століття до думки про необхідність навчання математичного моделювання студентів університетів, учнів загальноосвітніх шкіл. Розвиток інформаційно-комунікаційних технологій підсилив потребу такого навчання [2].

В Україні на сьогодні питаннями методології математичного моделювання та залученням його до освітнього процесу займаються Н.Кугай, В.Волошина, С.Раков, Є.Борисов та інші. Зокрема Н.Кугай вважає, що метод математичного моделювання є засобом формування методологічної компетентності майбутнього вчителя математики, що є невід'ємним компонентом професійно - педагогічної компетентності [3].

Мета статті. Питання про створення математичних моделей та їх використання є природним для прикладних розділів математичної науки, до яких відноситься математичне, зокрема лінійне програмування. Тому варто скористатися потенціалом цієї науки для вироблення навичок у студентів створення багатовимірних математичних моделей та їх опрацювання. Відповідно до цього метою статті є з'ясування науково-методичних особливостей створення математичних моделей задач лінійного програмування.

Виклад основного матеріалу. У навчальному процесі під час вивчення різних математичних дисциплін пропонують два види математичних моделей, які розрізняють за їхнім призначенням: математичні моделі прикладних задач; математичні моделі абстрактних теорій та об'єктів.

Для другого виду математичних моделей найбільше доцільним є означення Л.Д. Кудрявцева: «*Математична модель* – це логічна структура, у якій описано ряд відношень між її елементами» [4,41].

Першому ж виду моделей відповідає означення, сформульоване А.М. Тихоновим: «*Математична модель* – це наближений опис будь-якого класу явищ навколишнього світу за допомогою математичної символіки» [5,62]. І, відповідно до цього означення: *математичним моделюванням* називають метод наукового дослідження реальних об'єктів, процесів чи явищ, який ґрунтується на застосуванні математичної моделі як засобу дослідження [2].

Як зазначає І.І. Блехман, *математична модель* у найпростіших випадках «... може бути відрізком, функцією, вектором, матрицею, скалярною величиною або навіть конкретним числом» [6,57]. У складніших випадках вона уможливорює зведення дослідження нематематичного об'єкта до розв'язання математичної задачі, користуючись універсальним математичним апаратом, і як наслідок – отримати не тільки кількісну, а й якісну інформацію про досліджуваний об'єкт.

Оскільки лінійне програмування вивчає задачі прикладного характеру та розробляє методи їх розв'язування, то в подальшому будемо користуватися означенням математичної моделі та математичного моделювання, що дані А.М. Тихоновим.

Як відомо, процес розв'язування будь-якої прикладної задачі складається з наступних етапів:

- створення математичної моделі;
- розв'язування задачі відомими методами або розробка нових методів;
- аналіз отриманих результатів;
- впровадження результатів у життя (виробництво).

Психологи розглядають розв'язування задачі як процес її послідовного переформулювання, під час якого відбувається безперервний аналіз умов і вимог задачі через синтетичний акт віднесення їх один з одним [7]. При цьому всі переформульовані задачі є моделями вихідної. Тому переформульовані задачі є способом її моделювання [8].

Як свідчить історія розвитку математичної думки, шкільна практика, власний довід, процес побудови математичної моделі досить часто є доволі складним (прикладом може слугувати відома модель Леонтьєва), іноді це навіть призводить до появи нових розділів математичної науки. Не є виключенням і математичне програмування, оскільки більшість дослідників вважає «відправною» точкою появи цього розділу прикладної науки – спробу побудувати у 1930 році радянським економістом А.М.Толстим математичної моделі задачі про оптимальний сумарний кілометраж (прототипу транспортної задачі) [9, 5].

Термін «програмування» пояснюється тим, що перші дослідження та перші застосування лінійних оптимізаційних завдань були у сфері економіки, а з англійської мови слово «programming» означає планування, складання плану дій. Термінологія відображає тісний зв'язок, що існує між математичною постановкою задачі та її економічною інтерпретацією.

Оптимізаційні задачі, що розв'язуються у математичному програмуванні виникають тоді, коли, наприклад, ресурсів, що є в наявності не вистачає для виконання робіт найбільш ефективним способом. Тому метою розв'язування задачі є відшукування такого розподілу ресурсів при якому: або мінімізуються загальні витрати, або максимізується загальний прибуток.

Для вироблення навичок та прийомів математичного моделювання деякі дослідники вважають, що задачі, що мають схожі математичні моделі або способи розв'язування, варто розглядати так званими циклами.

Умови більшості задач лінійного програмування традиційно подаються у табличному вигляді, тому доцільно розглянути створення математичної моделі для таких задач.

Задача № 1. (Складання раціону).

Для того, щоб при відгодівлі тварин вагою 30 – 40 кг одержати середнє збільшення маси на 300 – 400 г на добу, за нормами у щоденному раціоні повинні міститися такі речовини:

- кормові одиниці – не менше 1,6 кг;
- протеїн (білок) – не менше 200 г;
- каротин – не менше 10 мг.

Для відгодівлі використовують: ячмінь, боби, сінне борошно. Вміст поживних речовин в 1 кг цих кормів та вартість 1 кг корму наведені в таблиці 1.

Таблиця 1

Поживна речовина	Вміст поживних речовин в 1 кг корму		
	ячмінь	боби	Сінне борошно
Кормові одиниці, кг	1,2	1,4	0,8
Протеїн, г	80	280	240
Каротин, мг	5	5	100
Ціна 1 кг корму, грн	13	18	16

Потрібно скласти щоденний раціон, який задовольняв би необхідну поживність при мінімальних витратах на корми.

Створення моделі. Через x_1, x_2, x_3 (кг) позначають – кількість кормів відповідного виду, що будуть використані для щоденної відгодівлі. Доповнюють таблицю наступним чином:

Таблиця 2

Поживна речовина	Вміст поживних речовин в 1 кг корму			Щоденна необхідна поживність
	ячмінь	боби	Сінне борошно	
Кормові одиниці, кг	1,2	1,4	0,8	1,6
Протеїн (білок), г	80	280	240	200
Каротин, мг	5	5	100	10
Ціна 1 кг корму, грн	13	18	16	
Вага корму, кг	x_1	x_2	x_3	

Отже, кормових одиниць у всіх видах кормів щодня буде:

$1,2x_1 + 1,4x_2 + 0,8x_3 \geq 1,6$ (кг), відповідно протеїну: $80x_1 + 280x_2 + 240x_3 \geq 200$ (г), а каротину: $5x_1 + 5x_2 + 100x_3 \geq 10$ (мг).

Необхідна щоденна поживність задається системою:

$$\begin{cases} 1,2x_1 + 1,4x_2 + 0,8x_3 \geq 1,6 \\ 80x_1 + 280x_2 + 240x_3 \geq 200, \\ 5x_1 + 5x_2 + 100x_3 \geq 1,6, \\ x_{1,2,3} \geq 0. \end{cases} \quad (1)$$

Вартість усіх використаних кормів буде становити: $13x_1 + 18x_2 + 16x_3$.

Цей вираз позначають Z , називають цільовою функцією. З умови задачі випливає, що потрібно знайти мінімум $Z = 13x_1 + 18x_2 + 16x_3$ при виконанні умов системи (1).

Отже, математичною моделлю розглядуваної задачі буде запис:

$$Z = 13x_1 + 18x_2 + 16x_3 \rightarrow \min$$

за умов

$$\begin{cases} 1,2x_1 + 1,4x_2 + 0,8x_3 \geq 1,6 \\ 80x_1 + 280x_2 + 240x_3 \geq 200, \\ 5x_1 + 5x_2 + 100x_3 \geq 1,6, \\ x_{1,2,3} \geq 0. \end{cases}$$

Доцільно одночасно розглянути узагальнення такого типу задач.

Нехай є n видів продуктів (кормів) P_j , в яких міститься m різних поживних речовин S_i . Відомо: a_{ij} – вміст поживної речовини S_i в 1 кг продукту P_j , b_i – необхідна щоденна поживність по кожному виду S_i , c_j – вартість 1 кг кожного виду корму P_j ($i = 1 \div m, j = 1 \div n$). Потрібно скласти такий раціон мінімальної вартості, щоб забезпечити необхідну щоденну поживність.

Табличний запис умови задачі.

Таблиця 3

Поживна речовина	Вміст поживних речовин в 1 кг корму				Щоденна необхідна поживність
	P_1	P_2	...	P_n	
S_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	b_1
S_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	b_2
...	...	...	...	...	...
S_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	b_m
Ціна 1 кг корму	c_1	c_2	...	c_n	

Після уведення невідомих (x_j – вага корму P_j), таблиця набуде наступного вигляду:

Таблиця 4

Поживна речовина	Вміст поживних речовин в 1 кг корму				Щоденна необхідна поживність
	P_1	P_2	...	P_n	
S_1	a_{11}	a_{12}	...	a_{1n}	b_1
S_2	a_{21}	a_{22}	...	a_{2n}	b_2
...	...	...	...	...	...
S_m	a_{m1}	a_{m2}	...	a_{mn}	b_m
Ціна 1 кг корму, гр.од.	c_1	c_2	...	c_n	
Вага корму, кг	x_1	x_2	...	x_n	

І математична модель узагальненої задачі матиме такий запис:

$$Z = c_1 x_1 + c_2 x_2 + \dots + c_n x_n \rightarrow \min$$

за умов

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n \geq b_1, \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n \geq b_2, \\ \dots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n \geq b_m, \\ x_{ij} \geq 0, i = 1 \div m, j = 1 \div n. \end{cases}$$

Інший тип задач, що розглядаються в лінійному програмуванні, – це так звані задачі планування виробництва. Досить часто умова таких задач подається структурованою, як і у вищерозглянутій задачі складання раціону. Якщо умову задачі не записано у таблицю, то для спрощення створення математичної моделі, варто структурувати умову.

Задача 2 (планування виробництва).

Продукцією молокозаводу є: фасовані молоко, кефір, сметана. На виготовлення 1 т молока, кефіру та сметани потрібно 1010, 1010 та 9450 кг молока відповідно. Витрати робочого часу на фасування молока та кефіру складають 0,18 та 0,19 машино-годин. На фасування 1 т сметани спеціальними автоматами – 3,25 год.

Всього на виготовлення продукції завод може використовувати 136000 кг молока.

Основне обладнання може бути зайнято протягом 21,4 машино-годин, а автомати по фасуванню сметани – 16,25 год. У таблиці 5 наведено прибуток від продажу 1 тонни кожного виду продукції.

Таблиця 5

Прибуток від продажу 1 т	
Молока	30 гр. од.
Кефіру	42 гр. од.
Сметани	136 гр. од.

Завод повинен виготовляти не менше 100 т молока. На виготовлення іншої продукції обмежень немає. Потрібно скласти план виробництва, щоб одержати максимальний прибуток.

Створення моделі. Структурують умову задачі в таблицю, що містить дані задачі (таблиця 6).

Таблиця 6

	Молоко	Кефір	Сметана	Загал
Незбиране молоко, кг на 1 т	1010	1010	9450	136000
Витрати робочого часу основного обладнання, машино-годин	0,18	0,19		21,4
Витрати робочого часу спеціального обладнання, години			3,25	16,25
Прибуток, гр. од	30	42	136	
Необхідна кількість молока, т	≥ 100			

Позначивши кількість молока, кефіру та сметани, що планується випускати, відповідно через x_1 , x_2 , x_3 тонн, та дописавши ще рядок у таблиці, отримаємо наступну математичну модель задачі.

Система обмежень, що враховує витрати на виробництво:

$$\begin{cases} 1010x_1 + 1010x_2 + 9450x_3 = 13600, \\ 0,18x_1 + 0,19x_2 = 21,4, \\ \quad \quad \quad + 3,25x_3 = 16,25, \\ x_1 \geq 100, \\ x_j \geq 0, j = 1 \div 3. \end{cases}$$

Цільова функція Z , що враховує прибуток від виробництва має вигляд:

$$Z = 30x_1 + 42x_2 + 136x_3.$$

І математична модель даної задачі :

$$Z = 30x_1 + 42x_2 + 136x_3 \rightarrow \max$$

$$\text{за умов} \quad \begin{cases} 1010x_1 + 1010x_2 + 9450x_3 = 13600, \\ 0,18x_1 + 0,19x_2 = 21,4, \\ \quad \quad \quad + 3,25x_3 = 16,25, \\ x_1 \geq 100, \\ x_j \geq 0, j = 1 \div 3. \end{cases}$$

Доцільно після створення математичної моделі задачі планування виробництва обговорити зі студентами дані, що містяться в умові, а саме: що таке незбиране молоко? (Молоко від корови), що таке нормоване молоко? (Це молоко, жирність якого відповідає нормам 2,5%, 3,2% тощо), чому на виговлення 1 т молока чи кефіру потрібно більше 1 т незбираного молока? (Бо молоко від корови має більшу жирність, ніж нормоване), чому на виготовлення 1 т сметани слід використати стільки незбираного молока? (Сметану роблять із вершків) і подібні.

Аналогічні питання можна поставити до будь-якої прикладної задачі, модель якої створюється. Вони дозволяють з'ясувати рівень життєвих компетенцій студентів.

Слід постійно акцентувати увагу на спільних та відмінних рисах створених моделей.

Крім розглянутих типів задач, як видно, умови яких досить легко структуруються у таблицю, існує цілий ряд задач, умови яких не дозволяють таких дій.

Задача 3 (про розкрій).

Для виготовлення певного виробу потрібні 3 планки: одна на 2 м, дві по 1,5 м кожна. Запас становить: 400 рейок по 5 м і 100 рейок по 6,5 м.

Визначити, як треба розрізати рейки, щоб одержати найбільшу кількість виробів із вказаних планок.

Створення моделі.

Спочатку слід з'ясувати, всі можливі способи розрізання кожного виду рейок для отримання необхідних планок при мінімальній кількості відходів:

рейки по 5 м	рейки по 6,5м
1 спосіб $2 \cdot 2\text{м} + 0 \cdot 1,5\text{м} (1\text{м}),$	4 спосіб $3 \cdot 2\text{м} + 0 \cdot 1,5\text{м} (0,5\text{м}),$
2 спосіб $1 \cdot 2\text{м} + 2 \cdot 1,5\text{м} (0\text{м}),$	5 спосіб $2 \cdot 2\text{м} + 1 \cdot 1,5\text{м} (1\text{м}),$
3 спосіб $0 \cdot 2\text{м} + 3 \cdot 1,5\text{м} (0,5\text{м}),$	6 спосіб $1 \cdot 2\text{м} + 3 \cdot 1,5\text{м} (0\text{м}),$
	7 спосіб $0 \cdot 2\text{м} + 4 \cdot 1,5\text{м} (0,5\text{м}).$

Через x_i позначають кількість рейок, що буде розрізаною i -им способом. Тоді з рейок по 5 м буде отримано планок

1 способом	$2 \cdot 2\text{м} + 0 \cdot 1,5\text{м} (1\text{м}) - x_1$ рейка,
2 способом	$1 \cdot 2\text{м} + 2 \cdot 1,5\text{м} (0\text{м}) - x_2$ рейки,
3 способом	$0 \cdot 2\text{м} + 3 \cdot 1,5\text{м} (0,5\text{м}) - x_3$ рейки,
а з рейок по 6,5м	
4 способом	$3 \cdot 2\text{м} + 0 \cdot 1,5\text{м} (0,5\text{м}) - x_4$ рейки,
5 способом	$2 \cdot 2\text{м} + 1 \cdot 1,5\text{м} (1\text{м}) - x_5$ рейок,
6 способом	$1 \cdot 2\text{м} + 3 \cdot 1,5\text{м} (0\text{м}) - x_6$ рейок,
7 способом	$0 \cdot 2\text{м} + 4 \cdot 1,5\text{м} (0,5\text{м}) - x_7$ рейок.

Відповідно, рейок довжиною 5 м буде використано: $x_1 + x_2 + x_3 = 400$, а довжиною 6,5м: $x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 100$. При цьому 2-х метрових планок буде утворено $2x_1 + x_2 + 3x_4 + 2x_5 + x_6$, а 1,5 м – $2x_2 + 3x_3 + x_1 + x_5 + 3x_6 + 4x_7$. Оскільки на 1 виріб потрібно 2 планки по 1,5м і 1 по 2м, то

$$2(2x_1 + x_2 + 3x_4 + 2x_5 + x_6) = 2x_2 + 3x_3 + x_5 + 3x_6 + 4x_7,$$

$$4x_1 - 3x_3 + 6x_4 + 3x_5 - x_6 - 4x_7 = 0.$$

Тепер система обмежень буде мати вигляд:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 400, \\ x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 100, \\ 4x_1 - 3x_3 + 6x_4 + 3x_5 - x_6 - 4x_7 = 0, \\ x_i \geq 0, j = 1 \div 7. \end{cases} \quad (2)$$

Оскільки число готових виробів – це число двометрових планок, то цільова функція задається так

$$Z = 2x_1 + x_2 + 3x_4 + 2x_5 + x_6 \rightarrow \max.$$

І математична модель – потрібно знайти максимум функції

$$Z = 2x_1 + x_2 + 3x_4 + 2x_5 + x_6$$

за умов $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 400, \\ x_4 + x_5 + x_6 + x_7 = 100, \\ 4x_1 - 3x_3 + 6x_4 + 3x_5 - x_6 - 4x_7 = 0, \\ x_i \geq 0, j = 1 \div 7. \end{cases}$

Висновки. Як показує досвід, створення математичних моделей різних задач, що вивчаються у лінійному програмуванні, дозволяє:

- 1) мотивувати студентів до подальшого вивчення дисципліни (традиційне питання, що у них виникає: як це розв'язується?);
- 2) демонструвати практичну значущість математики;
- 3) розширювати світогляд студентів, як через самі прикладні задачі, так і через розгляд суміжних питань, пов'язаних з умовою задачі;
- 4) формувати навички та прийоми математичного моделювання.

Список використаних джерел

1. Програма з математики: <http://iitzo.gov.ua/serednya-osvita-navchalni-prohramy>.
2. Панченко Л.Л. Про понятійний апарат математичного моделювання в загальноосвітній школі та педагогічному вузі/ Панченко Л. // Науковий часопис НПУ ім. М.П. Драгоманова. Серія № 3. Фізика і математика у вищій і середній школі. – К.: Вид-во НПУ ім. М.П. Драгоманова, 2004. – № 1. – С.89-97.
3. Кугай Н. Математичне моделювання як засіб формування методологічної компетентності вчителя математики/ Н.Кугай. Є.Борисов // Математика в рідній школі. – 2015. – № 5. – С.31-34.
4. Кудрявцев Л.Д. Современная математика и её преподавание / Л.Д. Кудрявцев. – М.: Наука, 1985. – 170 с.
5. Тихонов А.Н. Математическая модель/ А.Н.Тихонов // Мат. Энциклопедия. Т.3. – М.: Из-дво физ.-мат. Лит-ры, 1982. – 592с.
6. Блехман И.И. Прикладная математика : предмет, логика, особенности подходов / И.И.Блехман, А.Д.Мышкис, Я.Г.Пановка. – К.: Наук. думка, 1976. – 272 с.
7. Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования/ С.Л.Рубинштейн. – М.: Педагогика, 1989. – 488с.
8. Волошена В. Математичне моделювання в процесі розв'язування фізичних вправ/В.Волошена// Математика в рідній школі. – 2015. – № 6. – С.30-32.
9. Кузнецов Ю.Н., Кузубов В.И., Волощенко А.Б. Математическое программирование. – М.: Высшая школа, 1980. – 304 с.

Анотація. Одінцова О.О. Особливості створення математичних моделей задач, що вивчаються в лінійному програмуванні.

У статті аргументовано важливість навчання елементам математичного моделювання майбутніх вчителів математики. Розкрито сутність таких понять як математична модель та математичне моделювання для прикладних задач. Наведено приклади створення багатовимірних моделей таких задач лінійного програмування як: задача планування виробництва, задача складання раціону та задача про розкрій. Для задачі складання раціону розглянуто як частинний так і загальний випадки. Наведено методичні коментарі щодо створення моделей всіх розглянутих задач, а до деяких з них, – список питань, що доцільно обговорити під час або після створення моделі. Встановлено вплив створення моделей зазначених задач на процес навчання математичному програмуванню.

Ключові слова: математична модель, математичне моделювання, лінійне програмування, прикладні задачі.

Аннотация. Одинцова О.А. Особенности создания математических моделей задач, которые изучаются в линейном программировании.

В статье аргументирована важность обучения элементам математического моделирования будущих учителей математики. Раскрыты суть таких понятий как математическая модель и математическое моделирование для прикладных задач. Рассмотрены примеры создания многомерных моделей таких задач линейного программирования как: задача планирования производства, задача составления рациона и задача про раскрой. Для задачи составления рациона рассмотрено как частный, так и общий случаи. Приведены методические комментарии к созданию математических моделей всех задач, а к некоторым из них, – вопросы, которые стоило бы обсудить во время или после создания модели. Установлено влияние создания моделей выше упомянутых задач на процесс обучения всему математическому программированию.

Ключевые слова: модель, математическое моделирование, линейное программирование, прикладные задачи.

Abstract. Odintsova O. The features of mathematical models' construction of linear programming problems.

There are the arguments of importance to teach the elements of mathematical modeling in curricula of mathematical programming in pedagogical university in this article. It's revealed such concepts as mathematical model and mathematical modeling for applications. It's consider the examples of the creation of multidimensional models of such linear programming problems as the problem of production planning, the problem of drawing up the diet and the problem about the cutting. It is consider particular and the general case for the problem of drawing up the diet. It's given the methodical comments to creature of mathematical model for all problems, it is given the questions that should be discussed during or after the creation of the model for some of them. It is found the influence of creating models of the above-mentioned problems in the learning process throughout the mathematical programming.

Key words: model, mathematical modeling, linear programming, applied problem.

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Пухно С.В. Особливості проходження адаптації першокурсників ВНЗ як чинник формування системи професійних знань // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 1(7). – С. 115-125.

Pukhno S. The features of passing the university fresher's adaptation as a factor of formation of professional knowledge system // Physics and Mathematics Education : scientific journal. – 2016. – Issue 1 (7). – P. 115-125.

УДК 378. 046. 2

С.В. Пухно

Сумський державний педагогічний університет ім. А.С. Макаренка, Україна

ОСОБЛИВОСТІ ПРОХОДЖЕННЯ АДАПТАЦІЇ ПЕРШОКУРСНИКІВ ВНЗ ЯК ЧИННИК ФОРМУВАННЯ СИСТЕМИ ПРОФЕСІЙНИХ ЗНАНЬ

Постановка проблеми. Значення особливостей адаптації першокурсників до навчання у ВНЗ в процесі професійного становлення майбутніх вчителів на сьогодні є актуальною проблемою щодо організації навчально-виховного процесу вищого навчального закладу. Актуальними сьогоденню є проблеми дослідження особливостей адаптації першокурсників до навчання у ВНЗ, а також основних чинників, що впливають на специфіку її проходження, і відповідно, з урахуванням цих особливостей, напрацювання навчально-методичного забезпечення процесу навчання. Від визначеного залежить ефективність формування фахової підготовки майбутнього викладача. Вказане вимагає активної дослідницької уваги, оскільки сучасність потребує досить високого рівня виконання спеціалістами різних галузей своїх професійних функцій. Професійна діяльність педагога є однією з найбільш складних, оскільки вчитель повинен володіти досить значною та складною системою спеціального знання, вмінь та навичок під час виконання професійних функцій з прогнозуванням наслідків своєї діяльності.

Аналіз актуальних досліджень. Сучасні дослідження з питань професійного становлення молоді людини висвітлюють широке коло актуальних питань сьогодення: проблеми мотивації професійної діяльності [1]; особливостей адаптації першокурсників до навчання у ВНЗ [3]; чинників проходження адаптаційних процесів та їх наслідків для навчання студентів; творчої активності потенційного фахівця в професійній діяльності [2]; професійної працездатності особистості [1]; професійної компетентності [4]; професійної самопрезентації особистості [5], тощо. Однією з розроблених на сьогодні проблем є проблема особливостей проходження адаптації першокурсників до навчання у ВНЗ, що впливають на формування професійної системи знань, вмінь і навичок як потенційної готовності і фактичної здатності людини виконувати певний вид діяльності [3]. Аналіз виділеної проблематики дає підстави для виділення питання пошуку ефективних механізмів оптимізації процесу адаптації студентів ВНЗ.

Мета статті полягає у представленні особливостей походження адаптації першокурсників під час навчання у ВНЗ, а також основних чинників, що впливають на специфіку її проходження.

Виклад основного матеріалу. Представниками наукового товариства вітчизняної психологічної думки період юнацтва розглядається, як період особистісного і професійного самовизначення, завершального етапу формування світогляду особистості. Згідно вікової періодизації, юнацький вік характеризується зміною провідного виду діяльності, яким є навчально-професійна, що пов'язано з визначенням молодою людиною свого місця в житті, формуванням складових моральної самосвідомості. Критерієм дорослішання стає оволодіння системою знань, цінностей, соціальних норм, готовність до здійснення різних видів діяльності. Цей період характеризується сформованістю ціннісно-сенсової саморегуляції поведінки, проте, як правило, – загостренням існуючих у молодій людини внутрішніх конфліктів; виникненням питань, як неможливих для розв'язання в зв'язку з ускладненням життєдіяльності: розширенням діапазону соціальних ролей з відповідною мірою самостійності і відповідальності. Перед юнацтвом постає соціальне завдання професійного самовизначення в плані реального вибору, – це стає психологічним центром соціальної ситуації розвитку молодой людини. Професійне самовизначення формує своєрідну внутрішню позицію: зверненість у майбутнє, побудова життєвих планів і перспектив.

Прояв кризи юності, пов'язаний з переходом до самостійного життя, загострюється під час проходження адаптаційних процесів у новому навчальному закладі. Процес адаптації першокурсників ВНЗ супроводжується, як правило, складними переживаннями, пов'язаними з невмінням здійснювати саморегуляцію поведінки і діяльності, що підсилюється відсутністю повсякденного контролю педагогів та батьків; пошуком оптимального режиму праці і відпочинку в нових умовах; налагодженням побуту та самообслуговування і т.п. Внаслідок недостатності життєвого досвіду, у юнаків проявляється внутрішня невпевненість, що іноді супроводжується агресивністю, почуттям власної неповноцінності.

Специфікою студентського періоду життя є те, що провідним його чинником постає професійне становлення. Мотивація до вивчення кола дисциплін за обраною професією, спонукає юнака до активності, визначає спрямованість, як сукупність стійких мотивів, що орієнтують діяльність особистості, формують її світогляд і проявляються в практичній діяльності. Професійне навчання у ВНЗ стає більш складним за формами та змістом і підвищує вимоги до особистості: на перші роки студентського віку припадає процес активного формування соціальної зрілості, загострюється потреба сенсожиттєвого самовизначення. Серед головних труднощів адаптації студентів в умовах ВНЗ, згідно авторським дослідженням, виділено невизначеність мотивації вибору професії [3, с. 43-45].

Мотиваційний компонент навчання забезпечує результативність навчання, стимулює пізнавальну активність. Особливого значення набуває проблема особистісного підходу в процесі навчання студентів ВНЗ, де відбувається формування фахівця, розвиток його професійної самосвідомості, формування і вдосконалення професійних знань, вмінь, навичок, оскільки кожна особистість унікальна і неповторна, і формування мотивації до майбутньої професійної діяльності обов'язково переломлюється через індивідуально-психологічні особливості потенційного фахівця.

Мотиваційний компонент навчання забезпечує високі результати навчання, що є запорукою високого рівня виконання потенційним фахівцем своїх професійних функцій

[7, с. 127-132]. Зацікавленість своєю обраною спеціальністю, предметами, що входять до кола професійного навчання сприяють активізації, так званої, «професійної спрямованості». Професійна спрямованість – психологічне явище, що характеризує психологічну готовність особистості не лише до вибору напрямку майбутньої професійної діяльності, але й активного «входження» в цю діяльність, потенційної готовності виконувати професійні функції. Професійне самовизначення – це вибір із всіх професій тієї, що найбільше відповідає індивідуальним особливостям молодшої людини, сприяє її професійному розвитку. Це – якісна особливість структури мотивів особистості, яка сприяє досягненню професійного успіху. Професійна спрямованість активно формується під час навчання у ВНЗ [5, с. 137-138].

Поняття «адаптація» розглядається як процес та результат пристосування індивіда (особистості) до нових умов оточуючого (природного та соціального) середовища. Процес адаптації передбачає активність суб'єкта, самостійну побудову алгоритмів вирішення проблемних задач та завдань в певних умовах життєдіяльності, аналіз результатів діяльності в новітніх умовах. На процес адаптації впливають фактори, серед яких можна виділити успішність (неуспішність) професійної, соціальної та біологічної адаптації, сформованість компонентів професійного самовизначення, наявність вираженої мотивації прагнення досягнення певного соціального статусу в групі ВНЗ, сформованість певних професійних навичок, актуалізація діяльності до розвитку відповідних професійних здібностей, і, відповідно, емоційне вираження переживання задоволення (незадоволення) здобутками у сфері виділених компонентів.

Суттєвим внутрішнім критерієм адаптації студентів ВНЗ є стан задоволення процесом і результатом професійної та соціальної адаптації. Відповідно, важливим є розвиток у юнака тих необхідних властивостей, які повинні постати чинниками впливу на об'єкт (середовище) адаптації, а також, – внутрішніми складовими переживання емоційних станів задоволення процесом і результатом адаптації: мотивації розвитку складових професійної компетентності; адекватної самооцінки; самоповаги; усвідомлення потреби та прагнення до самоосвіти. До показників особистісного рівня адаптації може бути віднесено зниження рівня особистісної тривожності; домінування позитивно-стійких емоційних станів; прийняття особистістю нових соціальних ролей, тощо. Серед зовнішніх критеріїв оцінки проходження адаптації студентів ВНЗ: дотримання норм та цінностей вищого навчального закладу у вигляді виконання правил і вимог навчального процесу; активність у пристосуванні до змісту, умов і організації навчального процесу в цілому; розвиток навичок самостійності в навчальній діяльності, організації процесу навчально-дослідницької та науково-дослідної діяльності, організація процесу самоосвіти; уміння застосовувати здобуті теоретичні знання на практиці.

Труднощі, виділені на сьогодні у навчанні студентів-першокурсників ВНЗ, – це відсутність спеціальних організаційно-навчальних навичок, необхідних у навчанні та комунікативних навичок. Інша група проблем стосується активізації функціонування психічних процесів, таких як довільність та опосередкованість пізнавальних процесів, – індивідуально-сформовані засоби зосередження уваги, запам'ятовування, вирішення навчальних завдань, якими володіє студент і які були ефективними в умовах шкільного навчання, проте «не працюють» у навчанні у ВНЗ.

Психологічно це пояснюється слабкою рефлексивністю усвідомлення: студент не може зайняти позицію оцінювання власної активності, критичного аналізу її і пошуку нових, ефективних операцій та дій. Рівень особистісної готовності до самостійного

життя сучасних випускників шкіл вимагає суттєвої психологічної роботи з ними в системі вузівського навчання.

Проблемний рівень викладання дисциплін у ВНЗ вимагає наявності у першокурсників сформованого інтелектуального сприймання, підвищеного рівня концентрації та розподілу уваги, абстрактного мислення. Низький рівень вказаних процесів, відсутність базових знань, сформованих вмінь, позначається на активності студентів у ході опанування нових дисциплін, що є базовою складовою опанування професійними знаннями. Прогалини у попередній системі знань вимагають від студента усвідомлення необхідності додаткової самостійної роботи, надолуження відсутніх не лише знань, але й формування навичок та вмінь в ході навчальних завдань, оскільки без цього сенс подальшого навчання втрачається. Відсутність сформованої у юнака системи самостійної роботи позначається на неможливості всього вказаного. Ефективним методом підвищення ефективності навчання є активне стимулювання пізнавального інтересу студента шляхом введення завдань проблемного характеру, активізації самостійної навчально-дослідної роботи.

Сучасний етап розвитку суспільства потребує визначення нових завдань у практиці професійної підготовки фахівця. Професійний розвиток людини на різних етапах професіоналізації відбувається завдяки активності особистості у навчально-професійній діяльності і, передусім, вивчення студентом ВНЗ на високому рівні базових, фахових дисциплін. Так, на ефективність вивчення студентами фізико-математичного факультету фахових предметів впливає значна кількість чинників, серед яких: відповідний рівень знань та вмінь, сформованих за період навчання у ЗОШ; успішність проходження адаптаційного періоду навчання студента на перших курсах ВНЗ; наявність сформованого інтелектуального сприймання; навички та вміння ефективного здійснення самостійної роботи; професійна мотивація; розвиток психічної пізнавальної сфери.

Труднощі адаптації, що переживають студенти, згідно авторським дослідженням, різні за своїм походженням, можуть бути індивідуально-психологічні, пов'язані із складнощами проходження адаптації в попередніх інститутах соціалізації. Відсутність сформованої у студентів фізико-математичного факультету системи базових знань, вмінь та навичок самостійної роботи, позначається на неможливості професійного навчання, і вивчення фізико-математичних дисциплін, зокрема. Студенти з низьким рівнем необхідних знань, несформованими вміннями самостійного навчання пасивно відносяться до навчання, втрачають професійну мотивацію та пізнавальний інтерес до вивчення дисциплін і подальших наукових досліджень. Складність проходження адаптації студентів ВНЗ проявляється в їх емоційній нестабільності, невпевненості, втрати перспективи, тощо [3, с. 43-45].

Сучасні вимоги підвищення якості підготовки фахівця вимагають удосконалення навчально-дослідної роботи студентів ВНЗ, що потребує досить складної організації керівництва цією діяльністю студента та контролю зі сторони викладача. На сьогодні необхідним видами цієї роботи є проведення наукових семінарів, круглих столів, диспутів, організація діяльності наукових груп та студентський гуртків. Ефективність цієї діяльності забезпечується постійною взаємодією викладача і студента, проведенням планових консультацій викладачами кафедр. Методичне забезпечення навчально-дослідної роботи студентів є обов'язковим відповідно до різних видів завдань, що містять загальні положення щодо організації навчально-дослідної роботи.

Сучасне суспільство ускладнює вимоги до рівня розвиненості розумових здібностей людини, особливо цінні прагнення приймати на себе ініціативу у розв'язанні

проблем, навіть за невизначених умов. Через це, одним з основних завдань, що постають перед сучасними ВНЗ, є розвиток інтелектуальних і творчих здібностей студентів, формування у них прагнення до активного опанування нової інформації, пошуків нестандартних алгоритмів рішення завдань. Вказане є здобутком чисельних операцій в процесі виконання самостійної навчально-дослідної діяльності, організованої, розробленої та керованої викладачами ВНЗ.

Ефективність виконання студентами подібної роботи залежить від успішності оволодіння ними у навчальному процесі професійними знаннями та вміннями, що, в свою чергу, пов'язано з особливостями проходження адаптації. Сьогодні професійне навчання є складним за формами та змістом і підвищує вимоги до особистості студента. Сучасними дослідниками виділені труднощі в процесі виконання навчально-дослідної роботи студентами ВНЗ, серед яких: відсутність спеціальних організаційно-навчальних навичок; проблема недостатньої сформованої системи професійних знань, вмінь та навичок; психологічні проблеми студентів.

Для вирішення визначених проблем, доцільними формами роботи у ВНЗ є просвітницька, консультаційна, тренінгові робота, діагностика психологічних особливостей студентів. Підготовка до майбутньої професійної діяльності студентів педагогічних спеціальностей повинна обов'язково містити систему навчально-дослідних завдань, вирішення яких виконую досить значиму функцію для майбутнього фахівця – вироблення вмінь аналізу ситуації, представлення різних варіантів її вирішення, прогнозування наслідків. Виконання студентом дослідних завдань різного рівня складності позначається на показниках динаміки росту професійної самооцінки себе як майбутнього фахівця.

Вирішення вказаних проблем полягає у розробці викладачами ВНЗ для виконання студентами системи різнорівневих варіантів складності навчально-дослідних завдань, оскільки основним завданням вищої школи є розвиток інтелектуальних і творчих здібностей студентів, формування у них прагнення до активного опанування професії.

Серед найбільш важливих інтелектуальних якостей студентів ВНЗ, що сприяють опануванню професії, і розвиваються під час виконання навчально-дослідної роботи, виділені наступні: організованість (здатність мобілізації пізнавальної активності під час вирішення проблемної ситуації); дисциплінованість (здатність здійснювати трудові зобов'язання); цілеспрямованість та логічність побудови алгоритму діяльності; критичність мислення (виявляється у відсутності гностичних стереотипів, побудові власних – нових алгоритмів рішення проблемної задачі).

Слід відмітити недостатню кількість досліджень, в яких висвітлюються педагогічні умови формування критичного мислення у студентів ВНЗ. Ця інтелектуальна здібність знаходить відображення у критичному аналізі, інтерпретації та з'ясуванні отриманої інформації, спроможності оцінювати судження та формувати вірні висновки. Студенти з розвиненим критичним мисленням прагнуть самостійно розв'язати будь-яку навчальну проблему; відстоюють власну точку зору, навпроти, – студенти з нерозвиненими навичками критичного мислення приймають інформацію як факт, без самостійного аналізу; у них пригнічується прагнення інтелектуального пошуку, пропозицій, ідей, відсутня ініціативність, що не дає змоги придбати індивідуальний професійний досвід, застосовувати здобуті знання, стимулює орієнтуватися на готові зразки. Прогалини у попередній системі знань вимагають від студента усвідомлення необхідності додаткової самостійної роботи, надолуження відсутніх знань, формування навичок та вмінь в ході вирішення завдань з дисциплін фізико-математичного циклу,

що вимагає високого рівня самоконтролю, мотивації до обраного фаху. Відсутність сформованої системи самостійної роботи позначається на неможливості всього вказаного. Складність адаптаційних процесів може стимулювати підвищену тривожність першокурсників, їх емоційну нестабільність, що є причинами зниження інтелектуальних функцій особистості. Студенти з низьким рівнем базових знань, несформованими вміннями самостійного навчання та саморегуляції можуть взагалі залишити навчання.

Педагогічні умови, які сприяють формуванню критичного мислення, повинні стимулювати прагнення людини вирішувати завдання проблемного рівня, будувати власні алгоритми рішення, прогнозувати наслідки. В цьому контексті, сучасною педагогічною практикою широко пропонуються такі методи навчання, що стимулюють критичність мислення, а саме: прес-конференції, «мозковий штурм», тренінги, інтенсивно-ігрові методи та інші. Розробка завдань, так званого, «проблемного рівня», для самостійної роботи студентів та впровадження їх на практиці, має досить вагоме значення, оскільки сприяє інтелектуальному зростанню студентів. Розробки завдань для навчально-дослідної роботи студентів повинні враховувати попередню підготовку студентів у вигляді сформованих у них необхідних знань, вмінь та навичок; забезпечувати продуктивний розвиток професійного навчання.

Необхідним етапом в підготовці майбутніх фахівців, метою якого є формуванні на базі отриманих знань, навичок і умінь, необхідних для здійснення професійної діяльності, прийняття самостійних рішень, творчого використання своїх знань у практичній діяльності є педагогічна практика. Проходження педагогічної практики – це теж складова проходження професійної адаптації особистості і вона буде залежати від успішності попередньої адаптації на початкових етапах навчання студента у ВНЗ.

Важливим завданням удосконалення навчально-виховного процесу, що безпосередньо позначається на специфіці проходження адаптації першокурсників ВНЗ, є організація, планування й контроль навчально-дослідної роботи студентів. Діяльність викладача в організації самостійної роботи студентів повинна базуватися на основі індивідуально-орієнтованого підходу та передбачати оптимальне співвідношення годин аудиторної та позааудиторної роботи студентів; раціональний відбір навчального матеріалу з урахуванням його обсягу; створення позитивного емоційного середовища; поєднання групової та індивідуальної форм роботи; надання консультативної допомоги студентам, з урахуванням їх індивідуальних особливостей і рівня складності завдання.

Навчально-дослідна робота передбачає виконання студентами ВНЗ індивідуально-дослідних завдань (ІНДЗ) в межах певної дисципліни. Під час роботи над індивідуально-дослідним завданням, студент повинен продемонструвати достатній рівень обізнаності з курсу дисципліни, останніх досягнень сучасної наукової думки. Оскільки студент повинен презентувати самостійно розроблені на основі відбору, групування та узагальнення інформації, варіанти вирішення запропонованих завдань та поставлених питань, то, відповідно відбувається розвиток всіх основних операцій і функцій мислення, формується гіпотетико-дедуктивне, критичне, теоретичне мислення. Ці завдання стимулюють розвиток необхідних професійних навичок знаходити рішення проблем, аналізу інформації з дискусійних питань та підходів, визначеності ступеню достовірності інформації, що міститься в науковій літературі, її доказовості. Виконання індивідуально-дослідного завдання може бути включено як складова самостійної роботи на будь якому етапі навчання майбутнього педагога, представлення результатів з компонентом прогнозування (виступ на науковій студентській конференції участь у наукових конференціях (міжнародних, всеукраїнських, регіональних, університетських),

публікація у науковому виданні, тощо). Вказане сприяє набуттю студентом необхідних професійних вмінь та навичок, зниженню рівня тривожності, опанування навичками виступу перед аудиторією, роботи в групах. Метою виконання індивідуально-дослідного завдання є поглиблення професійної компетентності студентів у сфері певної діяльності через набуття практичних навичок організації та виконання наукової роботи. Самостійна робота є однією з ефективних і перспективних форм удосконалення підготовки майбутніх педагогів в сучасних умовах ВНЗ, оскільки сьогодні висуває вимоги до фахівця значного рівня складності, серед яких обов'язковими є сформованість комунікативних знань та навичок. Комунікативна компетентність є складовою професіоналізму. Визначені характеристики набуваються спеціально організованою працею молодшої людини над її розвитком.

До особистісних якостей викладача, що є на сьогодні професійно ціннісними, оскільки вони постають необхідною умовою ефективності педагогічної діяльності, відносяться: комунікативні якості. здатність до емпатії; оперативно-творче мислення, що забезпечує вміння швидко й вірно орієнтуватись під час спілкування залежно від ситуації та індивідуальних особливостей його учасників; вміння підтримувати зворотній зв'язок у спілкуванні; керувати своїм емоційним станом; вміння прогнозувати можливі педагогічні ситуації, наслідки своїх дій. На сьогодні потребою педагога є розвинені вербальні здібності: культура мовлення; багатий лексичний запас; вірний підбір мовних засобів; володіння мистецтвом педагогічних переживань (педагогічно доцільних переживань); здатність до педагогічної імпровізації, уміння застосовувати всю різноманітність засобів впливу (переконання, навіювання, застосування різних прийомів впливу). Вказані якості розвиваються в процесі навчання у майбутніх педагогів у ВНЗ. Підготовка професіонала вимагає розвитку у майбутніх фахівців творчого професійного мислення, соціальної активності, креативності, професійної та психологічної компетентності, критичності мислення. Для ефективності розвитку вказаних складових майбутніх педагогів, а також успішності проходження адаптаційних процесів, на базі ВНЗ необхідно створювати інтегровані просвітницькі програми, проводити тренінгову роботу для студентства з залученням до співпраці фахівців різних галузей, з метою:

- формування комунікативних і організаторських навичок на основі розвитку відповідних здібностей;
 - подолання бар'єрів у процесі спілкування шляхом вироблення навичок ефективного спілкування та розвитку емпатії;
 - розвиток особистісної мотивації у професійній діяльності через прагнення досягати власних цілей;
 - формування конструктивних стратегій ефективної партнерської взаємодії.
- Тренінгова програма є формою освітньо-розвивальної діяльності, мета якої – набуття нових необхідних у діяльності та особистісному розвитку навичок.

Серед проблематики питань підготовки майбутніх педагогів, згідно авторським розвідкам [3-7], окремо постає коло питань активізації форм роботи студентів, пов'язаних з практичним застосуванням знань з циклу психологічних дисциплін. Відсутність зв'язку між теорією та практикою впливає на зниження особистісної мотивації, на професійну діяльність майбутнього вчителя. Виконання першокурсниками самостійних навчально-дослідних завдань та представлення висновків для загального обговорення в ході роботи на практичних заняттях з курсу «Психологія» та на студентських конференціях, сприяє:

- оволодінню студентами практики дослідницької діяльності в галузі психології;

- реальному застосуванню теоретичних знань;
- сприяє появі рефлексивного мислення в галузі педагогічної діяльності;
- розширюється діапазон знань в галузі практичної психології;
- відбувається формування педагогічних комунікативних навичок в процесі спілкування; виробляються стратегії подолання комунікативних бар'єрів різного рівня складності.

Теоретичні знання, здобуті майбутніми вчителями у ВНЗ є результатом аналітичного розв'язання науково-теоретичних проблем. Ці знання спрямовують педагогічну діяльність, але їх ефективне практичне використання вчителем залежить від постійного осмислення, аналізу та узагальнення власного педагогічного досвіду.

На сьогодні ефективною формою роботи для навчально-виховної діяльності в межах ВНЗ є організація та проведення студентської науково-практичної конференції, яка є стимулом розвитку ефективності навчання в ході вирішення студентами різного рівня завдань, їх обговорення в інтерактивному діалоговому режимі. Подібна форма роботи дозволяє вирішувати такі завдання, як:

- розвиток і підтримка на високому рівні інформаційно-мотиваційних впливів на активність студентів;
- підвищення якості навчання;
- виділення шляхів технологізації процесу навчання;
- активізація механізмів внутрішнього розвитку і самоудосконалення суб'єктів навчання;
- формування та розвиток творчого мислення;
- формування навичок і вмінь самостійного навчання;
- розвиток науково-пошукової активності;
- формування навичок та вмінь науково-дослідної діяльності.

Підготовка та участь у науково-практичній студентській конференції сприяє самоорганізації студентів, успішності їх адаптації. Подібна робота спрямована на розвиток комунікативних та організаційних вмінь студентів, формування навичок ораторського мистецтва, розвитку та формуванню вмінь наукового стилю викладу положень доповіді, представлення та оформлення повідомлення.

Висновки. На сьогодні формування майбутнього педагога є досить складним процесом, ефективність реалізації якого вимірюється виключно часом і залежить від внутрішньої динаміки формування та розвитку особистісних та особистісно-професійних якостей людини, включеної у відповідну до отриманої нею освіти професійну діяльність. Відповідність та ефективність методів, засобів, форм вироблення та закріплення спеціальних знань, вмінь і навичок, залучених під час навчального процесу у ВНЗ, впливає на особливості проходження адаптаційних процесів студентів. Вирішення студентом в процесі навчання складних навчально-дослідних завдань під час вивчення відповідних фаху дисциплін, розв'язання психолого-педагогічних задач, яке він реалізує під час проходження професійної педагогічної практики, сприяє ефективності проходження адаптаційних процесів і формуванню та виробленню навичок ефективного вирішення складних завдань під час подальшої професійної діяльності, і сприяє активному формуванню професійних якостей особистості. Формування професіоналізму майбутнього вчителя передбачає позитивне ставлення до обраної професії через рефлексивне осмислення власного педагогічного досвіду, накопичення нових ціннісних, когнітивних та загальнопрофесійних новоутворень в психологічно-комфортних для потенційного фахівця умовах навчання у ВНЗ, що може

стати неможливим в зв'язку з ускладненням адаптаційних процесів студента. До психолого-педагогічних завдань організації навчально-виховного процесу ВНЗ є стимулювання зростання майбутнього педагога в процесі його особистісного педагогічного вдосконалення Використанням проблемного методу, тренінгових форм роботи сприяє професійному та особистісному розвитку майбутнього фахівця, створює креативні умови, надаючи можливість студентам визначати траєкторію оволодіння професією.

Список використаних джерел

1. Кокун О. М. Психологічні і психофізичні передумови ефективної діяльності / О. М. Кокун // Проблеми загальної та педагогічної психології : Зб. наук. праць Інституту психології ім. Г. С. Костюка АПН України [за ред. С. Д. Максименка]. – 2003. – Т.5. – Ч.2. – С.121–129.
2. Пастушенко О. М. Самопрезентація особистості як соціально-психологічна проблема / О. М. Пастушенко // Проблеми загальної та педагогічної психології : Зб. наук. праць Інституту психології ім. Г. С. Костюка АПН України [за ред. С. Д. Максименка]. – 2003. – Т.5. – Ч.2. – С.179–182.
3. Пухно С. В. Психологічні особливості проходження адаптації студентів-першокурсників ВНЗ як чинник процесу формування знань з фізико-математичних дисциплін / С. В. Пухно // І Міжрегіональна науково-методична конференція. «Теоретико-методичні засади вивчення сучасної фізики та нанотехнологій у загальноосвітніх та вищих навчальних закладах». (26 листопада 2015 р.) – Суми : Вид-во СумДПУ імені А.С. Макаренка, 2015. – С. 43-45.
4. Пухно С. В. Особливості організації навчально-дослідної роботи студентів педагогічних спеціальностей ВНЗ / С. В. Пухно, Т. М. Максименко // Міжнародний науковий журнал «Фізико-математична освіта». – №2 (5), 2015. – Режим доступу: <http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/publ/4-1-0-35>
5. Пухно С. В. Особливості формування професійного самовизначення майбутніх фахівців / С. В. Пухно // Тези науково-технічної конференції викладачів, співробітників, аспірантів і студентів фізико-технічного факультету, присвяченої Дню науки в Україні та 60-ти річчю Сумського державного університету (21-24 квітня). – Том І. – Суми : СумДУ, 2008. – С.137–138.
6. Пухно С. В. Особливості професійного самовизначення студентства / С. В. Пухно // Освітні інновації: філософія, психологія, педагогіка : матеріали Всеукр. науково-практичної конф. (Суми, 16–17 квітня 2008 р.) – Сумський обласний інститут післядипломної педагогічної освіти. – Суми : ВТД «Університетська книга», 2008. – С. 262–263.
7. Пухно С. В. Психологічні аспекти мотивації майбутніх викладачів фізико-математичних дисциплін / С. В. Пухно // Актуальні питання природничо-математичної освіти : Зб. наукових праць. – Випуск 4. – Суми : СумДПУ ім. А.С. Макаренка, 2014. – С. 127–132.

Анотація. Пухно С. В. Особливості проходження адаптації першокурсників ВНЗ як чинник формування системи професійних знань.

В статті представлені особливості проходження адаптації студентів педагогічних спеціальностей під час навчання у ВНЗ та їх значення для формування системи базових знань, а також – професійного становлення майбутнього фахівця. Особливості проходження адаптації залежать від проходження молодою людиною попередніх інститутів соціалізації, їх індивідуальних особливостей, а також від

організації навчально-виховної роботи у ВНЗ. Складовою цієї роботи є навчально-дослідна робота студентів ВНЗ, яка є системою обов'язкових навчальних занять, всіх видів завдань різних видів практики. Різновиди навчально-дослідної роботи сприяють збагачення студентом базовими знаннями, вміннями, навичками і вимагають досить складної організації керівництва цією діяльністю. Вирішення студентом в процесі навчання та під час проходження практики складних навчально-дослідних завдань, сприяє формуванню та виробленню навичок ефективного вирішення завдань професійної діяльності і сприяє активному формуванню професійних якостей особистості.

Ключові слова: адаптація першокурсників ВНЗ, індивідуально-психологічні особливості, навчально-дослідна робота студентів, професійна мотивація, професійне мислення, професійна спрямованість, професійні якості особистості.

Аннотация. Пухно С. В. Особенности прохождения адаптации первокурсников ВНЗ как фактор формирования системы профессионального знания.

В статье представлены особенности прохождения адаптации студентов педагогических специальностей в процессе обучения в Вузе и их значимости для формирования базовых знаний, а так же – профессионального становления будущих специалистов. Особенности прохождения адаптации зависят от прохождения молодым человеком предыдущих институтов социализации, их индивидуальных особенностей, а так же от организации учебно-воспитательной работы в Вузе. Составляющей этой работы является учебно-исследовательская работа студентов Вуза, которая является системой обязательных учебных занятий, всех видов заданий разных видов практики.

Разные виды учебно-исследовательской работы способствуют накоплению студентом базовыми знаниями, умениями, навыками и требуют достаточно сложной организации руководства этой деятельностью. Решение студентом в процессе обучения и во время прохождения практики сложных учебно-исследовательских заданий, влияет на формирование и выработку навыков эффективного решения задач профессиональной деятельности и активного формирования профессиональных качеств личности.

Ключевые слова: адаптация первокурсников Вуза, индивидуально-психологические особенности, учебно-исследовательская работа студентов, профессиональная мотивация, профессиональное мышление, профессиональная направленность, профессиональные качества личности.

Abstract. Pukhno S. The features of passing the university fresher's adaptation as a factor of formation of professional knowledge system.

The peculiarities of passing of pedagogical specialties students' adaptation during training at the university and their importance for the formation of basic knowledge and the future specialist's professional formation are presented in the article. The features of passing of adaptation depend on a young man passage of the former socialization institutions, their individual characteristics, as well as the organization of educational work at the university. Part of this work is educational-research work of the university students, which is a system of compulsory training sessions, all the different practices. Types of educational research contribute to the enrichment of the student base knowledge, abilities, skills and require quite a complex organization leadership. The student's decision in the learning process and during

the practice of complex educational research problems, promotes the formation and development of skills, effective problem solving professional activity and contributes to the active formation of the person's professional qualities.

Key words: *fresher's of the university adaptation, individual psychological characteristics, students' educational and research work, professional motivation, professional thinking, professional orientation, personal professional qualities.*

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г. Побудова геометричних місць точок з використанням програм динамічної математики // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 1(7). – С. 127-133.

Semenikhina O.V., Drushlyak M.G. The Construction of the Locus Using Dynamic Mathematics Software // Physics and Mathematics Education : scientific journal. – 2016. – Issue 1 (7). – P.127-133.

УДК 378.14: 371.214.46:[004.78:51]

О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк

Сумський державний педагогічний університет імені А.С. Макаренка, Україна

ПОБУДОВА ГЕОМЕТРИЧНИХ МІСЦЬ ТОЧОК З ВИКОРИСТАННЯМ ПРОГРАМ ДИНАМІЧНОЇ МАТЕМАТИКИ

Постановка проблеми. Поняття геометричного місця точок (ГМТ) є одним із базових у математичній освіті, оскільки на його основі вводяться деякі типові геометричні об'єкти. Геометричні місця точок у просторі надзвичайно різноманітні. Деякі з них є природним узагальненням геометричних місць точок на площині (наприклад, сфера у просторі є аналог кола на площині). Знайти ГМТ означає геометрично або аналітично описати цю множину.

Розв'язування задач на ГМТ простору у більшості випадків починається із побудови гіпотези про вид шуканої фігури. Знайдена гіпотеза має бути перевірена на множині тестових (а також граничних) випадків. Саме на цьому етапі в нагоді стануть програми динамічної математики (ПДМ), використання яких допомагає уявити і потім визначити вигляд шуканого ГМТ. Зауважимо, що пошук ГМТ простору вважається більш складним, ніж на площині, оскільки його важко змодельовувати. Це і зумовлює використання згаданих засобів, які передбачають можливість такого моделювання.

Серед всього розмаїття ПДМ підтримку розв'язування задач на ГМТ простору можуть забезпечити лише ті з них, де передбачено інструмент побудови сліду геометричних об'єктів в просторі. Це програми *Cabri 3D* (інструмент *Trajectory* ) та *GeoGebra 5.0* (властивість об'єкта *Оставлять след*). До того ж у згаданих програмах передбачена можливість візуалізувати побудову 3d-об'єкта як динамічного сліду не тільки для точки, але і для відрізка, лінії, кола, многокутника тощо.

Виклад основного матеріалу. Продемонструємо використання вищезазначених ПДМ при розв'язуванні типових задач на ГМТ простору, що відповідають вимогам програм різних рівнів для старшої школи.

Рівень стандарту. Рівень стандарту забезпечує обов'язковий мінімум змісту шкільного курсу математики, який не передбачає подальшого його вивчення. Математика на рівні стандарту вивчається, наприклад, учнями класів гуманітарного профілю.

Зауваження. 1. Розв'язування задач на ГМТ простору лежить за межами програми рівня стандарту, але використання такої візуалізації при вивченні основних понять курсу вважаємо доцільним та ефективним.

2. Для класів гуманітарного (зокрема, філологічного) профілю корисним буде вибір програми з іншомовним інтерфейсом (при встановленні програм *Cabri3D* та *GeoGebra5.0* можна обрати потрібну мову, не обмежуючись англійською). У такий спосіб учні додатково розширюють свій словниковий запас.

Приклад 1 (*Cabri3D*). Визначити форму тіла, яке утворюється при обертанні прямокутного трикутника навколо одного з катетів [2, с.244].

Розв'язання. Алгоритм розв'язання у програмі *Cabri3D* може бути наступним:

- 1) будуємо коло в базовій площині (*Circle*);
- 2) будуємо пряму (*Line*), яка проходить через центр кола перпендикулярно до базової площини;
- 3) будуємо трикутник, вершинами якого є центр кола, довільна точка на колі і довільна точка на прямій (*Triangle*);
- 4) ховаємо за допомогою контекстного меню (*Hide/Show*) вертикальну пряму і коло як допоміжні об'єкти конструкції (рис.1а);
- 5) будуємо динамічний слід гіпотенузи трикутника (*Trajectory*) (рис.1б).

Змінюючи положення вершини трикутника в базовій площині (вершина рухатиметься по колу), обертаючи трикутник навколо його катета, отримуємо зображення шуканого тіла. Це конус (рис.1в).

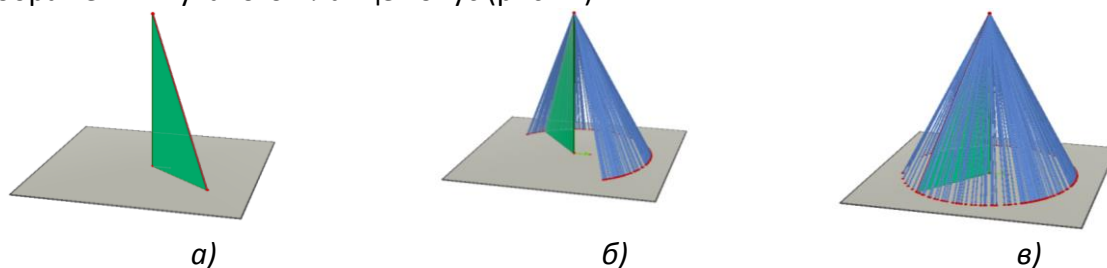


Рис. 1. Побудова конуса як тіла обертання

Приклад 2 (*GeoGebra 5.0*). Визначити форму тіла, всі точки якого рівновіддалені на однакову відстань від заданої точки [2, с.202].

Розв'язання. Обираємо програму *GeoGebra 5.0*, оскільки в ній є інструмент *Отрезок с фиксированной длиной*:

- 1) будуємо довільну точку O ;
- 2) будуємо відрізок фіксованої довжини OA (наприклад, довжини 3) (рис.2а);
- 3) у властивостях точки A відмічаємо *Оставляют след*.

Змінюємо положення точки A у просторі і отримуємо зображення сфери з центром у точці O і радіусом $OA=3$ (рис.2б, 2в).

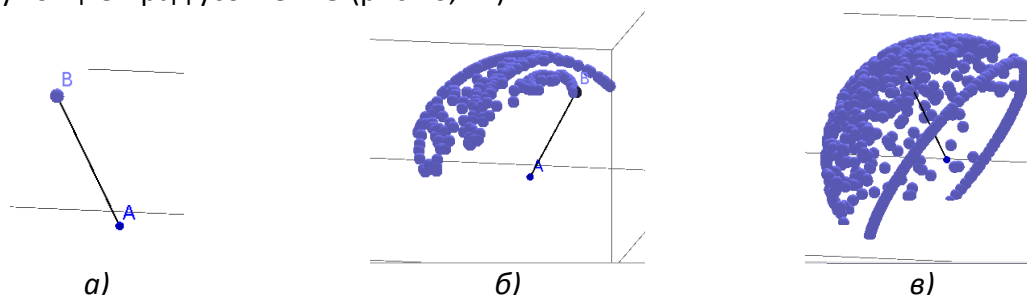


Рис. 2. Побудова сфери як множини точок, рівновіддалених на однакову відстань від заданої точки

Академічний та профільний рівні. Академічний рівень передбачає обсяг змісту, який необхідний для подальшого вивчення математики у вищих навчальних закладах. Математика на академічному рівні вивчається, наприклад, у класах природничого (біолого-хімічного, біолого-фізичного, фізико-хімічного) профіля.

Профільний рівень забезпечує загальноосвітню підготовку з математики, достатню для успішного вивчення фізики та інших, в першу чергу природничих, предметів, та можливість продовження навчання у вищих навчальних закладах освіти за спеціальностями, безпосередньо пов'язаними з математикою, або за спеціальностями, де математика відіграє роль апарату для вивчення й аналізу закономірностей реальних явищ і процесів. Математика на профільному рівні вивчається в класах математичного, фізичного та фізико-математичного профілів.

Приклад 2. (GeoGebra 5.0) Знайдіть ГМТ вершин рівновеликих пірамід зі спільною основою [3; 220].

Розв'язання. Гіпотеза полягає у тому, що всі рівновеликі піраміди (як прямі, так і похилі) зі спільною основою будуть мати рівні за довжинами висоти. Тому шукане ГМТ – це площина, рівновіддалена від площини основи пірамід на відстань, що дорівнює висоті пірамід. Дане ГМТ описують сліди вершин рівновеликих пірамід.

Побудуємо, наприклад, трикутну піраміду. Для цього побудуємо основу піраміди – довільний трикутник ABC . Візьмемо довільну точку в площині основи D і проведемо перпендикуляр до площини основи через цю точку. На перпендикулярі оберемо довільну точку E і проведемо висоту піраміди DE . Побудуємо піраміду за основою та вершиною. Побудуємо слід вершини E піраміди при русі основи піраміди D по площині основи (рис.3)

Складається враження що всі сліди належать одній площині. Перевіримо цю гіпотезу, побудувавши площину, яка паралельна площині основи піраміди і проходить через її вершину. Змінюючи ракурс зображення, переконаємося, що дійсно всі точки-сліди належать одній площині.

Приклад 3. (GeoGebra5.0) Знайти ГМТ, яке є серединами хорд сфери, що проведені з однієї точки (рис. 4) [3, с.189].

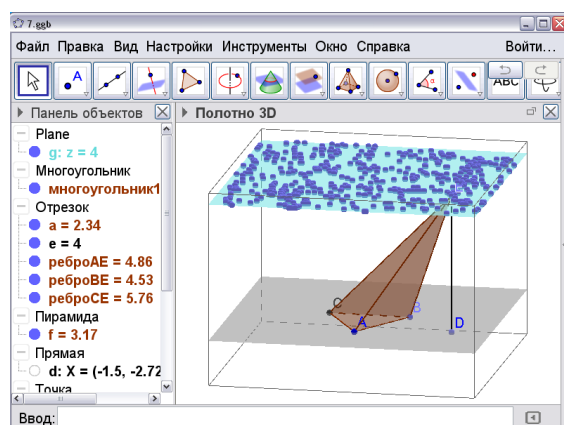


Рис. 3. Побудова ГМТ вершин рівновеликих пірамід зі спільною основою

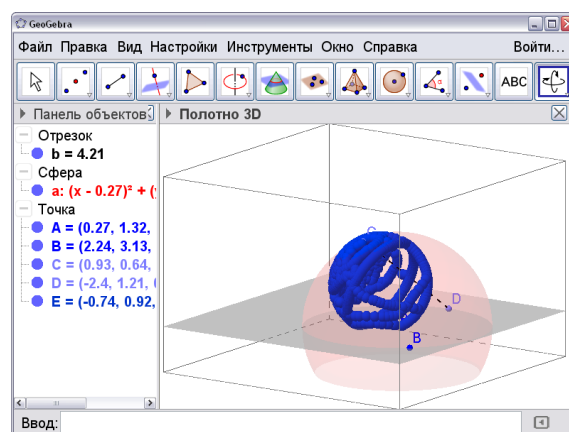


Рис. 4. Побудова ГМТ середин хорд сфери, які проведено з однієї точки

Зауваження. 1. Конфігурація приклада 3 дає можливість учням мислити «ширше», тобто зрозуміти, що задача не обмежується лише прямими пірамідами (піраміда може бути і похилою), що основа висоти піраміди лежить в площині основи, але не обов'язково в середині трикутника, що є її основою.

2. При розв'язуванні приклада 3 краще використовувати програму *GeoGebra5.0*. Програма *Cabri3D* при побудові сліду об'єкта залишає лише обмежену кількість слідів і якщо ця кількість зavelика, то попередні сліди зникають. Тому зображення сфери як шуканого ГМТ може бути частковим.

Поглиблений рівень. Поглиблений рівень забезпечує рівень підготовки учнів з математики, необхідний для подальшого вибору й успішного опанування професією, яка потребує високого рівня математичних знань, тобто спеціальностями теоретичної та прикладної математики або спеціальностями тих галузей, які потребують розвиненого математичного апарату для вивчення й аналізу закономірностей реальних явищ і процесів, у підготовці до навчання у вищому навчальному закладі з відповідним фахом спрямування.

Приклад 4. (*GeoGebra5.0*) Знайдіть ГМТ точок простору, для кожної з яких сума відстаней від двох даних точок простору є величина стала. [3, с.158]

Розв'язання. Алгоритм побудови може бути наступним.

1. Відмітимо точки D та E .
2. Побудуємо на окремій прямій відрізки AC та CB так, щоб $DE < AB$, а пряму заховаємо.
3. Побудуємо сферу радіуса AC з центром в точці D та сферу радіуса BC з центром в точці E .
4. Знайдемо коніку $d(t)$, яка є перетином побудованих сфер.
5. Заховаємо сфери.
6. У властивостях коніки замовимо послугу *Оставлять след*.
7. Рухаємо точку C вздовж відрізка AB . Коніка $d(t)$ при цьому вимальовує поверхню, яка утворює еліпсоїд (рис.5).

Приклад 5. (*GeoGebra5.0*) На прямій, яка проходить через точку A перпендикулярно до площини трикутника ABC , взято довільну точку D . Знайти ГМТ перетину висот трикутника DBC . [4, с.36]

Розв'язання. Алгоритм побудови може бути таким:

- 1) будуємо трикутник ABC ;
- 2) через точку A проводимо пряму, яка перпендикулярна площині ABC ;
- 3) на побудованій прямій беремо довільну точку D ;
- 4) будуємо трикутник DBC ;
- 5) проводимо висоти BE та CF трикутника DBC ;
- 6) знаходимо точку G перетину висот BE і CF ;
- 7) у властивостях точки G вказуємо *Оставлять след*.

Рухаючи точку D вздовж прямої, отримаємо шукане ГМТ (рис.5).

Виявляється, що це коло з діаметром HL (H – точка перетину висот трикутника ABC , L – основа висоти, яка опущена з точки A на сторону BC), яке лежить в площині, що перпендикулярна площині трикутника ABC .

Зауваження. 1. Аналогія відіграє велике значення у розвитку самостійного продуктивного мислення, це важливе джерело асоціацій, які забезпечують глибоке засвоєння матеріалу. Тому здатність її побачити, а в даному випадку розв'язати аналогічну задачу, «вийшовши» з площини у простір, або навіть самостійно її сформулювати, свідчить про високий рівень математичної інтуїції.

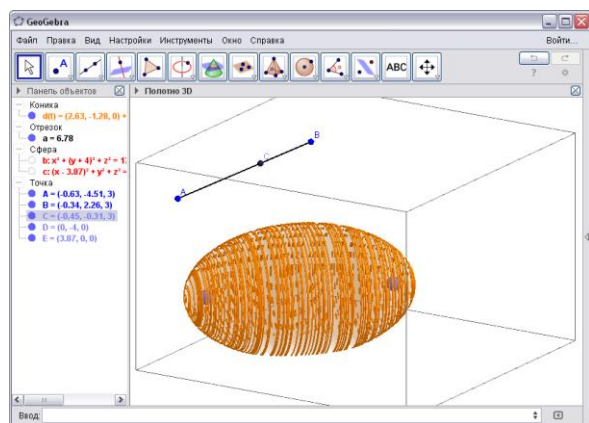


Рис. 5. Побудова еліпсоїда як GMT

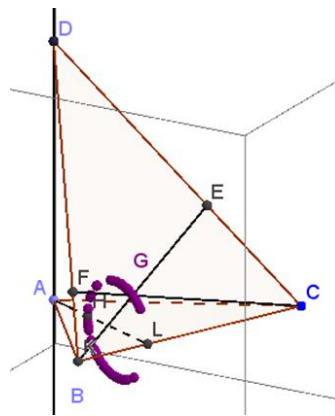


Рис. 6. Побудова GMT інструментом Слід (приклад 5)

Висновки. Описані розв'язання не лише спростують сприйняття складного стереометричного матеріалу, а і збагачують арсенал старшокласників емпіричним методом розв'язування задач на GMT. Вважаємо це важливим з огляду на інформатизацію суспільства та його запити щодо фахівців, які володіють вміннями моделювати проблеми, візуалізувати пошук розв'язків і навичками аналізувати задачі, у тому числі ті, що зводяться до стереометричних задач на GMT.

Список використаних джерел

1. Збірник програм з математики для до профільної підготовки та профільного навчання. Ч.II. Профільне навчання / Упоряд. Н. С. Прокопенко, О. П. Вашуленко, О. В. Єргіна. – Х.: Вид-во «Ранок», 2011. – 384 с.
2. Бевз Г. П. Математика 11 кл.: підруч. для загальноосвіт. навч. закл.: рівень стандарту / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – К.: Генеза, 2011. – 320 с.
3. Апостолова Г. В. Геометрія: 11 клас: підручник для загальноосвітніх навчальних закладів: академічний рівень, профільний рівень / Г. В. Апостолова. – К.: Генеза, 2011. – 304 с.
4. Шарыгин И. Ф. Задачи по геометрии (стереометрия) / И. Ф. Шарыгин. – М.: Наука, 1984. – 160 с.
5. Семеніхіна О.В. Розв'язування задач шкільного курсу статистики у середовищах Gran1 і Geogebra: порівняльний аналіз / О.В. Семеніхіна, М.Г. Друшляк // Фізико-математична освіта. – 2015. – № 1(4). – С. 21-30.
6. Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г. Обґрунтування доцільності використання програм динамічної математики як засобів комп'ютерної візуалізації математичних знань // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Випуск 3 (6). – С. 67-75.
7. Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г. Практика використання параметричного кольору в програмах динамічної математики при розв'язуванні задач на GMT / Олена Семеніхіна, Марина Друшляк // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2015. – Випуск 2 (5). – С. 65-72.
8. Бабич О., Семеніхіна О. До питання про співвідношення понять наочність і візуалізація // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – Суми : СумДПУ ім. А.С.Макаренка, 2014. – № 2(3). – С. 47-53.
9. Безуглий Д. Прийоми візуального подання навчальної інформації // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – Суми : СумДПУ ім. А.С.Макаренка, 2014. – № 2(3). – С. 7-15.

Анотація. Семеніхіна О.В., Друшляк М.Г. Побудова геометричних місць точок з використанням програм динамічної математики.

Авторами акцентується увага на проблемі візуалізації тривимірних побудов і проблемі формування умінь у учнів старшої школи візуалізувати математичний матеріал засобами інформаційних технологій. Зазначено програми динамічної математики Cabri3D і GeoGebra 5.0, де сьогодні є можливою така візуалізація через використання інструментів Траєкторія і Слід. Наводяться приклади розв'язування задач на побудову геометричних місць точок у тривимірному просторі, алгоритми побудов із використанням цих програм в класах різних профілів на академічному, профільному і поглибленому рівнях. Надаються методичні коментарі щодо створення і аналізу динамічних конструкцій.

Ключові слова: програми динамічної математики, задачі на ГМТ простору, Cabri3D, GeoGebra 5.0.

Аннотация. Семенихина Е.В., Друшляк М.Г. Построение геометрических мест точек с использованием программ динамической математики.

Авторами акцентируется внимание на проблеме визуализации трехмерных построений и проблеме формирования умений у учащихся старшей школы визуализировать математический материал средствами информационных технологий. Указано программы динамической математики Cabri3D и GeoGebra 5.0, в которых сегодня возможна такая визуализация, используя инструменты Траектория и След. Приводятся примеры решения задач на построение геометрических мест точек в трехмерном пространстве, алгоритмы построений с использованием этих программ в классах разных профилей на академическом, профильном и углубленном уровнях. Предоставляются методические комментарии относительно создания и анализа динамических конструкций.

Ключевые слова: программы динамической математики, задачи на ГМТ пространства, Cabri3D, GeoGebra 5.0.

Abstract. Semenikhina O.V., Drushlyak M.G. The Construction of the Locus Using Dynamic Mathematics Software.

The authors focus on the problem of visualization of three-dimensional constructions and the problem of formation of skills of high school students to visualize mathematical material by means of information technology. This visualization is especially helpful in the operation with locus. The concept of locus is one of the basic in mathematics education, since it introduces some common geometric objects. The locus problem in space in most cases begins with the formulation of a hypothesis about the form of the figure. This hypothesis needs to be tested on the set of test (and limit) cases. At this stage such means of visualization as dynamic mathematics software (DMS) become useful. The use of them helps to represent and then determine the form of the locus. Among the variety of dynamic mathematics software just Cabri3D and GeoGebra 5.0 have the opportunity to visualize the locus through the use of tools Trajectory and Trace.

Examples of solving locus problems in three-dimensional space, algorithms of construction with the use of these software in classes of different profiles in academic, specialized and in-depth levels are made. Methodological comments are provided regarding the establishment and analysis of dynamic structures. It is noted that the solution of locus problems in space lies beyond the curriculum of the standard level, but the use of such visualization in the study of the basic concepts of the course is appropriate and effective. In

addition the work with software with the foreign-language interface is helpful to students of classes of philological profile. It is a means of expanding vocabulary. For students who study mathematics at higher level, the ability to see an analogy (in some cases to solve a similar problem), "coming out" from the plane into space is useful. It indicates a high level of mathematical intuition.

The described solution not only facilitate the perception of complex stereometrical material, but also enrich the arsenal of students with empirical method of solving locus problems. Authors believe that it is important in the view of the computerization of society and its requests regarding professionals who possess the skills to model problems, visualize the solutions and the skills to analyze tasks, including those that are reduced to stereometric locus problems.

Key words: *dynamic mathematics software, locus problems in space, Cabri3D, GeoGebra 5.0.*

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Семерня О.М. Формування методичних компетентностей майбутніх учителів на різних кваліфікаційних рівнях обізнаності з методики навчання фізики // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 1(7). – С. 135-149.

Semernia O.M. The Formation of Methodical Competence of Future Teachers at Various Levels of Qualification According to the Method of Teaching Physics Knowledge // Physics and Mathematics Education : scientific journal. – 2016. – Issue 1 (7). – P. 135-149.

УДК 373.5.16:53

О.М. Семерня

Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, Україна

ФОРМУВАННЯ МЕТОДИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ НА РІЗНИХ КВАЛІФІКАЦІЙНИХ РІВНЯХ ОБІЗНАНОСТІ З МЕТОДИКИ НАВЧАННЯ ФІЗИКИ

Постановка проблеми. Контрольні заходи з дисципліни «Методика навчання фізики» включають оперативний, поточний, тематичний та підсумковий контроль. Поточний контроль здійснюється під час проведення практичних, лабораторних занять з дисципліни «Методика навчання фізики» і має на меті перевірку рівня підготовленості студента до виконання конкретної роботи. У Кам'янець-Подільському національному університеті імені Івана Огієнка форму проведення поточного контролю з дисципліни «Методика навчання фізики» під час навчальних занять і систему оцінювання рівня знань визначає кафедра методики викладання фізики і дисциплін технологічної освітньої галузі. Підсумковий контроль з дисципліни «Методика навчання фізики» проводиться з метою оцінювання результатів навчання на певному освітньому (кваліфікаційному) рівні або на окремих його завершальних етапах. Підсумковий контроль з дисципліни «Методика навчання фізики» у Кам'янець-Подільському національному університеті імені Івана Огієнка, включає семестровий контроль та державну атестацію студента, випускника кафедри методики викладання фізики і дисциплін технологічної освітньої галузі. Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка використовує письмову форму підсумкового контролю після закінчення логічно завершеної частини лекційних, лабораторних, практичних занять та самостійної та індивідуальної, модульних робіт з дисципліни «Методика навчання фізики» і їх результати враховує при виставленні підсумкової оцінки.

Таким чином, формування методичних компетентностей майбутніх учителів фізики на різних освітніх (кваліфікаційних) рівнях обізнаності з дисципліни «Методика навчання фізики» у Кам'янець-Подільському національному університеті імені Івана Огієнка, має свої особливості, у ракурсі діяльності наукової школи «Теоретико-

технологічні аспекти об'єктивізації контролю навчальної діяльності» при кафедрі методики викладання фізики і дисциплін технологічної освітньої галузі.

Аналіз основних досліджень. Питаннями підготовки майбутніх учителів займалися і займаються А. М. Алексюк, Ю. К. Бабанський, М. І. Бурда, С. С. Вітвицька, С. У. Гончаренко, І. А. Зязюн, О. І. Ляшенко, Н. Г. Ничкало, О. М. Пехота, І. П. Підласий, С. В. Сисоєва, Л. О. Хомич, Г. І. Щукіна та ін.

Методологічними основами підготовки майбутніх учителів присвячені праці Ш. О. Амонашвілі, В. М. Бондаря, О. Я. Савченко, В. О. Сухомлинського, К. Д. Ушинського та ін.

Активними пошуками відповіді на питання про удосконалення змісту і якості фізичної освіти займалися і займаються ряд учених-дослідників: П. С. Атаманчук, Л. Ю. Благодаренко, С. П. Величко, В. Ф. Заболотний, О. І. Іваніцький, О. І. Ляшенко, М. Т. Мартинюк, Ю. М. Оришин, А. І. Павленко, Т. М. Попова, В. Ф. Савченко, М. І. Садовий, В. Д. Сиротюк, В. П. Сергієнко, Н. Л. Сосницька, Б. А. Сусь, В. Д. Шарко, М. І. Шут та ін. [4].

Аналіз основних досліджень учених показав, що існує нагальна потреба в умінні застосовувати професійні знання в сферу діяльності [1-4]. Це означає, що набуті в студентів знання, не достатньо мати формально, а й необхідно цілеспрямовано діяти з ними на досягнення професійної мети: навчити, виховати, розвинути учня. Саме тому, ми говоримо про дієвість як методичну компетентність вчителя (рис. 1).

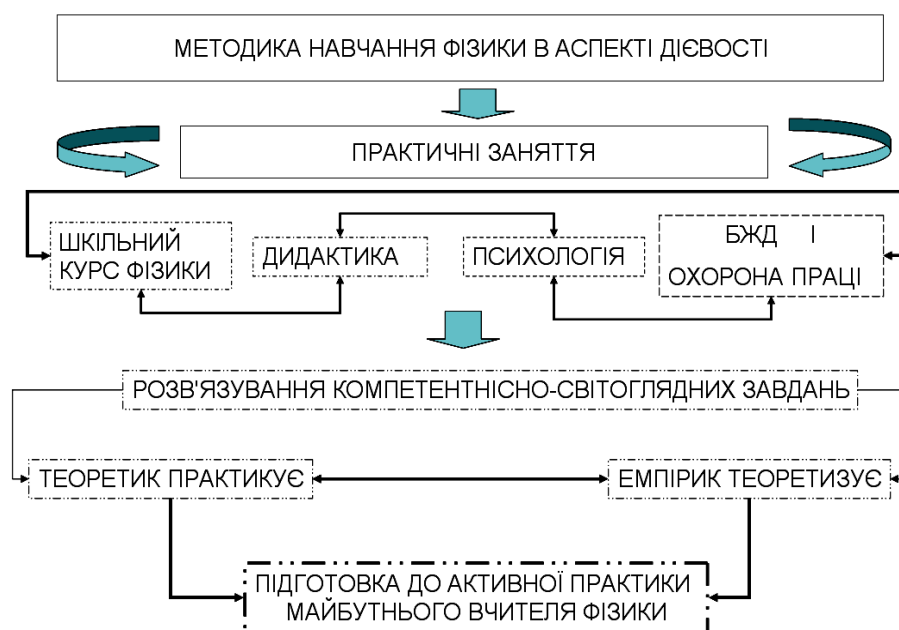


Рис. 1. Дієвість у МНФ

З нових форм контролю за дієвістю навчання студентів кафедрою методики викладання фізики та дисциплін технологічної освітньої галузі Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка впроваджені такі його види: технологія зовнішнього контролю на основі особистісних вимірників якості знань; модульна програма рейтингового контролю; предметний диктант; програмований контроль; взаємоконтроль; опонування та рецензування відповідей або виконаних наукових студентських робіт; науково-практичні, звітні студентські конференції; підготовка науково-методичних публікацій майбутніми фахівцями тощо. На базі кафедри проводяться Інтернет-конференції в режимах відеозв'язку [4].

Мета статті – описати дієвість як методичну компетентність вчителя фізики, і на прикладах нових форм контролю, показати як управляти її формуванням і розвитком у процесі вивчення методики навчання фізики (МНФ), як академічної дисципліни.

Виклад основного матеріалу. Оперативний контроль майбутніх учителів фізики в процесі практичних занять з дисципліни «Методика навчання фізики» ми здійснюємо у вигляді відповідей на посилені питання рівневого характеру.

Наприклад, з теми «Методичні особливості вивчення теплового розширення твердих і рідких тіл», оперативний контроль здійснюємо у вигляді актуалізації опорного рівня обізнаності із наперед вказаним у дужках ступенем знання:

- 1 (Розуміння). Будова термометра.
- 2 (Розуміння). Формула лінійного розширення, її фізичний зміст.
- 3 (Володіння). Рідинний термометр лабораторного типу, будова.
- 4 (Володіння). Медичний термометр (без ртуті), його схема.
- 5 (Володіння). Фізичний зміст коефіцієнта лінійного розширення речовин.

Після проведення процедури оперативного контролювання, коли мобілізували необхідні професійні знання студентів, ми впроваджуємо поточне контролювання результатів самостійної пізнавальної діяльності майбутніх учителів фізики. Це здійснимо зі студентами у вигляді поточного типу представлення результатів навчання і виконання навчально-методичних завдань з дисципліни «Методика навчання фізики».

Наприклад, з названої вище теми, навчально-методичні завдання мають вигляд:

1 (Уміння). Описати методичні рекомендації для учнів, як розв'язувати і складати фізичні задачі на теплове розширення твердих і рідких тіл.

2 (Переконання). Спроекувати та підготувати розгорнутий план-конспект уроку фізики: а) Термометри; б) Лінійне розширення твердих тіл; в) Розв'язування олімпіадних задач.

3 (Уміння). На основі рисунка (наприклад, А) розказати про принцип дії водяного нагрівання в житловому домі.

4 (Переконання). На основі рисунка (наприклад, Б) розробити фізичну лабораторну роботу пошуково-дослідницького характеру на тему «Вивчення особливостей теплового розширення води» для вивчення фізики у старших класах.

5 (Уміння). На основі рисунка (наприклад, В) розказати про дослід Дюлонга і Пті.

У дужках вказані рівні якості формування методичних знань з дисципліни «Методика навчання фізики».

Згідно із Законом України «Про вищу освіту», підготовка фахівців з вищою освітою здійснюється на початковому, першому, другому, третьому, науковому рівнях вищої освіти [3].

Перший рівень вищої освіти, який відповідає шостому кваліфікаційному рівню Національної рамки кваліфікацій та передбачає здобуття особою теоретичних знань та практичних умінь і навичок, достатніх для успішного виконання професійних обов'язків за обраною спеціальністю, відповідає ступеню навчання в університеті, такому як бакалавріат.

Згідно із чинним законом, бакалавр — академічний ступінь, що здобувається на першому рівні вищої освіти та присуджується в результаті успішного засвоєння освітньо-професійної програми, обсяг якої становить 180–240 кредитів ЄКТС.

Перший рівень вищої освіти для формування методичної компетентності майбутнього вчителя фізики бакалавріату з методики навчання фізики визначається дієвістю (табл. 1).

На основі нормативного документа Національної рамки кваліфікацій України, ми узгодили перший рівень вищої освіти з освітніми рівнями результату якості формування методичної компетентності майбутнього вчителя фізики з методики навчання фізики (див. табл. 1). Ми показали, що опис цих рівнів реалізує управління результатами якості сформованості методичної компетентності майбутнього вчителя фізики через прогнозування, планування, контролювання і корегування.

Згідно з Національною рамкою кваліфікацій України і Закону України «Про вищу освіту», під компетентністю розуміють здатність особи до виконання певного виду діяльності, що виражається через знання; знання як розуміння, знання як уміння; цінності; інші особисті якості. Методична компетентність — здатність особи до виконання педагогічної діяльності, що виражається через методичні знання з шкільного курсу фізики, навчально-методичні розуміння з методики навчання фізики, педагогічні уміння, особистісні цінності, особисті якості виявлення у дії.

Як бачимо з таблиці 1, систематизація освітніх рівнів результатів якості формування методичної компетентності майбутнього вчителя фізики у вивченні методики навчання фізики узгоджує між собою різні ступені методичних знань, педагогічних умінь, особистісних цінностей, особистісних якостей виявлення у дії через дієвість у навчанні.

Приклад. Тема практичного заняття «Особливості структури і змісту курсу фізики», дисципліна «Методика навчання фізики».

Актуалізація опорного рівня обізнаності студентів за рівнем якості знань — володіння:

1. Предмет, мета та завдання курсу методики навчання фізики.
2. Структура методики навчання фізики як педагогічної науки.
3. Актуальні проблеми розвитку методики навчання фізики.
4. Фізика як природнича наука. Її завдання та цілі навчання в загальноосвітньому закладі.

Навчально-методичні завдання:

- 1 (Володіння). Розкрити основні положення змісту цього практичного заняття у вигляді опорного конспекту.
- 2 (Уміння). Проаналізувати чинні підручники, посібники зі шкільного курсу фізики для 7-9 класів у вигляді аналітично-порівняльної таблиці, оприлюднити в аудиторії майбутніх фахівців.
- 3 (Уміння). Систематизувати зміст навчального фізичного експерименту зі шкільного курсу фізики для основної школи.
- 4 (Переконання). Спроекувати та підготувати розгорнутий план-конспект вступного уроку фізики, провести фрагмент.

Як бачимо зі змісту питань для оперативного і поточного контролювання майбутніх учителів фізики, проектується цілевизначеність формування методичної компетентності фахівця. Це здійснюється через прогнозування якості професійно-методичних знань з методики навчання фізики. Результат якості методичних знань визначається дієвістю. У процесі виконання майбутнім фахівцем навчально-методичних завдань посилює змісту і, згодом, оприлюдненням цього результату перед аудиторією слухачів можна визначити результат сформованої методичної компетентності майбутнього вчителя фізики. Це здійснимо через порівняння нормативних вимірників здатності особи до виконання педагогічної діяльності, що виражається через методичні знання зі шкільного курсу фізики, навчально-методичні розуміння з методики навчання фізики, педагогічні уміння, особистісні цінності,

особисті якості виявлення у дії (див. табл. 1).

Таким чином, майбутній вчитель фізики формує методичну компетентність з методики навчання фізики на різних кваліфікаційних рівнях, які визначаються через порівняння дієвості студента із нормативними вимірниками, описаними в таблиці 1.

Таблиця 1

Опис першого рівня вищої освіти для поетапного формування методичної компетентності майбутнього вчителя фізики бакалавріату з методики навчання фізики (фрагмент)

Поетапне формування методичної компетентності бакалавра	Методичні знання бакалавра з шкільного курсу фізики як поняття дієвості	Педагогічні уміння бакалавра як процеси дієвості	Особистісні цінності майбутнього вчителя фізики бакалавріату як явища дієвості	Особистісні якості бакалавра виявляти у дії як технології дієвості
Вступний етап 3 бали	Здатність майбутнього вчителя фізики адекватно діяти у відомих простих педагогічних ситуаціях під безпосереднім контролем викладача. Готовність до систематичного навчання з методики навчання фізики			
	Елементарні загальні знання про себе та довкілля	Абстрагування: виконання майбутнім учителем фізики елементарних навчально-методичних завдань з методики навчання фізики у відомих однотипних педагогічних ситуаціях	Пропедевтичний тип представлення результату пошукової діяльності: ситуативна взаємодія майбутнього вчителя фізики в обмеженому колі осіб, зокрема студентів академічної групи, за допомогою інших	Споглядання: поза-логічне сприйняття образної навчально-методичної інформації з методики навчання фізики без явно поставлених цілей; виконання навчально-методичних завдань під безпосереднім контролем викладача методики викладання фізики
	Навчально-методичне розуміння з методики навчання фізики найпростіших причинно-наслідкових та просторово-часових зв'язків		Реагування майбутнього вчителя фізики на прості усні навчально-методичні повідомлення з методики навчання фізики	
Перший етап 4 бали	Здатність виконувати прості навчально-методичні завдання з методики навчання фізики у типових педагогічних ситуаціях у чітко визначеній структурованій сфері педагогічної роботи або методики навчання фізики. Виконання навчально-методичних завдань з методики навчання фізики під безпосереднім керівництвом викладача методики викладання фізики. Готовність до вивчення методики навчання фізики на наступному рівні			
	Елементарні фактологічні знання з методики навчання фізики	Формалізація: виконання простих навчально-методичних завдань з методики навчання фізики за визначеними правилами та інструкціями у типових педагогічних ситуаціях з використанням простих інструментів методики навчання фізики	Пропедевтичний тип представлення результату пошукової діяльності: інтеграція майбутніх учителів фізики до соціальних груп учнів; цілеспрямована діяльність щодо проголошення результатів перспекту індивідуальної практично-дослідної роботи з методики навчання фізики за обраною тематикою	Споглядання: поза-логічне сприйняття образної навчально-методичної інформації з методики навчання фізики без явно поставлених цілей; виконання навчально-методичних завдань з методики навчання фізики під безпосереднім керівництвом викладача даної галузі

Поступне формування методичної компетентності бакалавра	Методичні знання бакалавра з шкільного курсу фізики як поняття дієвості	Педагогічні уміння бакалавра як процеси дієвості	Особистісні цінності майбутнього вчителя фізики бакалавріату як явища дієвості	Особистісні якості бакалавра виявляти у дії як технології дієвості
	Навчально-методичне розуміння найпростіших понять про себе і довкілля, основ безпечної поведінки майбутнього вчителя фізики		Реагування майбутнього вчителя фізики на прості письмові та усні методико-фізичні повідомлення	Обмежена індивідуальна відповідальність майбутнього вчителя фізики, формулювання елементарних методико-фізичних суджень
Другий етап 5 балів	Здатність виконувати типові нескладні навчально-методичні завдання з методики навчання фізики у типових педагогічних ситуаціях у чітко визначеній структурованій сфері педагогічної роботи або вивчення методики навчання фізики. Виконання навчально-методичних завдань з методики навчання фізики під керівництвом викладача цієї галузі з елементами самостійності майбутнього вчителя фізики.			
	Незадовільна організація пізнавальної діяльності майбутнього вчителя фізики, внаслідок якої здобути фрагменти науково-методичних знань — демонстрація фрагментарного розуміння суті педагогічних процесів, окремих фахових понять, символів, термінології	Формалізація: виконання типових нескладних навчально-методичних завдань з методики навчання фізики за визначеними правилами та інструкціями з методики навчання фізики у різних типових педагогічних ситуаціях з використанням інструментів педагогіки, психології, шкільного курсу фізики.	Пропедевтичний тип представлення результату пошукової діяльності: взаємодія в студентському колективі для виконання навчально-методичних завдань з методики навчання фізики; цілеспрямована діяльність щодо проголошення результатів перспекту індивідуальної практично-дослідної роботи з методики навчання фізики за обраною тематикою	Споглядання: поза логічне сприйняття образної навчально-методичної інформації з методики навчання фізики без явно поставлених цілей; виконання навчально-методичних завдань з методики навчання фізики під керівництвом викладача з цієї галузі з елементами самостійності майбутнього вчителя фізики
	Навчально-методичне розуміння дидактичних процесів у методиці навчання фізики та/або педагогічній діяльності зі шкільного курсу фізики	Оцінювання результатів виконання навчально-методичних завдань з методики навчання фізики відповідно до установлених критеріїв якості знань, застосування аргументації	Продуктування деталізованих усних і письмових повідомлень з методики навчання фізики, педагогічне есе	Індивідуальна відповідальність за результати виконання навчально-методичних завдань з методики навчання фізики та/або педагогічній діяльності зі шкільного курсу фізики
Третій етап 6 балів	Здатність виконувати педагогічні або навчально-методичні завдання з методики навчання фізики середньої складності за визначеними алгоритмами і за встановленими нормами часу навчальних занять і якості знань			
	Мінімально критична організація пізнавальної діяльності майбутнього вчителя фізики на рівні механічного заучування — алгоритмічного відтворення основного обсягу навчально-методичного матеріалу з методики навчання фізики	Формалізація: виконання типових навчально-методичних завдань з методики навчання фізики у різних педагогічних ситуаціях через вибір і застосування методів навчання фізики, у перенесенні об'єктів пізнання в площину операцій і знаків з цієї галузі	Поточний тип представлення результату пошукової діяльності: здатність до ефективної роботи в команді майбутніх учителів фізики. Сприйняття конструктивної критики, методичних порад і вказівок; цілеспрямована діяльність	Спостереження: цілеспрямоване сприйняття навчально-методичної інформації з методики навчання фізики з метою формування раціонального типу мислення; самостійне виконання навчально-методичних завдань під мінімальним керівництвом викладача методики навчання фізики

Поступне формування методичної компетентності бакалавра	Методичні знання бакалавра з шкільного курсу фізики як поняття дієвості	Педагогічні уміння бакалавра як процеси дієвості	Особистісні цінності майбутнього вчителя фізики бакалавріату як явища дієвості	Особистісні якості бакалавра виявляти у дії як технології дієвості
			щодо теоретичного опрацювання літературних джерел, аналізу, визначення практичної значимості дослідження, апробації та експерименту з цієї галузі	
	Навчально-методичне розуміння дидактичних принципів, педагогічних процесів і методичних понять у вивченні методики навчання фізики та/або педагогічній діяльності з шкільного курсу фізики	Оцінювання результатів виконання навчально-методичних завдань з методики навчання фізики відповідно до критеріїв якості знань, які в переважно заздалегідь обумовлені у дужках до завдань	Продуктування деталізованих усних і письмових повідомлень з методики навчання фізики, зокрема у педагогічній діяльності, написанні есе	Відповідальність за результати виконання навчально-методичних завдань у вивченні методики навчання фізики та/або педагогічній діяльності майбутнього вчителя фізики
Четвертий етап 7 балів	Здатність самостійно виконувати складні спеціалізовані педагогічні чи навчально-методичні завдання у галузі теорії та методики навчання фізики або у процесі вивчення методики навчання фізики, зокрема в нестандартних педагогічних ситуаціях			
	Задовільно організована пізнавальна діяльність на рівні розуміння — через властивість стислого відтворення основного змісту навчально-методичного матеріалу з фаху	Модуляція: виконання складних спеціалізованих педагогічних чи навчально-методичних завдань з методики навчання фізики, що передбачає створення модулів поведінки на прийняття рішень, у педагогічних ситуаціях, що змінюються, зокрема в нестандартних ситуаціях	Поточний тип представлення результату пошукової діяльності: здійснення наставництва з методики навчання фізики, передавання педагогічного досвіду іншим майбутнім учителям фізики; цілеспрямована діяльність щодо теоретичного опрацювання літературних джерел, аналізу, визначення практичної значимості дослідження, апробації та експерименту з цієї галузі	Спостереження: самостійне виконання навчально-методичних завдань під мінімальним керівництвом викладача методики навчання фізики; самостійність у методиці навчання фізики та/або педагогічній діяльності з шкільного курсу фізики
	Навчально-методичне розуміння дидактичних принципів, методів, процесів у вивченні методики навчання фізики та/або педагогічній діяльності зі шкільного курсу фізики	Планування власного навчання та в обмеженому контексті організація, контроль, оцінювання та коригування навчання інших майбутніх учителів фізики	Продуктування складних деталізованих усних і письмових повідомлень з методики викладання фізики, зокрема у педагогічній діяльності з шкільного курсу фізики	Відповідальність майбутнього вчителя фізики за результати навчання та/або педагогічної діяльності зі шкільного курсу фізики обмежена, відповідальність за навчання та результати роботи інших майбутніх учителів фізики
П'ятий етап 8 балів	Здатність розв'язувати типові спеціалізовані навчально-методичні задачі в галузі теорії та методики навчання фізики або у процесі вивчення методики навчання фізики, що передбачає застосування положень і методів цієї науки і характеризується певною невизначеністю умов			

Поступове формування методичної компетентності бакалавра	Методичні знання бакалавра з шкільного курсу фізики як поняття дієвості	Педагогічні уміння бакалавра як процеси дієвості	Особистісні цінності майбутнього вчителя фізики бакалавріату як явища дієвості	Особистісні якості бакалавра виявляти у дії як технології дієвості
	Задовільно організована пізнавальна діяльність майбутнього вчителя фізики на рівні наслідування — аналогічно-повторювальних операцій над навчально-методичним матеріалом для засвоєння нових професійних знань з методики навчання фізики	Кодування: розв'язання типових спеціалізованих навчально-методичних задач широкого спектра, що передбачає спеціалізоване зашифрування, ідентифікацію та використання галузевої інформації для прийняття педагогічних рішень	Поточний тип представлення результату пошукової діяльності: взаємодія, співробітництво з широким колом осіб (колеги, керівники, учні) для провадження педагогічної або навчально-методичної діяльності з методики викладання фізики; цілеспрямована діяльність щодо теоретичного опрацювання літературних джерел, аналізу, визначення практичної значимості дослідження, апробації та експерименту з даної галузі	Наслідування: цілеспрямоване варіювання навчально-методичною інформацією з методики навчання фізики, існуючої в свідомості студента, з метою її використання в конкретно нових умовах для коригування (трансформування) уже створених пізнавальних образів у цій галузі науки; здійснення обмежених управлінських функцій вчителя фізики та прийняття фахових рішень у звичних педагогічних умовах з елементами непередбачуваності
		Планування педагогічної діяльності, зокрема розподіл ресурсів з методики навчання фізики, аналіз, контроль та оцінювання власної педагогічної роботи та роботи інших майбутніх учителів фізики		Покращення результатів власної навчально-методичної та/або педагогічної діяльності зі шкільного курсу фізики і результатів методичної діяльності інших майбутніх учителів фізики; здатність майбутнього вчителя фізики до подальшого методико-фізичного навчання з деяким рівнем автономності
Шостий етап 9 балів	Здатність розв'язувати складні спеціалізовані навчально-методичні задачі та практичні проблеми у галузі теорії та методики навчання фізики або у процесі вивчення методики навчання фізики, що передбачає застосування психолого-педагогічних теорій та методів цієї науки і характеризується комплексністю та невизначеністю умов			
	Повноцінна пізнавальна діяльність майбутнього вчителя фізики, коли окреслена властивість продуктивного та активного віддзеркалення всіх елементів навчально-методичного матеріалу з методики навчання фізики через світоглядний виклад або через логічно-впорядкований виклад, або	Індукція: розв'язання складних непередбачуваних навчально-методичних задач і педагогічних проблем у спеціалізованих сферах професійної діяльності майбутнього вчителя фізики та/або у процесі вивчення методики навчання фізики, що передбачає збирання та інтерпретацію навчально-методичної інформації (даних), вибір	Тематичний тип представлення результату пошукової діяльності: цілеспрямована діяльність щодо проголошення результатів практично-дослідної роботи вкінці вивчення тематичного блоку фізики або методики її викладання з метою корекції та удосконалення теоретичних основ дослідження, гіпотези,	Повне володіння методологією здобування знань: цілеспрямоване досягнення студентом результату якості навчально-методичної діяльності з методики навчання фізики, коли, незважаючи на перебіг у часі, суб'єкт освіти здатен здобути самостійно необхідні для професійної значимості знання у цій галузі науки; управління майбутнього вчителя фізики комплексними методичними діями або навчально-методичними

Поступове формування методичної компетентності бакалавра	Методичні знання бакалавра з шкільного курсу фізики як поняття дієвості	Педагогічні уміння бакалавра як процеси дієвості	Особистісні цінності майбутнього вчителя фізики бакалавріату як явища дієвості	Особистісні якості бакалавра виявляти у дії як технології дієвості
	через алгоритмічно-шаблонний виклад	дидактичних методів та інструментальних засобів з методики навчання фізики, застосування інноваційних підходів у процесі вивчення методики навчання фізики	мети, завдань і засобів її досягнення, проведення фахової експертизи, апробації та експерименту виконаної роботи; донесення до фахівців, зокрема вчителів фізики, і нефахівців інформації, ідей, проблем, рішень та власного досвіду в галузі теорії та методики навчання фізики	проектами, відповідальність за прийняття рішень у непередбачуваних педагогічних умовах з методики навчання фізики
	Критичне осмислення основних дидактичних теорій, методичних принципів, методів і понять у методиці навчання фізики з метою педагогічної діяльності з шкільного курсу фізики		Здатність майбутнього вчителя фізики ефективно форму-вати методичну стратегію в навчанні шкільного курсу фізики	Відповідальність за професійний розвиток окремого майбутнього вчителя фізики та/або груп майбутніх учителів фізики, здатність до подальшого методико-фізичного навчання з високим рівнем автономності
Сьомий етап 10 балів	Здатність розв'язувати складні навчально-методичні задачі і проблеми в галузі теорії та методики навчання фізики або у процесі вивчення методики навчання фізики, що передбачає проведення частково-пошукових досліджень та/або здійснення методичних інновацій та характеризується невизначеністю умов і методичних вимог			
	Дуже добре організована пізнавальна діяльність майбутнього вчителя фізики на рівні навички: автоматичного уміння раціонального використання змісту навчально-методичного матеріалу в однотипних ситуаціях педагогічної діяльності зі шкільного курсу фізики	Дедукція: розв'язання складних навчально-методичних задач і проблем, що потребує оновлення та інтеграції методичних знань з шкільного курсу фізики, часто в умовах неповної/недостатньої галузевої інформації та суперечливих її вимог	Тематичний тип представлення результату пошукової діяльності: цілеспрямована діяльність щодо проголошення результатів практично-дослідної роботи вкінці вивчення тематичного блоку фізики або методики її викладання з метою корекції та удосконалення теоретичних основ дослідження, гіпотези, мети, завдань і засобів її досягнення, проведення фахової експертизи, апробації та експерименту проробленої роботи; зрозуміле і недвозначне донесення власних навчально-методичних	Навчити, як запам'ятати: цілеспрямоване сприйняття навчально-методичної інформації з методики навчання фізики через автоматичне перекодування, використання опорних сигналів, мови символів з метою спрощення в запам'ятовуванні; прийняття навчально-методичних рішень у складних і непередбачуваних педагогічних умовах з методики викладання фізики, що потребує застосування нових дидактичних підходів та прогнозування методичної діяльності зі шкільного курсу фізики

Поступне формування методичної компетентності бакалавра	Методичні знання бакалавра з шкільного курсу фізики як поняття дієвості	Педагогічні уміння бакалавра як процеси дієвості	Особистісні цінності майбутнього вчителя фізики бакалавріату як явища дієвості	Особистісні якості бакалавра виявляти у дії як технології дієвості
			висновків, а також методичних знань та пояснень із шкільного курсу фізики, що їх обґрунтовують, до фахівців, зокрема учителів фізики, і нефахівців, зокрема до осіб, які навчаються	
	Критичне осмислення навчально-методичних проблем у методиці навчання фізики та/або педагогічній діяльності зі шкільного курсу фізики та на межі предметних галузей	Проведення дослідницької та/або інноваційної методичної діяльності майбутнього вчителя фізики	Використання іноземних мов у професійній педагогічній діяльності з методики навчання фізики	Відповідальність майбутнього вчителя фізики за розвиток професійного знання і педагогічних практик, оцінку стратегічного розвитку команди колег – майбутніх учителів фізики, здатність до подальшого методико-фізичного навчання, яке значною мірою є автономне та самостійне
Восьмий етап 11 балів	Здатність розв'язувати комплексні навчально-методичні проблеми в галузі теорії та методики навчання фізики та/або частково-пошуковій дослідницько-інноваційній науково-методичній діяльності, що передбачає глибоке переосмислення наявних та створення нових цілісних методичних знань та/або педагогічної практики майбутнього вчителя фізики			
	Дуже добре організована пізнавальна діяльність майбутнього вчителя фізики на рівні уміння застосовувати знання, коли виявляється уміння (властивість) раціонального використання головної ланки навчально-методичного матеріалу в нові навчально-методичні інформаційні зв'язки	Порівняння: критичний аналіз, оцінка і синтез нових та складних навчально-методичних ідей з методики навчання фізики	Тематичний тип представлення результату пошукової діяльності: цілеспрямована діяльність щодо проголошення результатів практично-дослідної роботи вкінці вивчення тематичного блоку фізики або методики її викладання з метою корекції та удосконалення теоретичних основ дослідження, гіпотези, мети, завдань і засобів її досягнення, проведення фахової експертизи, апробації та експерименту виконаної роботи; спілкування майбутнього вчителя фізики в діалоговому режимі з широкою науковою спільнотою та громадськістю в галузі теорії та методики навчання	Орієнтування інформації: уміння побудувати власну пізнавальну активність з методики навчання фізики з опорою на відомі або спеціально вивчені навчально-методичні орієнтири; ініціювання інноваційних комплексних проектів, лідерство майбутнього вчителя фізики та повна автономність під час їх реалізації

Поступове формування методичної компетентності бакалавра	Методичні знання бакалавра з шкільного курсу фізики як поняття дієвості	Педагогічні уміння бакалавра як процеси дієвості	Особистісні цінності майбутнього вчителя фізики бакалавріату як явища дієвості	Особистісні якості бакалавра виявляти у дії як технології дієвості
			фізики наукової та/або педагогічної діяльності	
		Розроблення та реалізація навчально-методичних проєктів з методики навчання фізики, зокрема й власні пошукові дослідження майбутнього вчителя фізики, які дають можливість переосмислити наявне та створити нове цілісне методичне знання та/або професійну педагогічну практику і розв'язання значущих соціальних, наукових, культурних, етичних та науково-методичних, навчально-практичних проблем		Соціальна відповідальність майбутнього вчителя фізики за результати прийняття стратегічних навчально-методичних рішень з методики навчання фізики; здатність саморозвиватися і самовдосконалюватися протягом життя, відповідальність за навчання інших майбутніх учителів фізики, осіб, які навчаються, загалом
Дев'ятий етап 12 балів	Здатність визначати та розв'язувати соціально значущі системні проблеми у галузі теорії та методики навчання фізики, які є ключовими для забезпечення стійкого розвитку майбутнього вчителя фізики та вимагають створення нових системоутворювальних методичних знань і прогресивних технологій якісного і результативного навчання з методики фізики			
	Відмінно організована пізнавальна діяльність майбутнього вчителя фізики з методики навчання фізики на рівні переконань: ставити й розв'язувати навчально-методичні проблеми, самостійно здобувати та використовувати навчально-методичну інформацію, виявляти власне ставлення до неї, творчо застосовувати професійні знання, тобто використовувати міркування світоглядного характеру з галузі теорії та методики навчання фізики	Аналізування: критичний аналіз комплексних навчально-методичних і науково-практичних проблем, синтез нових складних ідей з методики навчання фізики, зокрема у міждисциплінарних сферах розроблення та реалізація комплексних навчально-методичних проєктів майбутнього вчителя фізики, як правило, у рамках кафедральної науково-дослідницької школи, які дають змогу глибоко переосмислювати наявне і забезпечувати вагомий приріст нового системного методичного знання з фізики та/або модернізації професійної педагогічної практики, та розв'язання складних соціально значущих методико-фізичних проблем з використанням дослідницько-інноваційних методів	Підсумковий тип представлення результату пошукової діяльності: цілеспрямована діяльність щодо оприлюднення та захисту, за визначеними термінами, індивідуальної практично-дослідної роботи з метою визначення практичної та теоретичної значимості, наукової новизни, подальшого розвитку проблеми; лідерство майбутнього вчителя фізики, вільне компетентне спілкування в діалоговому режимі з широким колом фахівців, зокрема найвищої кваліфікації, та громадськістю в галузі теорії та методики навчання фізики наукової та/або професійної педагогічної діяльності	Формулювання проблеми: цілеспрямоване сприйняття навчально-методичної інформації з методики навчання фізики крізь призму наукового світобачення з метою подальшого прогнозування наслідків реалізації власного стилю пізнання; ініціювання оригінальних дослідницько-інноваційних комплексних проєктів з теорії та методики навчання фізики, спрямованих на розв'язання складних соціально значущих проблем, лідерство майбутнього вчителя фізики та автономність під час їх реалізації, глибоке усвідомлення та відповідальність за наукове обґрунтування стратегічних навчально-методичних рішень, достовірність прогнозування розвитку учнівського колективу, безперервний само розвиток і самовдосконалення майбутнього вчителя фізики, відповідальність за розвиток інших колег та учнів, зокрема в

Поступове формування методичної компетентності бакалавра	Методичні знання бакалавра з шкільного курсу фізики як поняття дієвості	Педагогічні уміння бакалавра як процеси дієвості	Особистісні цінності майбутнього вчителя фізики бакалавріату як явища дієвості	Особистісні якості бакалавра виявляти у дії як технології дієвості
		навчання фізики	майбутнього вчителя фізики	межах кафедральної науково-дослідницької школи

Висновок. Отже, ми описали через дієвість перший рівень вищої освіти для майбутнього вчителя фізики (рис. 2), який реалізує формування різних ступенів методичних знань, педагогічних умінь, особистісних цінностей, особистісних якостей виявлення у дії, і показали, як визначається і оцінюється методична компетентність майбутнього фахівця.

Перспективи подальших розвідок у даному напрямку. Прогнозувати, що в процесі проведення звітних, всеукраїнських і міжнародних науково-практичних студентських конференцій, майбутні вчителі фізики різними типами представляють результати пошуково-дослідницької діяльності (пропедевтичний, поточний, тематичний, підсумковий) і цим показати, що у такому ракурсі діяльності дієвість виступає як явище результативної фізичної освіти.

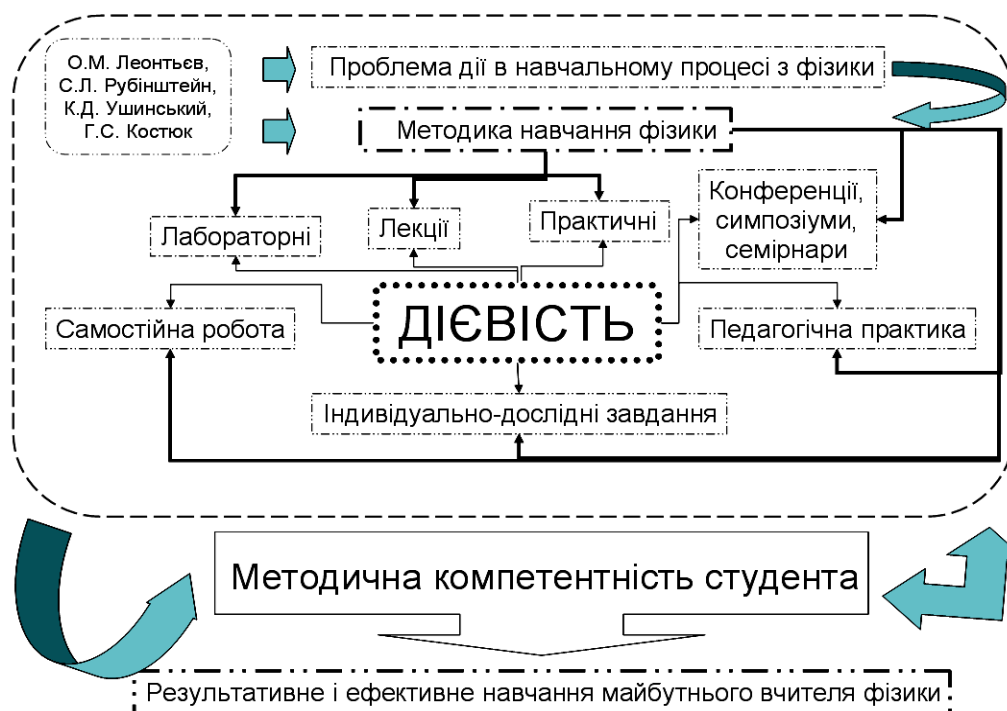


Рис. 2. Дієвість як методична компетентність майбутнього вчителя фізики

Список використаних джерел

- Атаманчук П. С. Практичні заняття з методики навчання фізики (основна школа) : навчальний посібник / П. С. Атаманчук, О. М. Семерня. – Кам'янець-Подільський : Аксіома, 2014. – 236 с.
- Болюбаш Я. Я. Організація навчального процесу у вищих закладах освіти : навч. посібник для слухачів закладів підвищення кваліфікації системи вищої освіти. – К. : ВВП «КОМПАС», 1997. – 64 с.

3. Закон «Про вищу освіту» [Електронний ресурс]. — Режим доступу: <http://dneprtest.dp.ua>.
4. Семерня О. М. Основи методології дієвого навчання майбутніх учителів фізики : монографія / О. М. Семерня. — Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2012. — 376 с.

Анотація. *Семерня О.М. Формування методичних компетентностей майбутніх учителів на різних кваліфікаційних рівнях обізнаності з методики навчання фізики.*

Стаття присвячена аналізу контрольних заходів з дисципліни «Методика навчання фізики», які включають оперативний, поточний, тематичний і підсумковий контроль. Ми показали, що поточний контроль здійснюється під час проведення практичних, лабораторних занять з дисципліни «Методика навчання фізики» і має на меті перевірку рівня підготовленості студента до виконання конкретної роботи. Ми констатували, що в Кам'янець-Подільському національному університеті імені Івана Огієнка форму проведення поточного контролю з дисципліни «Методика навчання фізики» під час навчальних занять і систему оцінювання рівня знань визначає кафедра методики викладання фізики і дисциплін технологічної освітньої галузі. Ми наголосили, що підсумковий контроль з дисципліни «Методика навчання фізики» проводиться з метою оцінювання результатів навчання на певному освітньому (кваліфікаційному) рівні або на окремих його завершальних етапах. Ми констатували, що підсумковий контроль з дисципліни «Методика навчання фізики» у Кам'янець-Подільському національному університеті імені Івана Огієнка, включає семестровий контроль та державну атестацію студента, випускника кафедри методики викладання фізики і дисциплін технологічної освітньої галузі. Нами констатовано також, що Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка використовує письмову форму підсумкового контролю після закінчення логічно завершеної частини лекційних, лабораторних, практичних занять та самостійної і індивідуальної, модульних робіт з дисципліни «Методика навчання фізики» і їх результати враховує при виставленні підсумкової оцінки. Таким чином, у статті, ми аргументуємо, що: формування методичних компетентностей майбутніх учителів фізики на різних освітніх (кваліфікаційних) рівнях обізнаності з дисципліни «Методика навчання фізики» у Кам'янець-Подільському національному університеті імені Івана Огієнка, має свої особливості, у ракурсі діяльності наукової школи «Теоретико-технологічні аспекти об'єктивізації контролю навчальної діяльності» при кафедрі методики викладання фізики і дисциплін технологічної освітньої галузі. Причино-наслідковим зв'язком визначаємо дієвість як методичну компетентність вчителя фізики, і на прикладах нових форм контролю, у статті, реалізуємо ціль показати як управляти її формуванням і розвитком у процесі вивчення методики навчання фізики, як академічної дисципліни. Ми описали через дієвість перший рівень вищої освіти для майбутнього вчителя фізики, який реалізує формування різних ступенів методичних знань, педагогічних умінь, особистісних цінностей, особистісних якостей виявлення у дії, і показали, як визначається і оцінюється методична компетентність майбутнього фахівця.

Ключові слова: методика навчання фізики, нові форми контролю, дієвість, методичні компетентності, вчитель фізики.

Аннотация. Семерня О.Н. Формирование методических компетенций будущих учителей на различных квалификационных уровнях осведомленности по методике обучения физике.

Статья посвящена анализу контрольных мероприятий по дисциплине «Методика преподавания физики», включающие оперативный, текущий, тематический и итоговый контроль. Мы показали, что текущий контроль осуществляется во время проведения практических, лабораторных занятий по дисциплине «Методика преподавания физике», и целенаправленная на проверку уровня подготовленности студента к выполнению конкретной работы. Мы констатировали, что в Каменец-Подольском национальном университете имени Ивана Огиенко форму проведения текущего контроля по дисциплине «Методика преподавания физике» производят во время учебных занятий и систему оценивания уровня знаний определяет кафедра методики преподавания физики и дисциплин технологической образовательной отрасли. Мы отметили, что итоговый контроль по дисциплине «Методика обучения физике» проводится с целью оценки результатов обучения на определенном образовательном (квалификационном) уровне или на отдельных его завершающих этапах. Нами констатировано также, что Каменец-Подольский национальный университет имени Ивана Огиенко исполняет в письменной форме итоговый контроль после окончания логично завершенной части лекционных, лабораторных, практических занятий и самостоятельной/индивидуальной, модульных работ по дисциплине «Методика преподавания физике». Их результаты учитываются при выставлении итоговой оценки. Таким образом, в статье, мы аргументируем, что: формирование методических компетенций будущих учителей физики на различных образовательных (квалификационных) уровнях осведомленности по дисциплине «Методика преподавания физики» в Каменец-Подольском национальном университете имени Ивана Огиенко, имеет свои особенности, в ракурсе деятельности научной школы «Теоретические технологические аспекты объективизации контроля учебной деятельности» при кафедре методики преподавания физики и дисциплин технологической образовательной отрасли. Причинно-следственной связью определяем действенность как методическую компетентность учителя физики, и на примерах новых форм контроля, в статье, реализуем цель продемонстрировать как управлять ее формированием и развитием в процессе изучения методики преподавания физике, как академической дисциплины. Мы описали через действенность первый уровень высшего образования для учителя физики, который реализует формирование различных степеней методических знаний, педагогических умений, личностных ценностей, личностных качеств выявления в действии, и показали, как определяется и оценивается методическая компетентность учителя.

Ключевые слова: методика преподавания физике, новые формы контроля, действенность, методические компетентности, учитель физики.

Abstract. Semernia O.M. The Formation of Methodical Competence of Future Teachers at Various Levels of Qualification According to the Method of Teaching Physics Knowledge.

In the article have described effectiveness of Methodical Competence as a Teacher of Physics. We have described over the effectiveness of the First Level of Higher Education for Teachers of Physics, which implements the formation of different degrees of Methodological

Knowledge, Pedagogical Skills, Personal Values, Personal Qualities Detection in action, and have showed how determined and assessed Methodological Competence of Teachers. We have determined the effectiveness of both the Methodical Competence of the Teacher of Physics. In the examples of new forms of control, we have realized the goal to demonstrate how to control the formation and development of Methodological Expertise in the process of studying methods of teaching physics. We have demonstrated that the efficacy of these is of substantial components of the word, the concept, a phenomenon, a process technology. We have argued that the formation of Methodical Competence of Future Physics Teachers at different Educational Levels of awareness on the subject "Methods of teaching physics" has its own characteristics. This done from the perspective of scientific school activities "Theoretical aspects of the process of objectification control of educational activity" at the Department of Physics and Methods of Teaching of disciplines of the educational technology industry. This is the main idea of the article.

Key words: *Methods Of Teaching Physics, New Forms of Control, Effectiveness, Methodological Competence, A Physics Teacher.*

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Сільвейстр А.М. Використання елементів курсу теоретичної фізики для формування природничо-наукових знань у майбутніх учителів хімії і біології // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 1(7). – С. 151-160.

Silveystr A. Using the course of theoretical physics for the formation of scientific knowledge at the future teachers of chemistry and biology // Physics and Mathematics Education : scientific journal. – 2016. – Issue 1 (7). – P. 151-160.

УДК 378.016:530

А.М. Сільвейстр

*Вінницький державний педагогічний університет
імені Михайла Коцюбинського, Україна*

ВИКОРИСТАННЯ ЕЛЕМЕНТІВ КУРСУ ТЕОРЕТИЧНОЇ ФІЗИКИ ДЛЯ ФОРМУВАННЯ ПРИРОДНИЧО-НАУКОВИХ ЗНАНЬ У МАЙБУТНІХ УЧИТЕЛІВ ХІМІЇ І БІОЛОГІЇ

Постановка проблеми. Вивчення студентами хімічних і біологічних спеціальностей деяких питань курсу хімії передбачає опанування знань з теоретичного курсу фізики. Саме теоретичну основу курсу хімії складають такі розділи теоретичної фізики як квантова механіка та статистична фізика і термодинаміка. Квантова механіка допомагає у вивченні теорії атомів і молекул, реалізує теорію хімічного зв'язку, розкриває природу хімічних реакцій, відображає хвильові властивості електрона (рівняння Шредінгера), дає наукове тлумачення корпускулярно-хвильового дуалізму тощо. Курс статистичної фізики і термодинаміки допомагає студентам набутти знань про статистичні характеристики та закономірності термодинамічних процесів: статистичне означення ентропії, третє начало термодинаміки (теплова теорема Нернста), характеристичні функції та термодинамічні потенціали тощо.

Раніше зазначалося, що курс фізики для даних спеціальностей повинен бути простий і доступний, але в той час і не спрощеним, достатньо повним для відображення сутності фізичних, хімічних і біологічних теорій та процесів. В курсі загальної фізики в основному накопичуються знання про основні фізичні явища, фундаментальні дослідження, основні закони. Хоча в ньому і вивчаються елементи фізичної теорії, але в цілому у курсі здійснюється так званий феноменологічний підхід, тобто робиться наголос на самі явища, показ їх на дослідженнях, вивчення окремих законів. Використання елементів курсу теоретичної фізики допоможе студентам виявити деякі важливі методологічні і світоглядні питання фізики та встановити взаємозв'язок фундаментальних фізичних теорій у хімічних і біологічних науках.

Аналіз актуальних досліджень. Фізичні теорії розглядаються у працях А.І. Ансельма, Г.О. Бугаєнка, А.С. Василевського, Є.Ф. Венгера, Л.Д. Ландау,

Є.М. Ліфшиця, О.В. Мельничука, В.В. Мултановського, М.І. Шута, І.Р. Юхновського та ін.

Мета статті: теоретично обґрунтувати та показати роль курсу теоретичної фізики для формування природничо-наукових знань у майбутніх учителів хімії і біології.

Виклад основного матеріалу. Як зазначає ряд науковців та авторів підручників і посібників з теоретичних курсів фізики, що теорія є однією і керуючою формою знання для всіх наук. В епоху суспільного розвитку здійснюється пізнання людиною навколишнього світу за рахунок наукової теорії, яка служить для використання, примноження та передачі знань наступним поколінням.

М.В. Міцкевич [4, с. 5] зазначає: «із досліду, експерименту, ми черпаємо крихти наших знань і дослідом перевіряємо теоретичні висновки і припущення. Однак без теорії нам просто нічого було б перевіряти, ні застосовувати на практиці. Теорія свого роду мозок фізики, як, втім, і будь-якої іншої науки. Її завдання – коротко і ясно записати (сформулювати) те, що продиктував експеримент, і зробити це так, щоб одразу стали видні всі наслідки, щоб було зрозуміло, яких деталей не вистачає, які нові досліді необхідні».

В.В. Мултановський у посібнику [6, с. 6-7] наводить три функції теорії:

1. Використання наявних знань людиною в практичній діяльності. Практика висуває багато задач, розв'язання яких не міститься у накопичених емпіричних фактах, хоча їх дуже багато і вони різноманітні. Теорія містить в собі відповідь на будь-яку задачу, яка відноситься до області її застосування.

2. Примноження, здобуток знань. Проведення експериментальних досліджень, які тісно пов'язані з теорією.

3. Передача, накопичених людством, знань наступним поколінням. Знання цілеспрямовано передаються при навчанні під час викладення теорії в тому чи іншому навчальному курсі.

Вивчаючи курси загальної хімії, фізичної і колоїдної хімії, студенти знайомляться з теорією хімічного зв'язку і будовою молекул на основі теорії Шредінгера. Деякі розрахунки абсолютних значень ентропії і сталих рівноваги проводяться на основі постулату Планка та ін. [8, с. 3]. Ми розглянемо тільки деякі висновки, до яких приводить викладання деяких питань теоретичної фізики для формування фундаментальних знань та природничо-наукової картини світу у майбутніх учителів хімії і біології.

Розглядаючи деякі елементи квантової механіки в курсі загальної фізики, ми звертаємо увагу студентів на те, що закони руху мікрочастинок встановлюються квантовою механікою. Квантова механіка дозволяє зрозуміти і розрахувати будь-які явища на атомно-молекулярному рівні, починаючи з будови електронних оболонок атомів, процесів випромінювання і поглинання світла атомами і закінчуючи властивостями атомів і молекул, їх хімічними взаємодіями. На відміну від координатно-імпульсного способу задання стану в класичній механіці, в квантовій механіці стан задається деякою функцією просторових координат і часу. Цю функцію називають хвильовою і позначають $\psi(x, y, z, t)$. Тобто, замість рівняння Ньютона, яке часто використовується в якості основного закону для визначення стану конкретних систем, застосовують рівняння Шредінгера [8, с. 10-11]. Наприклад, так як електрон виявляє властивості хвилі, то його стан в атомі можна описати за допомогою хвильової функції ψ , яка знаходиться із розв'язку рівняння Шредінгера:

$$i\hbar \frac{\partial \psi(r, t)}{\partial t} = \hat{H} \psi(r, t), \quad (1)$$

де $\hat{H}$ - оператор повної енергії (гамільтоніан), який дорівнює: $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + U(x, y, z)$.

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 \psi + U(x, y, z)\psi, \quad (2)$$

де $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ – оператор Лапласа; $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ – стала Планка; m – маса мікрочастинки; $U(x, y, z)$ – потенціальна енергія мікрочастинки; x, y, z – координати мікрочастинки.

Рівняння (1) і (2) представляють загальне рівняння Шредінгера. Основною особливістю загального рівняння Шредінгера є наявність уявної одиниці перед похідною $\frac{\partial \psi}{\partial t}$. Внаслідок уявності, коефіцієнт перед $\frac{\partial \psi}{\partial t}$ у загальному рівнянні Шредінгера, будучи рівнянням першого порядку за часом, може мати періодичні розв'язки [3, с. 25].

У 1927 році були отримані точні розв'язки рівняння Шредінгера для атома водню (Гідрогену). Дані розв'язки дають можливість з'ясувати поняття атомної орбіталі, квантових чисел і квантування енергії, які є фундаментальними поняттями у сучасній теорії валентності. Звертаємо увагу студентів, що рівняння Шредінгера для електрона в атомі водню буде мати вигляд:

$$\nabla^2 \psi + \frac{2m}{\hbar^2}(E + U(x, y, z))\psi = 0, \quad (3)$$

де E – величина енергії для будь-якого певного значення ψ ; $U(x, y, z) = -\frac{e^2}{r}$ – потенціальна енергія електрона; r – відстань між частинками (електроном і протоном).

Для багатоелектронних атомів користуються наближеними розв'язками рівняння Шредінгера, які забезпечили обґрунтування квантових чисел. Таким чином, хвильова функція, що описує рух електрона, залежить від трьох квантових чисел: n, l, m . Щоб ця функція була скінченна, неперервна і однозначна, всі квантові числа повинні бути цілими [8, с. 18]. Звертаємо увагу майбутніх учителів хімії і біології на те, що існує четверте квантове число – спінове s , але воно не входить до рівняння Шредінгера.

При розгляді даного питання важливо звернути увагу студентів ще й на те, що енергія частинки, для якої справедливі закони квантової механіки може приймати тільки ряд строго певних значень, які характеризуються цілим коефіцієнтом n . У цьому випадку говоримо, що енергія електрона, який рухається відносно ядра, квантується. При цьому параметр n може бути ототожнений з головним квантовим числом атома в теорії Бора:

$$E = -\frac{2\pi^2 m e^4}{h^2} \frac{1}{n^2}. \quad (4)$$

Так як енергія електрона в атомі водню визначається головним квантовим числом n і не залежить від інших квантових чисел, то може бути декілька станів електрона з однаковою енергією. Такі стани називаються виродженими. Виродження зникає під дією на електрон в атомі зовнішнього електричного і магнітного полів [7, с. 45; 8, с. 19]. Введення головного квантового числа і передбачення про квантування енергії є одним із основних постулатів теорії Бора. В квантовій механіці це положення служить необхідною умовою для розв'язку радіальної частини хвильового рівняння

Шредінгера [8, с. 18].

Як зазначалося вище, рівняння Шредінгера дає можливість з'ясування поняття атомної орбіталі. Одноелектронні хвильові функції ψ для атома водню часто називають атомними орбіталями. Вони описують просторовий розподіл електронної густини навколо ядра. Стан атома або молекули, коли всі електрони знаходяться на найнижчому допустимому рівні, називається основним або незбудженим [8, с. 18]. Також необхідно зазначити, що кожній орбіталі відповідає певний набір квантових чисел; для атомів залишається справедливим принцип Паулі; на кожній орбіталі може перебувати не більше двох електронів з протилежно напрямленими спінами полів [7, с. 89].

Користуючись кантовими підходами, ми можемо довести принцип Паулі, який говорить, що два електрони не можуть перебувати в одному квантовому стані. Для цього ми скористаємося антисиметричною хвильовою функцією. Як відомо, що симетрія або антисиметрія залежить від природи частинок. Ті частинки, спін в яких напівцілий, називаються ферміонами і описуються антисиметричними хвильовими функціями. Електрон як частинка відноситься до ферміонів. Антисиметрична хвильова функція для двох частинок:

$$\psi_{i,k}^{\phi}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \varphi_i(\vec{r}_1)\varphi_k(\vec{r}_2) - \varphi_i(\vec{r}_2)\varphi_k(\vec{r}_1). \quad (5)$$

Припустимо, що два ферміони (електрони) перебувають в одному квантовому стані, наприклад i -му, то їх хвильова функція буде мати вигляд:

$$\psi_{i,i}^{\phi}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \varphi_i(\vec{r}_1)\varphi_i(\vec{r}_2) - \varphi_i(\vec{r}_2)\varphi_i(\vec{r}_1) \equiv 0. \quad (6)$$

З виразу (6) видно, що ($\equiv 0$) за означенням такого стану не існує. Отже, немає двох ферміонів, які б могли перебувати в одному квантовому стані.

У вище названих курсах хімії важливе значення для майбутніх учителів хімії і біології також мають місце елементи статистичної фізики і термодинаміки. В курсі «Фізична і колоїдна хімія» під час розгляду розділів «Основи термодинаміки», «Термохімія», «Хімічна рівновага», «Фазова рівновага і фізико-хімічний аналіз» студенти розглядають рівняння Гіббса-Гельмгольца, закони термодинаміки (статистичний характер другого закону термодинаміки), оборотні і необоротні процеси, термодинамічні характеристичні функції (внутрішня енергія, ентропія, вільна енергія, ентальпія) і потенціали (термодинамічний потенціал Гіббса, великий термодинамічний потенціал Гіббса) та у курсі «Загальна хімія» в розділі «Енергетика і направленість хімічних процесів» мають місце питання, пов'язані з термодинамічними характеристичними функціями та потенціалами.

Як приклад, розглянемо поняття ентропії, яке має широке значення для хімічних і біологічних процесів. Наголошуємо, що дане поняття є виключно статистичним поняттям, оскільки визначається логарифмом числа мікростанів, що реалізують рівноважний стан:

$$S = k \ln W, \quad (7)$$

де k – стала Больцмана; $W = \frac{\Delta\Gamma}{h^s}$ – число мікростанів в об'ємі фазового простору.

Дуже важливо відзначити, що поняття ентропії строго можна ввести лише для ізольованої макроскопічної системи, що перебуває в стані термодинамічної рівноваги. Таким чином, поняття ентропії є виключно статистичним поняттям, тобто таким, яке можна застосовувати лише для систем, що складаються з дуже великого числа частинок. Так як число можливих рівноважних мікростанів W завжди більше одиниці, то і ентропія системи теж завжди додатна ($W \geq 1$, то $S \geq 0$).

Звертаємо увагу студентів і на те, що ентропія є мірою інформації і мірою хаосу в системі. Якщо інформація про систему (координати та проекції імпульсів всіх частинок системи) будуть відомі з максимально можливою точністю) буде максимально можливою, то ентропія системи буде мінімальною. І навпаки, якщо інформація про систему (координати та проекції імпульсів всіх частинок системи) будуть відомі з меншою точністю) буде мінімально можливою, то ентропія системи буде максимальною. Таким чином, зростання ентропії призводить до зменшення інформації про мікростан системи, при цьому максимальна ентропія відповідає мінімальній інформації.

При зростанні ентропії невизначеність координат та проекцій імпульсів частинок системи збільшується, фазова точка системи може рухатись в більшому за величиною об'ємі фазового простору $\Delta\Gamma$, тобто хаос в системі при цьому зростає.

На основі кількісних співвідношень можна показати, що ентропія є мірою хаосу в системі. Для цього можна скористатися виразом статичного інтегралу z для ідеального газу, що знаходиться в об'ємі V і містить N частинок та виразом, який дає визначення вільної енергії системи F :

$$F = -\theta \ln z. \quad (8)$$

Після деяких математичних перетворень отримаємо вираз для вільної енергії:

$$F = -NkT \left(\ln \frac{V}{N} + \frac{3}{2} \ln T + \ln \left(\frac{2\pi mk}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} + 1 \right). \quad (9)$$

Маючи вираз для вільної енергії системи, легко знайти ентропію системи:

$$S = -\frac{\partial F}{\partial T} = Nk \left(\ln \frac{V}{N} + \frac{3}{2} \ln T + \ln \left(\frac{2\pi mk}{h^2} \right)^{\frac{3}{2}} + \frac{5}{2} \right). \quad (10)$$

Вираз (10) дійсно демонструє зв'язок ентропії з мірою хаосу, оскільки з цієї формули видно, що ентропія зростає, коли зростає об'єм V (збільшуються невизначеності координат частинок), а також коли зростає температура системи T (збільшуються невизначеності проекцій імпульсів частинок). З виразу (10) видно, що ентропія є величиною адитивною (оскільки ентропія у цій формулі пропорційна числу частинок N , а концентрація газу $\frac{N}{V}$ залишається постійною).

Студентам наголошуємо, ентропія виступає як критерій напряду процесу і як критерій рівноваги, що має важливе значення для хімічних і біологічних систем. Із підвищенням температури ентропія зростає тому що збільшується хаотичність рухів. Зростання ентропії спостерігається при плавленні і сублімації кристалу, при кипінні рідини, тому що в цих процесах зменшується упорядкованість системи. З підвищенням температури посилюється рух частинок, послаблюються зв'язки між атомами в молекулах, відбувається їх дезінтеграція (реакції розкладання) [2, с. 44]. Чим більша ентропія, тим стійкіша система. Це стосується не тільки хімічних процесів, але й усіх інших.

Щодо біологічних об'єктів, то це є відкриті системи. Кожний живий об'єкт бере з навколишнього середовища поживні речовини, кисень тощо, які мають низьку величину ентропії, і віддає в середовище продукти розкладання – речовини з більш високими величинами ентропії. Отже, живий організм не можна розглядати як ізольовану систему, а тільки в єдності з навколишнім середовищем. Якщо організм ізолювати від середовища, то відбуватимуться тільки процеси, які

супроводжуватимуться зростанням ентропії, і організм загине [2, с. 50].

Незалежно від того, містить ізолювана система в собі живий організм чи в ній його немає, в окремих частинах цієї системи може зменшуватися ентропія, а в окремих – збільшуватися. Це не суперечить другому закону термодинаміки. У цілому ентропія системи буде сталою для оборотних процесів, або збільшуватиметься – для необоротних. Також необхідно зазначити, що живий організм не перебуває в рівновазі з середовищем [2, с. 50].

Згідно з статистичним означенням (6) ентропія буде максимальною в рівноважному стані, а це значить, що в будь-якому нерівноважному стані ентропія буде меншою, ніж в стані термодинамічної рівноваги. У зв'язку з тим, що замкнута система спонтанно, в силу теплового руху, приходить до рівноважного стану, то ентропія нерівноважних систем у процесі встановлення рівноваги зростає. Таким чином, ми підводимо студентів до визначення закону зростання ентропії: для всіх замкнутих систем, які реалізуються в природі, ентропія ніколи не зменшується – вона або зростає, або, в граничному випадку, залишається постійною. У відповідності з цим, всі процеси, які відбуваються з макроскопічними тілами, прийнято поділяти на необоротні і оборотні. Студентам акцентуємо увагу, якщо ентропія в ході якогось процесу зберігається сталою, то процес є оборотним, якщо зростає – процес необоротний. Зрозуміло, що повністю оборотний процес є фізичною ідеалізацією. Всі реальні процеси в природі можуть бути оборотними лише з тією чи іншою точністю.

Розглядаючи другий принцип термодинаміки, студентам наголошуємо, що це загальний закон природи, дія якого поширюється на різні системи. Незважаючи на його різні формулювання, всі вони вважаються рівноцінними. Другий принцип термодинаміки має статистичний характер і застосовується тільки для систем, які складаються з великої кількості частинок. Статистичний характер другого принципу термодинаміки впливає із зв'язку з ентропією, яка як функція стану системи має статистичний зміст.

Тенденція до зростання ентропії визначає напрямок всіх різноманітних процесів в природі. Вони протікають так, що повна ентропія системи збільшується. Це є закон зростання ентропії і він доповнює закон збереження енергії. Закон зростання ентропії вказує напрямок потоку тепла або певної хімічної реакції, він визначає, куди рухатися молекулам стиснутого газу при наявності вільного простору [4, с. 75].

На відміну від першого принципу термодинаміки, який має однакову форму запису, як для оборотних процесів, так для необоротних – другий принцип термодинаміки має різні форми запису:

- для оборотних процесів:

$$dS = \frac{\delta Q}{T}; \quad (11)$$

- для необоротних процесів:

$$dS > \frac{\delta Q}{T}; \quad (12)$$

- об'єднаний:

$$dS \geq \frac{\delta Q}{T}, \quad (13)$$

де знак рівності відповідає оборотним процесам, знак нерівності – необоротним.

Звертаємо увагу студентів на те, що в оборотних процесах другий закон термодинаміки виступає як закон існування й збереження ентропії, для необоротних – це закон існування й зростання ентропії.

Важливим для студентів буде і те, що на відміну від першого закону термодинаміки, який стосується будь-яких малих і великих систем, другий закон, який має статистичний характер, не можна застосовувати до мікросистем і до процесів космічного масштабу. Неприпустима абсолютизація та екстраполяція другого закону на Всесвіт привели до хибної гіпотези про скінченність Всесвіту, що суперечить даним науки [2, с. 50-51].

Переходячи до систем великого розміру, ми нашоувуємося на межі застосування другого принципу термодинаміки. Всі знання про термодинамічні рівноважні стани і про наближення ентропії до максимуму справедливі для обмежених систем. Виникають сумніви в тому, чи застосовні ці закономірності до протяжних систем, а тим більше до нескінченного Всесвіту.

З закону зростання ентропії слідує, якщо в початковий момент часу ізольована система перебувала в нерівноважному стані, то найбільш імовірним результатом в наступний момент часу буде перехід в більш рівноважний стан з більшою ентропією. Отже, вважаючи Всесвіт ізольованою системою, можна повторити висновок, зроблений Р. Клаузіусом в 1865 році, що Всесвіт прямує до стану термодинамічної рівноваги, тобто прямує до стану, в якому зникнуть будь-які теплові потоки інтенсивних величин, зникне життя.

Критику цієї теорії дав Ф. Енгельс в «Діалектиці природи» [5, с. 362-363]. Критика Ф. Енгельса базується на тому, що Всесвіт не можна вважати ізольованою системою і не можна застосовувати закон збереження ентропії.

На завершення розглянутого питання звертаємо увагу студентів на те, що теоретична і експериментальна фізика довела статистичний характер другого начала термодинаміки, яке було абсолютизоване Клаузіусом.

Для хімічних процесів важливе значення має вільна енергія системи. Дане поняття у статистичній фізиці і термодинаміці ми вводимо, користуючись виразом (8), а більш детально розглядаємо при вивченні термодинамічних характеристик функцій. Під вільною енергією розуміють ту частину енергії, яку можна перевести в корисну роботу. Вираз для вільної енергії можна представити у вигляді:

$$F = U - TS . \quad (14)$$

Продиференціювавши вираз (14)

$$dF = dU - TdS - SdT \quad (15)$$

та скориставшись виразом основної термодинамічної тотожності

$$TdS = dU + \delta W \quad (16)$$

і виділивши із роботи δW роботу по розширенню газу

$$\delta W = pdV + \sum_{i=1}^n A_i da_i \quad (17)$$

(штрих у сумі $\sum_{i=1}^n A_i da_i$ означає, що з неї виключено роботу, пов'язану з розширенням газу, тобто цей вираз включає роботу всіх сил, крім сил тиску) після деяких математичних перетворень отримаємо:

$$dF = -SdT - pdV - \sum_{i=1}^n A_i da_i . \quad (18)$$

Розглянувши ізотермічний процес, коли $T = const$, маємо:

$$-(dF)_T = pdV + \sum_{i=1}^n A_i da_i = \delta W . \quad (19)$$

З цієї формули можемо зробити висновок, що в оборотних (рівноважних)

процесах зменшення вільної енергії дорівнює максимально корисній роботі. Тобто, в ізотермічних процесах робота виконується системою не за рахунок зменшення внутрішньої енергії U , а за рахунок зменшення вільної енергії системи F . В ізотермічних процесах вільна енергія відіграє таку ж роль як і внутрішня енергія при адіабатичних процесах. Під час хімічних реакцій, як правило, єдиною формою роботи є робота розширення. Але для ряду процесів характерні й інші форми роботи – робота збільшення поверхні, електрична робота в гальванічному елементі тощо [2, с. 45].

Для необоротних процесів

$$dF \leq -SdT - pdV - \sum_{i=1}^n A_i da_i. \quad (20)$$

Якщо має місце довільний ізотермічний процес, то

$$-(dF)_T \leq pdV + \sum_{i=1}^n A_i da_i = \delta W. \quad (21)$$

Це означає, що зменшення вільної енергії визначає максимальну ізотермічну роботу системи.

Якщо в системі підтримувати постійну температуру, об'єм й інші зовнішні параметри a_i , то $dF \leq 0$. Відповідно в таких умовах вільна енергія або стала, або зменшується до тих пір, поки система не перейде в стан термодинамічної рівноваги. В стані стійкої рівноваги вільна енергія бути мати мінімальне значення. Все це зумовлює широке застосування цієї характеристичної функції для вивчення хімічних реакцій в рідкому середовищі, електрохімічних явищах, фазових переходах тощо. Як тільки вільна енергія системи досягає екстремального значення, реакція або процес переходу речовини з одного агрегатного стану в інший припиняється. Автори [1, с. 92] зазначають, що математичне дослідження цих питань дозволяє знайти практично важливі закономірності, наприклад, рівноважне відношення мас речовин, що реагують і т.д.

Важливим є те, що в довільних процесах вільна енергія безперервно зменшується, а там, де довільний процес утруднений, його виникненню сприяє людина. Як приклад, можна навести використання енергії природного палива, яка з хімічної форми перетворюється в теплову.

Висновки. Ми розглянули деякі приклади використання елементів теоретичної фізики на заняттях із загального курсу фізики у майбутніх учителів хімії і біології. Використання елементів теоретичної фізики на заняттях сприяє оволодінню основними законами теорії, які сформульовані мовою математики та зробити відповідні висновки, що ведуть до збагачення природничо-науковими знаннями, розвивають мислення студентів та інтенсифікують навчальний процес. Такий підхід дозволяє доповнити вивчення матеріальної структури, що складає теоретичну базу хімічних і біологічних процесів.

Список використаних джерел

1. Василевский А.С. Статистическая физика и термодинамика: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. фак. пед. ин-тов /А.С. Василевский, В.В. Мултановский. – М.: Просвещение, 1985. – 256 с.
2. Каданер Л.И. Физическая и коллоидная химия /Л.И. Каданер. – 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Вища школа, 1983. – 287 с.
3. Квантова механіка (Конспект лекцій): Посібник для студентів вищих навчальних педагогічних закладів освіти /Автори-укладачі: А.Ф. Недибалюк, А.М. Сільвейстр, В.І. Солоненко. – Вінниця: ТОВ Фірма «Планер», 2008. – 90 с.

4. Линднер Г. Картины современной физики / Г. Линднер. Пер. с нем. Ю.Г. Рудого. Предисл. Н.В. Мицкевича. – М.: «Мир», 1977. – 272 с.
5. Маркс К. Сочинения: Издания второе. Т. 20 / К. Маркс, Ф. Энгельс. – М.: Госполитиздат, 1961. – 827 с.
6. Мултановский В.В. Курс теоретической физики. Том 1. Классическая механика. Основы специальной теории относительности. Релятивистская механика / В.В. Мултановский. – М.: Просвещение, 1988. – 304 с.
7. Романова Н.В. Загальна та неорганічна хімія. Підручник для студентів вищих навчальних закладів / Н.В. Романова. – Київ; Ірпінь: ВТФ «Перун», 1988. – 480 с.
8. Стромберг А.Г. Физическая химия: Учеб. пособие для вузов / А.Г. Стромберг, Д.П. Семченко. Под ред. А.Г. Стромберга. – М.: Высшая школа, 1973. – 480 с.

Анотація. Сільвейстр А.М. Використання елементів курсу теоретичної фізики для формування природничо-наукових знань у майбутніх учителів хімії і біології.

У статті розглядаються питання пов'язані з використанням елементів курсу теоретичної фізики під час вивчення дисципліни «Фізика» у майбутніх учителів хімії і біології. Теоретично обґрунтовується та вказується роль курсу теоретичної фізики для формування природничо-наукових знань у майбутніх учителів хімії і біології. Звертається увага на висновки, до яких призводить викладання деяких питань теоретичної фізики для формування природничо-наукової картини світу у студентів нефізичних спеціальностей педагогічних університетів. Такий підхід до вивчення курсу фізики допоможе студентам виявити деякі важливі методологічні і світоглядні питання фізики та встановити взаємозв'язок фундаментальних фізичних теорій у хімічних і біологічних процесах.

Ключові слова: теоретична фізика, курс фізики, природничо-наукові знання, наукова картина світу, теорії, процеси.

Аннотация. Сильвейстр А. Н. Использование элементов курса теоретической физики для формирования естественнонаучных знаний у будущих учителей химии и биологии.

В статье рассматриваются вопросы, связанные с использованием элементов курса теоретической физики при изучении дисциплины «Физика» в будущих учителей химии и биологии. Теоретически обосновывается и указывается роль курса теоретической физики для формирования естественнонаучных знаний у будущих учителей химии и биологии. Обращается внимание на выводы, к которым приводит преподавания некоторых вопросов теоретической физики для формирования естественнонаучной картины мира у студентов нефизических специальностей педагогических. Такой подход к изучению курса физики поможет студентам выявить некоторые важные методологические и мировоззренческие вопросы физики и установить взаимосвязь фундаментальных физических теорий в химических и биологических процессах.

Ключевые слова: теоретическая физика, курс физики, естественнонаучные знания, научная картина мира, теории, процессы.

Abstract. Silveystr A. Using the course of theoretical physics for the formation of scientific knowledge at the future teachers of chemistry and biology.

This article discusses issues related to the use of elements of theoretical physics

course in the study course "Physics" at the future teachers of chemistry and biology. Theoretically substantiated and indicate the role of theoretical physics course for the formation of scientific knowledge at the future teachers of chemistry and biology. Attention is drawn to the conclusions, which leads teaching some of the issues of theoretical physics for the formation of natural scientific picture of the world at students of pedagogical specialties nonphysical. This approach to the study of physics course will help students to find out some important methodological and philosophical problems of physics and to establish the relationship of fundamental physical theories in chemical and biological processes.

Keywords: *theoretical physics, physics course, natural sciences, scientific picture of the world, theory, processes.*

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Тінькова Д.С. Формування дослідницьких компетентностей учнів ПТНЗ на уроках математики // Фізико-математична освіта : науковий журнал. – 2016. – Випуск 1(7). – С. 161-166.

Tinkova D. Formation of research competence of vocational school students in math class // Physics and Mathematics Education : scientific journal. – 2016. – Issue 1 (7). – P. 161-166.

УДК 377: 372.851

Д.С. Тінькова
ДНЗ «Бердянський МПЛ», Україна

ФОРМУВАННЯ ДОСЛІДНИЦЬКИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ ПТНЗ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ

Постановка проблеми. Перезавантаження системи освіти в цілому та професійно-технічної освіти зокрема вимагає нових підходів до навчання та виховання учнів. Навчально-виховний процес у системі професійно-технічної освіти повинен спрямовуватися на підготовку кваліфікованого робітника відповідно до вимог технологічного розвитку різноманітних галузей виробництва; формування творчої особистості майбутнього робітника з високим рівнем професійної компетентності; здатності до самоорганізації та самореалізації у професійній діяльності.

Сучасний ринок праці вимагає кваліфікованих, компетентних робітників здатних професійно розв'язувати поставлені перед ними завдання, мобільно переорієнтуватися, швидко вчитися. Одним із напрямків реалізації поставлених задач є впровадження компетентнісного підходу в навчально-виховний процес. Розкриваючи особисті якості учнів, компетентнісний підхід допомагає формувати конкретні знання та навички, необхідні в житті та подальшій професійній діяльності.

Вивчаючи математику у закладах професійно-технічної освіти, учні здобувають не тільки математичні знання, а ще й розвивають обчислювальні навички, логіку, просторову уяву, абстрактне та критичне мислення, дослідницькі вміння та навички необхідні для подальшої професійної діяльності.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Питання впровадження компетентнісного підходу до навчання розглянуто в роботах В.В. Ачкана, М.С. Головань, О.В. Овчарук, А.А. Ушакова, А.В. Хуторского та ін. Розвиток дослідницьких компетентностей на уроках математики висвітлено у роботах С.А. Ракова, Л.О. Солодченко, Т.В. Бондаренко, Р.М. Войцех та ін. Проте питання формування дослідницьких компетентностей учнів саме професійно-технічних навчальних закладів є недостатньо розкритим, що й зумовило вибір теми.

Метою статті є розкрити особливості формування дослідницьких компетентностей учнів професійно-технічних навчальних закладів на уроках математики.

Виклад основного матеріалу. Дослідницька компетентність – володіння методами дослідження практичних та прикладних задач математичними методами.

Дослідницька компетентність на думку багатьох педагогів відноситься до числа ключових. У класифікації І.О. Зимньої дослідницька компетенція входить як компонент до “компетенції, що стосується діяльності людини”. У класифікації А.В. Хуторського дослідницька компетентність розглядається як складова частина пізнавальної компетентності, яка включає “елементи методологічної, надпредметної, логічної діяльності, способи організації цілепокладання, планування, аналізу, рефлексії”, вона слугує компонентом компетентності особистісного самовдосконалення, спрямованого на освоєння способів інтелектуального й духовного розвитку. Розглядаючи дослідницьку компетентність з позицій системного підходу деякі педагоги вважають її складовою професійної компетентності, а інші розглядають її як елемент загальної та професійної освіченості.

З позицій процесуально-технологічного підходу А.В. Хуторський дослідницьку компетентність розглядає як володіння людиною відповідною дослідницькою компетенцією, під якою автор розуміє знання як результат пізнавальної діяльності людини в певній галузі науки, методи, методики дослідження, які він має опанувати, щоб здійснювати дослідницьку діяльність, а також мотивацію і позицію дослідника, його ціннісні орієнтації.

Окремі дослідники включають в поняття “компетентність” сукупність особистісних якостей, необхідних для ефективної дослідницької діяльності. Тому компетентність ототожнюється з “функціональною компетентністю”.

С.І. Осипова дослідницьку компетентність представляє як інтегральну особистісну якість, що виражається в готовності і здатності самостійно освоювати і отримувати системи нових знань в результаті перенесення смислового контексту від функціональної діяльності до перетворювальної, базуючись на наявних знаннях, вміннях, навичках і способах діяльності [2].

Основу дослідницької компетентності складають вміння виявляти проблему, формулювати гіпотезу, здійснювати добір й аналіз необхідних даних для дослідження, підбирати відповідні методи проведення дослідження та обробки даних, фіксувати проміжні та остаточні результати дослідження, проводити обговорення та інтерпретацію результатів дослідження, використовувати їх на практиці.

Дослідницькі вміння ототожнюються з системою інтелектуальних та практичних умінь особистості, необхідних для самостійного виконання дослідження. Ядро дослідницьких дій складають інтелектуальні вміння, практичні ж являють собою механізм оволодіння певними способами пошукової діяльності, що дає практичні результати – нові знання, факти, закономірності.

Інтелектуальні вміння передбачають здатність до аналізу і виділення головного, порівняння, конкретизації, узагальнення і систематизації, доведення, класифікації. Інакше кажучи, інтелектуальні вміннями – це здатність ефективно проводити операції мислення у випадку розв'язування проблемних ситуацій.

Практичні вміння забезпечують опрацювання літературних джерел, організацію експерименту, спостереження за явищами і процесами, опрацювання і застосування отриманих результатів тощо.

Дослідницькі вміння виявляються в самостійній організації пошукової роботи, у здатності до цілепокладання, прогнозування, планування, організації власної роботи і корекції дослідницької програми.

Отже, дослідницькі вміння – це сукупність інтелектуальних, практичних і організаторських умінь, спрямованих на виконання діяльності дослідницького характеру [3].

У структурі дослідницької компетентності виділяємо такі компоненти:

– *мотиваційно-ціннісний*, що містить в собі систему мотиваційно-ціннісних та професійно-значущих мотивів дослідницької діяльності та емоційно-вольових і ціннісних ставлень учнів до світу, до діяльності, до людей, до самого себе, до своїх здібностей та їх розвитку; усвідомлене уявлення про цінність сучасної освіти; уміння формулювати цілі дослідницької діяльності у відповідності з гіпотезою та завданнями дослідження;

– *когнітивний*, що відображує систему професійних та міждисциплінарних наукових знань і пізнавальних умінь науково-дослідницької діяльності;

– *діяльнісно-практичний*, що містить сукупність способів і прийомів науково-дослідницької діяльності та уміння реалізувати їх у дослідницькій діяльності, розвинену самостійність і творчу активність;

– *рефлексивний компонент*, який включає в себе діяльність щодо усвідомлення й оцінювання ходу й результатів самостійної дослідницької діяльності; здатності саморегуляції: наявність знань про способи професійного самовдосконалення; уміння усвідомлювати рівень власної діяльності, своїх здібностей; уміння бачити причини недоліків у своїй роботі, в собі; бажання самовдосконалюватися, уміння використовувати механізм самооцінки власних досягнень в дослідницькій діяльності.

Такий вибір компонентів найбільш розкриває рівень сформованості дослідницької компетентності учнів ПТНЗ та є актуальним для нашої роботи.

Розглянемо формування компонентів дослідницької компетентності при вивченні теми «Площа та об'єм просторових фігур». На практичних заняттях з даної теми учні виконують дослідницькі завдання.

Приклад 1. Знайти площу поверхні просторових фігур: циліндр, конус, куб, куля.

Мотиваційно-ціннісний компонент дослідницької компетентності в учнів професійно-технічних навчальних закладів як вияв мотивації при вивченні математики. Мотивацією для більшості є потреба у отриманні позитивної оцінки з предмету, проте у процесі навчання мотивацією стає дослідницька робота, яка зацікавлює учнів. Проводячи ті чи інші дослідження, вони зацікавлені у результаті, бо набуті знання допомагають їм краще засвоювати профільні дисципліни, пов'язані з обраною в професію.

Кожному учню дається комплект із чотирьох фігур: циліндр, конус, куб та куля (рис. 1).

Когнітивний компонент дослідницької компетентності формується тоді, коли учні усвідомлюють зв'язок між математичною теорією та реальним життям. Саме для цього теоретичний матеріал демонструється на прикладних задачах, щоб учні відчули взаємозв'язок між математикою та обраною спеціальністю.

Використовуючи сантиметр, учні повинні зробити лінійні виміри (висота, діаметр та твірна) та занести їх до картки для розрахунків (таблиця 1) .

Діяльнісно-практичний компонент розкривається при безпосередньому обчисленні та знаходженні об'єму та площі запропонованих просторових фігур.

Згідно формул знаходження площі відповідних фігур, учнями виконуються розрахунки, які надалі заносяться до таблиці 1.

Таблиця 1

Картка для розрахунків

Фігура	d	h	l	S
Куб				
Циліндр				
Конус				
Куля				

По закінченню учні пишуть відгук з практичної роботи. Саме тут формується рефлексивний компонент дослідницької компетентності. Учні контролюють результати своєї діяльності, вказують на свої переваги та недоліки при виконанні завдання.



Рис. 1. Комплект просторових фігур до завдання 1



Рис. 2. Комплект просторових фігур до завдання

Приклад 2. Знайти об'єм просторових фігур: куб, тетраедр, октаедр, додекаедр.

Учні об'єднуються у мікрогрупи та кожна з них отримує комплект з чотирьох фігур. За допомогою сантиметра учні вимірюють лінійні розміри фігур (сторона та висота) та заносять їх до картки для розрахунків (Таблиця 2). Згідно формул знаходження об'єму відповідних фігур, учнями виконуються розрахунки, які надалі заносяться до таблиці 2.

Таблиця 2

Картка для розрахунків

Фігура	a	h	V
Куб			
Тетраедр			
Октаедр			
Додекаедр			

Аналогічно, при виконанні практичної роботи під час уроку математики зі знаходження об'єму запропонованих просторових фігур, у учнів формуються навички роботи в колективі та компоненти дослідницької компетентності, а отже й сама дослідницька компетентність, необхідна не тільки для подальшого професійного зростання, а ще й особистісного розвитку учнів.

Висновки. Дослідницька компетентність учня професійно-технічного навчального закладу на уроках математики проявляється через формування мотиваційно-ціннісного, когнітивного, діяльнісно-практичного та рефлексивного компонентів. Вдалий підбір дослідницьких завдань не лише заохочує до навчання, а ще й розвиває професійні навички майбутніх спеціалістів. Дослідницька компетентність хоч і є продуктом навчання, особливо за допомогою курсу математики у ПТНЗ, але не прямо впливає з нього, а є наслідком саморозвитку учня, його особистісного зростання, цілісної самоорганізації і синтезу свого пізнавального, діяльнісного і особистісного досвіду.

Список використаних джерел

1. Бевз Г. П. Математика: 11 кл. : підруч. для загальноосвіт. навч. закл. : рівень стандарту / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. – К. : Генеза, 2011. – 320 с.
2. Головань М. С. Сутність та зміст поняття “дослідницька компетентність” / М. С. Головань, В. В. Яценко // Теорія та методика навчання фундаментальних дисциплін у вищій школі: збірник наукових праць. Випуск VII. – Кривий Ріг: Видавничий відділ НМетАУ, 2012. – С. 55-62.
3. Головань М.С. Компетентнісний підхід як методологічна основа вищої професійної освіти / М.С. Головань // Психологія: реальність і перспективи. Збірник наукових праць Рівненського державного гуманітарного університету. – Випуск 1. – Рівне: РДГУ, 2011. – С. 53-59.
4. Концепція Державної цільової програми розвитку професійно-технічної освіти на 2011–2015 роки [електронний ресурс] / Режим доступу: <http://zakon2.rada.gov.ua/laws/show/1723-2010-%D1%80>.
5. Національна доктрина розвитку освіти [електронний ресурс] / Режим доступу: <http://www.president.gov.ua/documents/151.html>.
6. Овчарук О. В. Компетентності як ключ до оновлення змісту освіти / О. В. Овчарук // Стратегія реформування освіти в Україні. – К., 2003. – С. 13-41.
7. Хуторской А. В. Ключевые компетенции как компонент личностно- ориентированной парадигмы образования / А. В. Хуторской // Народное образование. – 2003. – №2. – С. 55-61.

Анотація. Тінькова Д. С. Формування дослідницьких компетентностей учнів ПТНЗ на уроках математики.

У статті розглянуто деякі теоретичні аспекти поняття, структури та характерних особливостей дослідницьких компетентностей учнів професійно-технічних навчальних закладів. Виділено мотиваційно-ціннісний, когнітивний, діяльнісно-практичний та рефлексивний компоненти дослідницької компетентності сучасного учня професійно-технічного навчального закладу. Розвиток ринку праці нашої країни зумовлює зміну вимог до конкурентоспроможності працівників. Одним із напрямків реалізації поставлених задач є впровадження компетентнісного підходу в навчально-виховний процес. Розвиток критичного мислення, вміння аналізувати, синтезувати й інтерпретувати інформацію, рефлексувати й використовувати набутий досвід є результатом вивчення математики. Дослідження розкриває особливості формування компонентів дослідницької компетентності учнів професійно-технічних навчальних закладів у процесі розв’язування практичних завдань з математики.

Ключові слова: компетентнісний підхід, дослідницька компетентність, математика, професійно-технічний навчальний заклад.

Аннотация. Тинькова Д. С. Формирование исследовательских компетентностей учащихся ПТУЗ на уроках математики.

В статье рассмотрены некоторые теоретические аспекты понятия, структуры и характерных особенностей исследовательских компетентностей учащихся профессионально-технических учебных заведений. Выделено мотивационно-ценностный, когнитивный, деятельностно-практический и рефлексивный компоненты исследовательской компетентности современного учащегося профессионально-технического учебного заведения. Развитие рынка труда нашей страны обуславливает изменение требований к конкурентоспособности работников. Одним из подходов реализации поставленных задач является внедрение компетентностного подхода в учебно-воспитательный процесс. Развитие критического мышления, умения анализировать, синтезировать и интерпретировать информацию, рефлексировать и использовать приобретенный опыт является результатом изучения математики. Исследование раскрывает особенности формирования компонентов исследовательской компетентности учащихся профессионально-технических учебных заведений в процессе решения практических заданий по математике.

Ключевые слова: компетентностный подход, исследовательская компетентность, математика, профессионально-техническое учебное заведение.

Abstract. Tinkova D. Formation of research competence of vocational school students in math class.

The article examines some theoretical aspects of the concept, structure and characteristic features of the research competencies of vocational school students. Highlight motivational-value, cognitive, action-practical and reflective components research competence of the modern student vocational schools. Labour market development of our country supersedes the requirements for Competitiveness workers. One of the areas of the tasks is the introduction of competence approach in the educational process. The development of critical thinking skills to analyze, synthesize and interpret information and use the experience is the result of the study of mathematics. The study reveals the peculiarities of formation of research competence components of vocational school students in the process of solving practical problems in mathematics.

Key words: research competence, competence approach, math, Vocational Schools.

Scientific journal
PHYSICAL AND MATHEMATICAL EDUCATION
Has been issued since 2013.

ISSN 2413-158X (online)
ISSN 2413-1571 (print)



Науковий журнал
ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА
Видається з 2013.

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>

Трунова О.В. Застосування апарату теорії неперервних Марківських ланцюгів при визначенні зміни станів виробничих систем // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – 2016. – Випуск 1(7). – С. 167-176.

Trunova H. Application of the theory of continuous Markov chains in determining changes in the status of production systems // Physics and Mathematics Education. Scientific journal. – 2016. – Issue 1 (7). – P. 167-176.

УДК 378.016:519.21

О.В. Трунова

Чернігівський національний технологічний університет, Україна

ЗАСТОСУВАННЯ АПАРАТУ ТЕОРІЇ НЕПЕРЕРВНИХ МАРКІВСЬКИХ ЛАНЦЮГІВ ПРИ ВИЗНАЧЕННІ ЗМІНИ СТАНІВ ВИРОБНИЧИХ СИСТЕМ

Постановка проблеми. В останні роки в зв'язку з кардинальними соціально-економічними змінами, що відбулися в Україні, виникла об'єктивна необхідність внесення суттєвих коректив у вітчизняну систему вищої освіти.

На сьогодні науково-дослідна діяльність математизується, при цьому стрімко зростає роль стохастичних методів у всіх сферах людської діяльності.

Метою навчання стохастики у вузі стає формування стохастичної компетентності майбутніх фахівців як складової професійної компетентності. Підготовка висококваліфікованого фахівця в галузі економіки і управління неможлива без формування необхідних професійних компетенцій, зокрема, в аналізі, прогнозуванні та прийнятті рішень в економічній діяльності підприємств [7].

Процеси зміни станів виробничих систем або їх частин, зокрема, робочих місць, відбуваються в умовах невизначеності, що вимагає впровадження методів її урахування у практику моделювання таких процесів і відкриває широкі можливості для створення адекватних баз виробничих знань на підприємствах [1].

Саме тому проблеми методики навчання студентів економічних та управлінських спеціальностей методам і моделям визначення зміни станів системи (підприємства, цеха, відділення, лінії) за допомогою яких можна зробити більш виважений вибір, який буде обґрунтований як математично, так і економічно, є актуальними.

Аналіз актуальних досліджень. Зі всіх існуючих різновидів Марківських процесів в задачах моделювання зміни станів виробничих систем або їх частин знайшли застосування процеси з дискретними станами. Марківські процеси з дискретними станами і дискретним часом використовуються для моделювання динаміки станів виробничих систем в умовах, коли неможливо вести неперервні спостереження за різними станами об'єктів і такі спостереження виконуються епізодично з фіксацією станів.

Теоретичні основи цих процесів обґрунтував видатний російський математик Андрій Андрійович Марков (1856 - 1922), завдяки роботам якого можна успішно вирішувати багато статистичних задач у різних галузях, особливо актуальним є застосування стохастичних матриць у розв'язанні проблем в галузі економіки та управління підприємствами.

До вивчення даної проблеми долучалося багато відомих зарубіжних та вітчизняних вчених, зокрема В.В. Вітлінський, Г.І. Великоіваненко, С.М. Клименко, Ю.А. Мішура, С.І. Наконечний, М.О. Перестюк та багато інших. Доцільність й ефективність застосування теорії Марківських ланцюгів при моделюванні процесів, які відбуваються у виробничих системах, доведена у низці робіт [1-3, 5, 7, 8].

Але, проблемі методики навчання методам і моделям визначення зміни станів виробничої системи із застосуванням апарату теорії неперервних Марківських ланцюгів студентів економічних та управлінських спеціальностей в науковій та методичній літературі належна увага не приділена.

Мета написання статті – адаптація існуючих математичних методів до сучасної практики управління, зокрема визначення зміни станів виробничої системи із застосуванням апарату теорії неперервних Марківських ланцюгів. Придбання навичок розв'язання таких завдань на ЕОМ в зв'язку з великим обсягом обчислювальних процедур (обчислення визначника, перетворення матриць, множення матриць, знаходження власних векторів і власних чисел і т. д.) [4, 6].

В якості програмного забезпечення дослідження статистичних процесів на основі Марківських ланцюгів з неперервним часом використовуємо пакет MathCAD, де додатково можна досліджувати стійкість розв'язку системи диференціальних рівнянь Колмогорова.

Розглянемо особливості введення, виведення даних та інтерпретації результатів, що становить значний інтерес для користувачів в умовах застосування англійських версій програмного забезпечення.

При моделюванні за схемами ланцюгів Маркова однією з основних задач є визначення елементів матриці перехідних ймовірностей. Вирішення даної проблеми для такого виробництва, в якому налагоджений збір і обробка статистичних даних про стани елементів системи, є нескладним завданням.

Виклад основного матеріалу. Зміни або переходи економічних систем найчастіше носять випадковий характер. Ланцюг таких переходів з одного стану в інший може бути описаний за допомогою стохастичних (імовірнісних) матриць, що мають відповідні властивості. Теорія Марківських ланцюгів є інструментом для аналізу таких процесів, каскадів, систем, в яких перехід з одного стану в інший залежить тільки від її стану в даний час і не залежить від того, коли і яким чином система прийшла в цей стан.

При розгляді таких систем необхідні певні навички у вирішенні наступних питань:

- математична постановка задачі і представлення розміченого графа системи;
- оцінка станів системи на кілька кроків вперед, включаючи випадок заданого вектору початкового стану;
- оцінка граничних станів при наближенні системи до стаціонарного стану, включаючи випадок «живучих» систем (блукаючих процесів) з відтворенням станів;
- оцінка «живучості» (тривалості функціонування) систем, що містять стан поглинання;
- прогноз стану системи, виходячи з інтенсивності потоку.

Неперервні Марківські ланцюги. Марківський випадковий процес з дискретними станами і неперервним часом називають «неперервний ланцюг Маркова». Для такого процесу ймовірність переходу зі стану, e_i до e_j для будь-якого моменту часу дорівнює нулю. Замість ймовірності переходу p_{ij} в цьому випадку розглядають щільність ймовірності переходу λ_{ij} , яка визначається як границя відношення ймовірності переходу зі стану e_i до стану e_j за проміжок часу Δt ($\Delta t \rightarrow 0$). Щільність ймовірності переходу може бути як сталою ($\lambda_{ij} = \text{const}$), так і залежною від часу ($\lambda_{ij} = \lambda_{ij}(t)$). У першому випадку Марківський випадковий процес з дискретними станами і неперервним часом називається однорідним.

Щільності ймовірностей переходів розглядаються як інтенсивності λ_{ij} найпростіших потоків подій, під впливом яких відбувається перехід системи зі стану e_i до стану e_j .

Потоком подій прийнято називати послідовність однорідних подій, що з'являються одна за іншою в випадковий момент часу t (потік автомашин, що проходять через митний пост; потік викликів на станції швидкої допомоги; потік клієнтів, що знімають кошти з рахунку в банку). На практиці зазвичай розглядають найпростіші потоки подій, які характеризуються властивостями стаціонарності, ординарності і відсутності наслідків.

Потік подій називається стаціонарним, якщо ймовірність влучення того чи іншого числа подій на будь-який інтервал часу залежить тільки від довжини τ цього інтервалу і не залежить від того, де саме на осі часу він розташований.

Потік подій називається ординарним, якщо ймовірність одночасного надходження двох і більше подій дорівнює нулю, що означає, що події в потоці з'являються «поодиноці», а не групами по дві, по три і т. д.

Потік подій називається потоком без наслідків, якщо число подій, що потрапляють на будь-який інтервал часу τ , не залежить від того, скільки подій потрапило на будь-який інший інтервал, що не перетинається з ним. Відсутність післядії означає, що події, що утворюють потік, з'являються в ті чи інші моменти часу незалежно одна від одної.

Ординарний потік подій без наслідків називається Пуассонівським. Найпростіший потік є окремим випадком Пуассонівського потоку, що має властивість стаціонарності. Випадковий процес $X(t)$ - число подій, що з'явилися до моменту t в найпростішому потоці, визначається виходячи з закону Пуассона

$$P_n(t) = \frac{(\lambda t)^n}{n!} \cdot e^{-\lambda t}, \quad n = 0, 1, 2, \dots, k$$

де n – число станів системи, λ – інтенсивність потоку.

У разі, коли система має кінцеве число станів, ймовірності станів $p_1(t)$, $p_2(t)$, ..., $p_n(t)$ в момент часу t знаходяться з системи диференціальних рівнянь (рівнянь Колмогорова), що мають вид

$$\frac{dp_i(t)}{dt} = \sum_{j=1}^n \lambda_{ij} p_j(t) - p_i(t) \sum_{j=1}^n \lambda_{ij}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, n$$

де добуток $\lambda_{ij} p_j(t)$ – потік ймовірності переходу зі стану S_i до стану S_j .

Дані рівняння зручно складати, користуючись розміченим графом станів системи і наступним мнемонічним правилом: похідна ймовірності кожного стану дорівнює сумі

всіх потоків імовірності, що переводять з інших станів в даний, мінус сума всіх потоків імовірності, що переводять з даного стану в інші.

Щоб розв'язати дану систему диференціальних рівнянь потрібно задати початковий розподіл імовірностей $p_1(0), p_2(0), \dots, p_n(0)$, сума яких дорівнює одиниці

$$\sum_{i=1}^n p_i(t) = 1 \quad [3].$$

Приклад. Нехай задана [1] стохастична система, граф якої зображений на рис. 1. Обчислити граничні ймовірності станів p_1, p_2, p_3, p_4 , якщо інтенсивності потоків подій дорівнюють $\lambda_{12} = 2, \lambda_{14} = 1, \lambda_{24} = 1, \lambda_{31} = 3, \lambda_{41} = 2, \lambda_{43} = 2$.

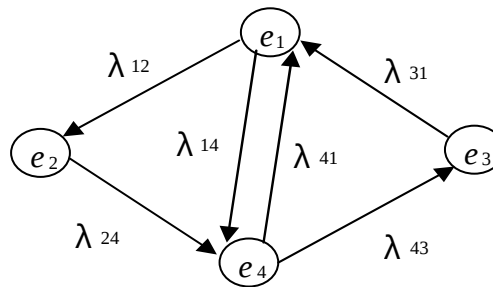


Рис. 1. Граф стохастичною системи

Розв'язання. Запишемо рівняння Колмогорова для ймовірностей станів:

$$\begin{cases} \frac{dp_1}{dt} = -(\lambda_{12} + \lambda_{14}) \cdot p_1 + \lambda_{31} \cdot p_3 + \lambda_{41} \cdot p_4; \\ \frac{dp_2}{dt} = -\lambda_{24} \cdot p_2 + \lambda_{12} \cdot p_1; \\ \frac{dp_3}{dt} = -\lambda_{31} \cdot p_3 + \lambda_{43} \cdot p_4; \\ \frac{dp_4}{dt} = -(\lambda_{41} + \lambda_{43}) \cdot p_4 + \lambda_{14} \cdot p_1 + \lambda_{24} \cdot p_2. \end{cases}$$

Вважаючи ліві частини рівними нулю, і підставивши значення λ_{ij} , отримаємо систему алгебраїчних рівнянь для граничних ймовірностей станів:

$$\begin{cases} -3p_1 + 3p_3 + 2p_4 = 0, \\ 2p_1 - p_2 = 0, \\ -3p_3 + 2p_4 = 0, \\ p_1 + p_2 - 4p_4 = 0. \end{cases}$$

Розв'язуючи систему рівнянь з урахуванням умови $p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$, отримаємо

$$p_1 = \frac{4}{17}, p_2 = \frac{8}{17}, p_3 = \frac{2}{17}, p_4 = \frac{3}{17}.$$

Це означає, що в граничному сталому режимі розглянута система буде перебувати в стані e_1 в середньому $\frac{4}{17}$ частини часу, в стані $e_2 - \frac{8}{17}$, в стані $e_3 - \frac{2}{17}$ і в стані $e_4 - \frac{3}{17}$.

Постановка і розв'язання задачі для неперервних Марківських ланцюгів. Нехай нормально працює виробнича система (стан e_0), що відповідає найпростішому потоку відмов з інтенсивністю λ_{01} , переходячи в новий стан e_1 , в якому вона деякий час може

працювати з невиявленими відмовами. Як тільки відмова виявляється (інтенсивність виявлення λ_{12}), проводиться діагностика (аналіз, огляд) виробничої системи (стан e_2). У результаті огляду, виробнича система або потребує корегування (ремонт) (стан e_3) з інтенсивністю λ_{23} , або оновлюється (стан e_4) з інтенсивністю λ_{24} . Зі стану e_3 з інтенсивністю λ_{30} і зі стану e_4 з інтенсивністю λ_{40} виробнича система переходить в робочий стан e_0 . Знайти розподіл ймовірностей станів для будь-якого моменту часу і фінальні ймовірності станів.

Розв'язання: Марківський процес з дискретними станами зручно ілюструвати за допомогою розміченого графа станів. Граф станів для сформульованої задачі наведено на рис. 2.

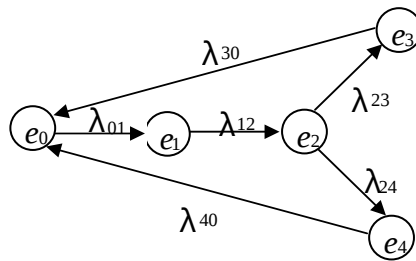


Рис. 2. Розмічений граф станів системи

Користуючись розміченим графом станів системи, складемо систему диференціальних рівнянь Колмогорова:

$$\begin{cases} \frac{dp_0}{dt} = \lambda_{40}p_4 + \lambda_{30}p_3 - \lambda_{01}p_0, \\ \frac{dp_1}{dt} = \lambda_{01}p_0 + \lambda_{12}p_1, \\ \frac{dp_2}{dt} = \lambda_{12}p_1 - \lambda_{23}p_2 - \lambda_{24}p_2, \\ \frac{dp_3}{dt} = \lambda_{23}p_2 - \lambda_{30}p_3, \\ \frac{dp_4}{dt} = \lambda_{24}p_2 - \lambda_{40}p_4. \end{cases}$$

і умова $p_0 + p_1 + p_2 + p_3 + p_4 = 1$.

Для визначеності надамо параметрам, наведеним в системі диференціальних рівнянь, наступні значення: $\lambda_{01} = 0,5$, $\lambda_{12} = 2$, $\lambda_{23} = 1,5$, $\lambda_{24} = 1,5$, $\lambda_{30} = 0,8$, $\lambda_{40} = 2$.

Задамо початкові умови, тобто розподіл ймовірностей станів в початковий момент часу: $p_0(0) = 1$, $p_1(0) + p_2(0) + p_3(0) + p_4(0) = 0$.

В результаті отримаємо систему лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами

$$\begin{cases} \frac{dp_0}{dt} = 2p_4 + 0,8p_3 - 0,5p_0, \\ \frac{dp_1}{dt} = 0,5p_0 + 2p_1, \\ \frac{dp_2}{dt} = 2p_1 - 3p_2, \\ \frac{dp_3}{dt} = 1,5p_2 - 0,8p_3, \\ \frac{dp_4}{dt} = 1,5p_2 - 2p_4. \end{cases}$$

Дану систему лінійних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами можна розв'язати аналітично (методом виключення невідомих, методом Ейлера або за допомогою перетворень Лапласа), але при великій розмірності даної системи [1], краще отримати її чисельний розв'язок на ЕОМ.

Для отримання чисельного розв'язку системи використовуємо програму MathCAD, яка має необхідні функції для розв'язання диференціальних рівнянь різними методами. Скористаємося загальноприйнятою процедурою розв'язання на основі методу Рунге-Кутта. В якості опції, що дозволяє отримати розв'язок, виберемо функцію $rkfixed(p_0, t_0, t_1, M, D)$,

де p_0 – початкові умови,

t_0, t_1 – початкова і кінцева точки розрахунку відповідно,

M – число кроків,

$D = D(t, p)$ – матрична форма правих частин системи диференціальних рівнянь.

Лістинг з введеними параметрами і отриманим результатом розв'язання в системі MathCAD [4] представлений на рис. 3.

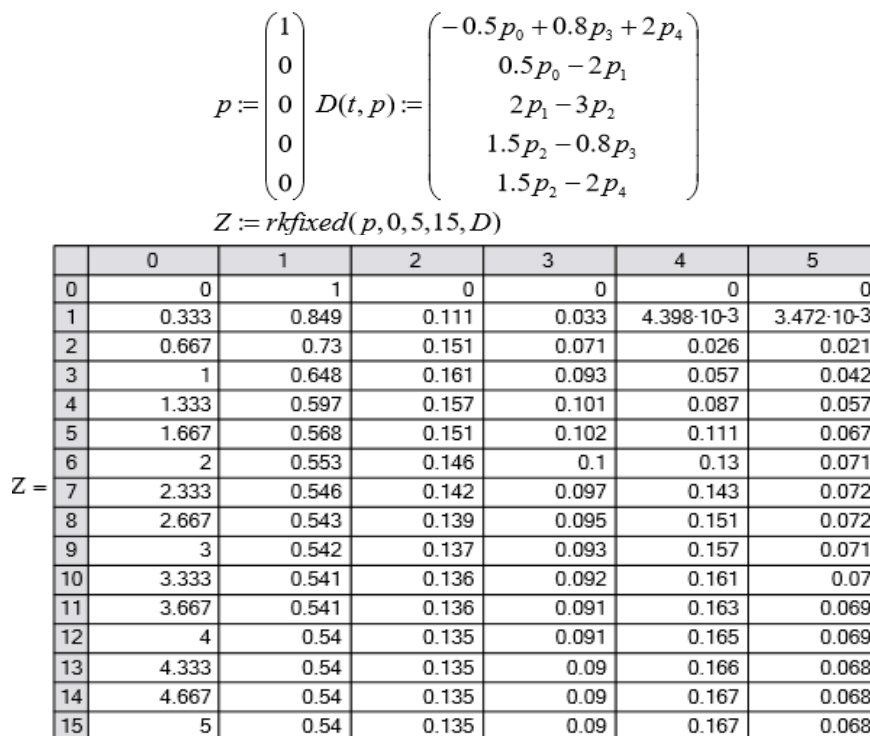


Рис. 3. Розв'язання системи диференціальних рівнянь

З розв'язання (рис. 3) випливає, що через період часу $t=4$ настає стабілізація випадкового процесу. Фрагмент фазового портрета для $p_1(t)$ і $p_2(t)$ наведено на рис. 4.

Стійкість рішення підтверджується фазовим портретом (рис. 3), узятим для однієї з десяти можливих проекцій отриманих рішень.

Додатково для ілюстрації чисельного рішення як функції часу наведемо відповідні графіки (рис. 5).

Для перевірки розв'язання системи диференціальних рівнянь на стійкість доцільно скористатися функцією відшукування власних чисел $eigenvals(A)$, наявною в системі MathCAD. Результати обчислення вектору власних чисел матриці A наведені нижче:

$$A := \begin{pmatrix} -0.5 & 0 & 0 & 0.8 & 2 \\ 0.5 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 & -0.8 & 0 \\ 0 & 0 & 1.5 & 0 & -2 \end{pmatrix} \quad \text{eigenvals}(A) = \begin{pmatrix} -3.523 \\ 0 \\ -1.848 + 1.123i \\ -1.848 - 1.123i \\ -1.08 \end{pmatrix}$$

Беручи до уваги теорему про стійкість розв'язків системи лінійних однорідних диференціальних рівнянь першого порядку зі сталими коефіцієнтами, зауважимо, що корені характеристичного рівняння матриці A не мають додатних дійсних частин, отже, отриманий розв'язок стійкий.

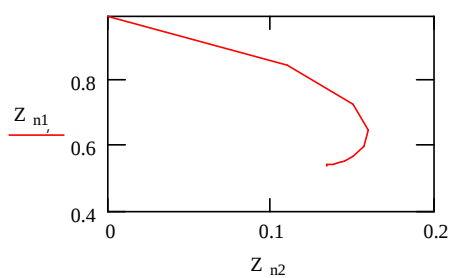


Рис. 4. Проекція фазової траєкторії для $p_1(t)$ і $p_2(t)$

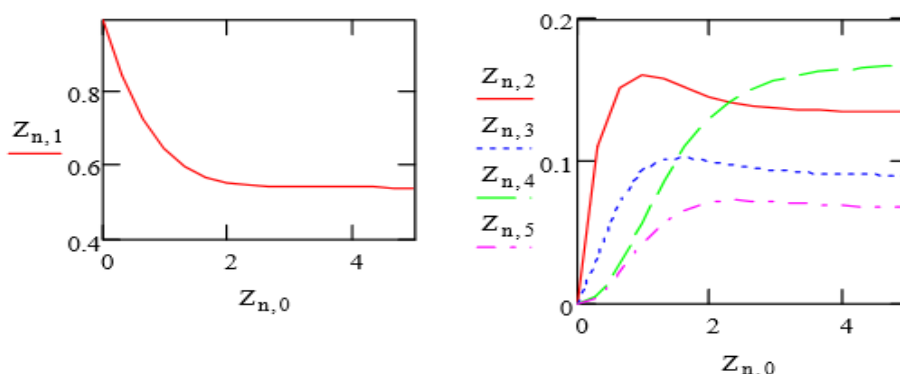


Рис. 5. Графіки ймовірностей станів як функції часу

Проблема стійкості для даного класу задач є актуальною, оскільки передбачається знаходження фінальних ймовірностей для стохастичних систем, описуваних за допомогою диференціальних рівнянь Колмогорова.

Для обчислення фінальних ймовірностей покладемо ліві частини в системі диференціальних рівнянь Колмогорова рівними нулю, отримаємо однорідну систему лінійних алгебраїчних рівнянь. Беручи до уваги нормувальну умову для ймовірностей, і відкидаючи одне з рівнянь системи, отримаємо неоднорідну систему лінійних рівнянь. Для розв'язання системи засобами MathCAD скористаємося функцією $\text{Isolve}(A, b)$. Результати обчислення фінальних ймовірностей наведені нижче.

$$\text{Isolve}(A, b) = \begin{pmatrix} 0.539 \\ 0.135 \\ 0.09 \\ 0.169 \\ 0.067 \end{pmatrix}$$

При цьому фінальні ймовірності можна тлумачити як середній час перебування системи в даному стані. Дана система в середньому 54% часу буде працювати нормально, 13,5% часу працювати з невиявленою відмовою, 9% часу буде витрачено на діагностику, 17% часу на корегування і близько 7% витрачається на оновлення.

Знання фінальних ймовірностей можна використовувати для оцінки ефективності роботи системи. Для цього досить задати вектор вартостей перебування системи в кожному з станів [3], які можна інтерпретувати як дохід або витрати в одиницю часу. Тоді в граничному, стаціонарному режимі середній дохід в одиницю часу G буде обчислюватися як скалярний добуток вектору фінальних ймовірностей

$$P = (p_1, p_2, \dots, p_n) \text{ на вектор вартостей } C = (c_1, c_2, \dots, c_n), \text{ тобто } G = \sum_{i=1}^n p_i \cdot c_i, \text{ де } n - \text{число}$$

станів системи.

Висновки. Запропоновані задачі можуть бути використані для проведення практичних занять з розділу «Випадкові процеси» курсу теорії ймовірностей та математичної статистики, а також для моделювання виробничо-економічних, бюджетно-фінансових та інших стохастичних систем в процесі виконання курсових і дипломних робіт, що безпосередньо вплине на формування стохастичної компетентності майбутнього економіста.

Список використаних джерел

1. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории вероятностей. – М.: Радио и связь, 1983. – 416 с., ил
2. Дынкин Е.Б. Управляемые Марковские процессы и их приложения / Е.Б. Дынкин, А.А. Юшкевич. – М.: Наука, 1975. – 339 с.
3. Жлуктенко В.І. Теорія ймовірностей і математична статистика: Навч.-метод. посібник: У 2 ч. - Ч. II: Математична статистика / В.І. Жлуктенко, С.І. Наконечний, С.С. Савіна. – К.: КНЕУ, 2001. – 336 с.
4. Іглін С. П. Теорія ймовірностей та математична статистика на базі MATLAB: Навч. посіб. – Харків: НТУ "ХПІ", 2006. – 612 с. – Рос. мовою.
5. Кемени Дж. Конечные цепи Маркова / Дж. Кемени. – М.: Наука, 1970. – 271 с.
6. Муха В.С., Птичкин В.А. Введение в MATLAB: Метод. пособие для выполнения лаб. работ по курсам «Статистические методы обработки данных» и «Теория автоматического управления» для студ. спец. 53 01 02 «Автоматизированные системы обработки информации». – Мн.: БГУИР, 2002. – 40 с.
7. Таха Хэдми А. Введение в исследование операций [Текст]: научно-популярная литература / Хэмди А. Таха / 6-е изд. – М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. – 911 с.
8. Тихонов, В. И. Марковские процессы / В. И. Тихонов, М.А. Миронов. – М.: Советское радио, 1997. – 488 с.
9. Трунова О.В. Застосування апарату теорії Марківських процесів при визначенні стратегії економічного розвитку // Наукові записки. – Випуск 141. Ч.І. – Серія: Педагогічні науки. – Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2015. – С.87-92

Анотація. Трунова О.В. Застосування апарату теорії неперервних Марківських ланцюгів при визначенні зміни станів виробничих систем

В статті запропоновані шляхи адаптації існуючих математичних методів до сучасної практики управління, зокрема визначення зміни станів виробничої системи із застосуванням апарату теорії неперервних Марківських ланцюгів. У зв'язку з великим обсягом обчислювальних процедур при вирішенні таких завдань (обчислення

визначника, перетворення матриць, множення матриць, знаходження власних векторів і власних чисел і т. д.) розглядається методика їх розв'язання на ЕОМ. В якості програмного забезпечення використано пакет MathCAD. Зокрема, описані особливості введення, виведення даних та інтерпретації результатів, що становить значний інтерес для користувачів в умовах застосування англійських версій програмного забезпечення. При використанні пакету MathCAD додатково можна досліджувати стійкість розв'язку системи диференціальних рівнянь Колмогорова, що надає змогу визначити фінальні ймовірності - середній час перебування системи в відповідному стані.

Запропоновані задачі можуть бути використані для проведення практичних занять з розділу «Випадкові процеси» курсу теорії ймовірностей та математичної статистики, а також для моделювання виробничо-економічних, бюджетно-фінансових та інших стохастичних систем в процесі виконання курсових і дипломних робіт майбутніми економістами.

Ключові слова: неперервні Марківські ланцюги, стан виробничої системи, MathCAD.

Аннотация. Трунова Е.В. Применение аппарата теории непрерывных Марковских цепей при определении изменений состояния производственных систем

В статье предложены пути адаптации существующих математических методов в современной практике управления, в частности определения изменения состояний производственной системы с применением аппарата теории непрерывных Марковских цепей. В связи с большим объемом вычислительных процедур при выполнении таких задач (вычисления определителя, преобразования матриц, умножение матриц, нахождение собственных векторов и собственных чисел и т. д.) рассматривается методика их решения на ЭВМ. В качестве программного обеспечения использован пакет MathCAD. В частности, описаны особенности ввода, вывода данных и интерпретации результатов, что представляет значительный интерес для пользователей в условиях применения английских версий программного обеспечения. При использовании пакета MathCAD дополнительно можно исследовать устойчивость решения системы дифференциальных уравнений Колмогорова, что дает возможность определить финальные вероятности - среднее время пребывания системы в соответствующем состоянии.

Предложенные задачи могут быть использованы для проведения практических занятий по разделу «Случайные процессы» курса теории вероятностей и математической статистики, а также для моделирования производственно-экономических, бюджетно-финансовых и других стохастических систем в процессе выполнения курсовых и дипломных работ будущими экономистами.

Ключевые слова: непрерывные Марковские цепи, состояние производственной системы, MathCAD.

Abstract. Trunova H. Application of the theory of continuous Markov chains in determining changes in the status of production systems

The paper suggests ways to adapt existing mathematical methods in modern management practices, in particular the determination of changes in the state of the

production system using the apparatus of the theory of continuous Markov chains. Due to the large amount of computational procedures when performing such tasks (calculation of the determinant of transformation matrices, matrix multiplication, finding the eigenvectors and eigenvalues and etc.) the technique to solve them on a computer. As the software used MathCAD package. In particular, it describes the features of the input, the output and the interpretation of results, which is of considerable interest to users under the conditions of use of the English versions of the software. When using of MathCAD can further investigate the stability of the system of differential equations of Kolmogorov, which makes it possible to determine the probability of the final - the average residence time in the appropriate system status.

The proposed tasks can was used for practical training under the heading "Random Processes" course of probability theory and mathematical statistics, as well as to simulate production and economic, fiscal, and other stochastic systems in the implementation of projects and dissertations of future economists.

Key words: *continuous Markov chains, the state of the production system, MathCAD.*

АЛФАВІТНИЙ ПОКАЖЧИК

Bilotskii N.	21	Купцов М.І.	87
Gryzun L.	9	Мовчан С.М.	97
Subbotin I.	21	Одінцова О.О.	105
Voskoglou M.	29	Пухно С.В.	115
Білоусова Л.І.	39	Рыкова О. В.	81
Горбачев В.И.	49	Семеніхіна О.В.	127
Друшляк М.Г.	127	Семерня О.М.	135
Житєньова Н.В.	39	Сільвейстр А.М.	151
Іванова К.Ю.	61	Сушко О.С.	69
Кветко О. М.	81	Тінькова Д.С.	161
Кліндухова В.М.	69	Трунова О.В.	167
Ковалевская Э. И.	81	Яблочніков С.Л.	87

Стаття *Кулініч С. Фізичні основи роботи аналітичного прискорювального комплексу // Фізико-математична освіта. Науковий журнал. – Суми : СумДПУ ім. А.С.Макаренка, 2014. – № 2 (3). – С. 27-35.* була видалена після офіційного звернення директора Інституту фізики твердого тіла, матеріалознавства та технологій Національного наукового центру «Харківський фізико-математичний інститут» Воеводіна В.М.

Листом №34-00/01-790 від 28.03.2016 р., який надійшов до редакції журналу 1.04.2016 р., було повідомлено, що ця стаття є практично 100% плагіатом (оригінал статті http://kinr.kiev.ua/NPAE_Kyiv2006/proc/Contents.html)

Редакція приносить вибачення на адресу авторів оригінальної статті і зазначає, що в кожному номері журналу просить авторів звертати увагу на те, що вони несуть відповідальність за достовірність та аутентичність наведеної інформації (точність наведених у статті даних, цитат, статистичних матеріалів тощо) та за порушення прав інтелектуальної власності інших осіб.

Наукове видання

ФІЗИКО-МАТЕМАТИЧНА ОСВІТА

Науковий журнал

ВИПУСК 1 (7)

Друкується в авторській редакції
Матеріали подані мовою оригіналу

Відповідальний за випуск
О.В. Семеніхіна

Комп'ютерна верстка
О.М. Удовиченко

Фізико-математичний факультет
СумДПУ імені А.С. Макаренка
вул. Роменська, 87
м. Суми, 40002
тел. (0542) 68 59 10

<http://fmo-journal.fizmatsspu.sumy.ua/>